
UNIVERSITY OF TORONTO
3 1761 01086154 0

ŒUVRES

COMPLÈTES

D'AUGUSTIN FRESNEL

PUBLIÉES PAR LES SOINS

DU MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

ŒUVRES

COMPLÈTES

D'AUGUSTIN FRESNEL

PUBLIÉES

PAR MM. HENRI DE SENARMONT, EMILE VERDET

ET LÉONOR FRESNEL

TOME DEUXIÈME



PARIS

IMPRIMERIE IMPÉRIALE

M DCCC LXVIII

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

TROISIÈME SECTION.

EXPOSITION SYSTÉMATIQUE

DE LA THÉORIE DES ONDULATIONS

ET

CONTROVERSE.

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

TROISIÈME SECTION.

EXPOSITION SYSTÉMATIQUE DE LA THÉORIE DES ONDULATIONS ET CONTROVERSE.

N° XXXI.

DE LA LUMIÈRE [a].

(EXTRAIT DU SUPPLÉMENT À LA TRADUCTION FRANÇAISE DE LA CHIMIE DE THOMSON, 1822.)

M. A. Fresnel, ingénieur des ponts et chaussées, qui s'est beaucoup occupé depuis quelques années de recherches sur la lumière, a présenté

[a] Ce résumé des travaux de Fresnel a été imprimé du 4 juin au 24 août 1822. Nous le reproduisons d'après un exemplaire corrigé par l'auteur. (Voyez l'errata, *Ann. de chimie et de physique*, t. XXI, p. 240.)

Il a paru inutile de signaler tous les emprunts que l'auteur a faits à ses travaux antérieurs. On trouve dans plusieurs lettres de M. Riffault, traducteur de la Chimie de Thomson, la preuve que les tracasseries du libraire-éditeur ont obligé Fresnel à écourter la fin de son travail et l'ont probablement empêché de donner à certaines parties un développement proportionné à leur importance.

N° XXXI. sur ce sujet, à l'Académie des sciences de l'Institut, différents mémoires, dans lesquels on trouve exposé ce qui suit [a] :

NATURE DE LA LUMIÈRE.

1. Les physiciens sont depuis longtemps partagés sur la nature de la lumière. Les uns supposent qu'elle est lancée par les corps lumineux, et les autres qu'elle résulte des vibrations d'un fluide élastique infiniment subtil répandu dans l'espace, comme le son des vibrations de l'air. Le système des ondulations, qui est dû au génie de Descartes, et que Huyghens a plus habilement suivi dans ses conséquences, a été aussi adopté par Euler, et, dans ces derniers temps, par le célèbre docteur Thomas Young, auquel l'optique doit beaucoup de découvertes importantes. Le système de l'émission, ou celui de Newton, soutenu par le grand nom de son auteur, et je dirais presque par cette réputation d'infaillibilité que son immortel ouvrage des Principes lui avait acquise, a été plus généralement adopté. L'autre hypothèse paraissait même entièrement abandonnée, lorsque M. Young l'a rappelée à l'attention des physiciens par des expériences curieuses qui en présentent une confirmation frappante, et semblent en même temps bien difficiles à concilier avec le système de l'émission

Les phénomènes nouveaux, comparés aux faits antérieurement connus, augmentent tous les jours les probabilités en faveur du système des ondulations. Quoique négligé longtemps, et plus difficile à suivre dans ses conséquences mécaniques que l'hypothèse de l'émission, il fournit déjà des moyens de calcul beaucoup plus étendus. C'est un des caractères les moins équivoques de la réalité d'une théorie. Quand une hypothèse est vraie, elle doit conduire à la découverte des rap-

[a] «Il ne pouvait mieux appartenir qu'à l'auteur de ces savants Mémoires sur la lumière d'en faire un extrait, où rien de ce qu'il peut être essentiel et utile de dire ne fût omis. M. Fresnel a bien voulu, pour les progrès de nos connaissances dans cette partie importante de la physique, et qui a des rapports si intimes avec la chimie, consentir à s'en charger. C'est cet extrait, rédigé par lui-même, qu'on donne ici.» (*Note de* RIFFAULT, *traducteur de la Chimie de Thomson.*)

ports numériques qui lient entre eux les faits les plus éloignés; lorsqu'elle est fausse au contraire, elle peut représenter à la rigueur les phénomènes pour lesquels elle a été imaginée, comme une formule empirique représente les mesures entre les limites desquelles elle a été calculée; mais elle ne saurait dévoiler les nœuds secrets qui unissent ces phénomènes à ceux d'une autre classe. N° XXXI.

Ainsi, par exemple, M. Biot, en cherchant, avec autant de sagacité que de persévérance, les lois des beaux phénomènes de coloration que M. Arago avait découverts dans les lames cristallisées, reconnut que les teintes qu'elles présentaient suivaient à l'égard de leurs épaisseurs des lois analogues à celles des anneaux colorés, c'est-à-dire que les épaisseurs de deux lames cristallisées de même nature, qui donnaient deux teintes quelconques, étaient dans le même rapport que les épaisseurs des lames d'air qui réfléchissaient des teintes semblables dans les anneaux colorés. Cette relation, indiquée par l'analogie, indépendamment de toute idée théorique, était déjà sans doute très-remarquable et très-importante; mais M. Young a été plus loin à l'aide du principe des interférences, qui est une conséquence immédiate du système des ondulations. Il a découvert une relation bien plus intime encore entre ces deux classes de phénomènes: c'est que la différence de marche entre les rayons qui ont été réfractés ordinairement dans une lame cristallisée et ceux qui ont éprouvé la réfraction extraordinaire est précisément égale à la différence des chemins parcourus par les rayons réfléchis, à la première et à la seconde surface de la lame d'air qui donne la même teinte que la lame cristallisée : ce n'est plus ici un simple rapport, mais une identité.

Je pourrais ajouter encore que les lois si compliquées, en apparence, des phénomènes de la diffraction, que l'on avait vainement essayé de deviner avec les secours réunis de l'expérience et du système de l'émission, ont été indiquées dans toute leur généralité par les principes les plus simples de la théorie des ondulations. Sans doute l'observation a concouru aussi à cette découverte; mais seule elle ne l'aurait pas faite; tandis que sur ce sujet, comme sur plu-

N° XXXI. sieurs autres, la théorie des ondulations pouvait, à la rigueur, devancer l'expérience, et annoncer d'avance les faits avec toutes leurs particularités.

2. Les résultats que nous venons de citer prouvent suffisamment que le choix d'une théorie n'est point indifférent. Son utilité ne se borne pas à faciliter l'étude des faits en les réunissant par groupes plus ou moins nombreux, d'après leurs rapports les plus frappants. Un autre but non moins important d'une bonne théorie doit être de contribuer à l'avancement de la science, à la découverte des faits et des rapports entre les classes de phénomènes les plus distinctes et en apparence les plus indépendantes les unes des autres. Or il est clair qu'en partant d'une hypothèse imaginaire sur la cause de la lumière, on n'atteindra pas aussi promptement le but que si l'on était à cet égard dans le secret de la nature. La théorie, dont l'hypothèse fondamentale est vraie, quelque rebelle qu'elle soit d'ailleurs à l'analyse mathématique, indiquera, même entre les faits les plus éloignés, des relations intimes qui seraient toujours restées inconnues dans l'autre système. Ainsi, sans parler du désir si naturel qu'on doit avoir dans tous les cas de connaître la vérité, on voit combien il est intéressant pour les progrès de l'optique et de tout ce qui s'y rattache, c'est-à-dire la physique et la chimie entières, de savoir si les molécules lumineuses sont lancées des corps qui nous éclairent jusqu'à nos yeux, ou si la lumière est propagée par les vibrations d'un fluide intermédiaire auquel les particules de ces corps communiquent leurs oscillations. Et qu'on ne suppose pas que c'est une de ces questions à la solution desquelles il est impossible d'arriver; parce qu'elle a paru longtemps indécise, il ne faut pas en conclure qu'elle ne peut être décidée. Nous pensons même qu'elle l'est déjà, et qu'après avoir comparé attentivement les deux systèmes et les explications qu'ils donnent des phénomènes connus jusqu'à présent, on ne saurait méconnaître la supériorité de la théorie des ondulations.

En nous proposant spécialement l'exposition des faits, nous ne nous interdirons donc point les vues théoriques qui ont si puissamment

contribué à la découverte de leurs lois. Nous croyons qu'il sera égale- N° XXXI
ment utile à l'enseignement et à l'avancement de la science de faire connaître les principes les plus essentiels et les plus féconds d'une théorie dont les avantages ont été trop longtemps méconnus. Les bornes de ce supplément, et l'objet principal de l'ouvrage qu'il doit compléter, ne nous permettront pas d'entrer dans les détails des calculs; mais, après avoir expliqué pour chaque question physique comment elle devient un problème mathématique, nous ferons connaître les principaux résultats de l'analyse.

Nous nous occuperons d'abord de la diffraction de la lumière, qu'on doit naturellement placer au commencement d'un traité d'optique, puisqu'elle a pour objet le cas le plus simple des ombres portées par les corps opaques, celui où l'objet éclairant est réduit à un point lumineux; et nous donnerons à l'exposition de ces phénomènes l'étendue qu'ils nous paraissent mériter, comme les plus propres à décider la grande question dont nous venons de parler.

DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE.

3. On appelle *diffraction* de la lumière les modifications qu'elle éprouve en passant auprès des extrémités des corps.

Lorsque l'on fait entrer les rayons solaires dans une chambre obscure par une ouverture d'un très-petit diamètre, on remarque que les ombres des corps, au lieu d'être terminées nettement et d'une manière tranchée, comme cela devrait arriver si la lumière marchait toujours en ligne droite, sont fondues sur leurs contours et bordées de trois franges colorées bien distinctes, dont les largeurs sont inégales et vont en diminuant de la première à la troisième; quand le corps interposé est assez étroit, on voit même des franges dans son ombre, qui paraît alors divisée par des bandes obscures et des bandes plus claires, placées à des distances égales les unes des autres. Nous appellerons cette seconde espèce de franges *franges intérieures*, et les autres *franges extérieures*.

4. Grimaldi est le premier physicien qui les ait observées et étu-

N° XXXI. diées avec soin[a]. Newton, qui s'est occupé aussi de la diffraction, et a même consacré à ce sujet le dernier livre de son optique, ne paraît pas avoir remarqué les franges intérieures, quoique ses recherches fussent postérieures à celles de Grimaldi; car il dit dans la vingt-huitième question du livre III de son Optique, en objectant au système des ondulations que les ondes lumineuses devraient se répandre dans l'ombre des corps : « Il est vrai que les rayons, passant le long d'un « corps, s'infléchissent un peu, comme je l'ai fait voir plus haut; mais « *cette inflexion ne se fait pas vers l'ombre*, elle se fait du côté opposé et « seulement lorsque les rayons passent à une très-petite distance du « corps, après quoi ils se propagent en ligne droite. » On a peine à concevoir comment l'inflexion de la lumière dans l'intérieur des ombres a pu échapper à un aussi habile observateur, surtout quand on réfléchit qu'il avait fait des expériences sur les corps les plus étroits, puisqu'il a même employé des cheveux. On serait tenté de croire que ses préventions théoriques ont pu contribuer, jusqu'à un certain point, à lui fermer les yeux sur ces phénomènes importants, qui affaiblissaient beaucoup l'objection principale sur laquelle il fondait la supériorité de son système.

Comme cette inflexion de la lumière dans l'intérieur des ombres est un fait capital, nous croyons devoir insister sur les détails de l'expérience qui l'établit. Pour la faire d'une manière qui ne vous laisse aucun doute à cet égard, introduisez la lumière solaire dans une chambre obscure par une ouverture pratiquée à son volet, et que vous aurez recouverte d'une feuille d'étain percée d'un petit trou d'épingle, d'un dixième de millimètre au plus; au lieu de laisser tomber directement les rayons solaires sur l'ouverture, ce qui ne permettrait pas de les suivre loin dans la chambre obscure à cause de leur obliquité, recevez-les sur un miroir situé en dehors, et incliné de manière à les réfléchir dans une direction à peu près horizontale. Placez maintenant

---

(a) Grimaldi, *Physico-mathesis de lumine*. Bologne, 1665.

dans le cône lumineux, formé par les rayons solaires ainsi introduits, un fil de fer ou d'acier ou de toute autre matière parfaitement opaque, ayant, par exemple, un millimètre de diamètre. Je supposerai, pour fixer les idées, qu'il est à un mètre du petit trou, et que le carton blanc sur lequel vous recevez son ombre est placé à deux mètres plus loin, c'est-à-dire à trois mètres du volet. Si le petit trou était infiniment étroit, si le point lumineux était un point mathématique, il est clair que l'ombre géométrique tracée sur le carton devrait avoir trois millimètres de largeur; j'appelle ainsi l'ombre dont les limites seraient tracées par des rayons qui n'auraient éprouvé aucune inflexion.

5. Calculons maintenant de combien la largeur de l'ombre géométrique *absolue* doit être diminuée par les dimensions du trou éclairant. Puisqu'il a, par hypothèse, un dixième de millimètre de diamètre, les rayons extrêmes partiront de points éloignés du centre d'un vingtième de millimètre, et puisque le carton est deux fois plus éloigné du fil de fer que celui-ci du point lumineux, la pénombre géométrique devra avoir un dixième de millimètre en largeur. Ainsi l'ombre géométrique absolue ne sera diminuée, de chaque côté, que d'un dixième de millimètre, et réduite en conséquence à une largeur de $2^{mm},8$. Si donc les rayons n'éprouvaient aucune inflexion en dedans de l'ombre, cet espace devrait être dans une obscurité complète. Or, en l'observant attentivement, vous y découvrirez des bandes légèrement éclairées, que font ressortir les lignes obscures qui les séparent, et vous remarquerez que le centre même de l'ombre est occupé par une bande brillante [1]. Il résulte donc de cette expérience, si facile à vérifier, que la lumière s'infléchit dans les ombres des corps, comme Grimaldi l'avait remarqué. A la vérité elle s'affaiblit très-promptement, à mesure que l'angle d'inflexion augmente; mais ce décroissement rapide n'a rien de contraire à la théorie des vibrations, qui l'explique aisément par la petitesse des ondes lumineuses, et fait même connaître la loi suivant laquelle il a lieu. Ainsi Newton s'est trompé en supposant qu'il ne se répandait

[1] Je donnerai dorénavant le nom de *bande brillante* à toute bande comprise entre deux bandes contiguës plus obscures, quelle que soit d'ailleurs la faiblesse de sa lumière.

N° XXXI point de lumière derrière les corps opaques, et l'objection qu'il en tirait contre la théorie des ondulations, reposait sur une hypothèse inexacte.

6. Puisque nous venons de parler des franges intérieures, c'est ici le lieu de décrire l'expérience ingénieuse que M. Young a faite sur ce sujet, et la conséquence importante qu'il en a déduite[1].

Ayant intercepté avec un écran toute la lumière qui venait d'un des côtés du corps étroit, il remarqua que les franges situées dans l'intérieur de son ombre disparaissaient complétement, quoiqu'il n'eût soustrait ainsi que la moitié des rayons infléchis. Il en conclut que le concours des deux faisceaux lumineux était nécessaire à leur formation, et qu'elles résultaient de l'action qu'ils exerçaient l'un sur l'autre: car chacun de ces deux faisceaux, pris séparément, ne répandant dans l'ombre qu'une lumière continue, leur réunion devrait également produire une lumière continue, s'ils ne faisaient que se mêler et n'exerçaient pas une certaine influence l'un sur l'autre.

7. En supposant, comme il est naturel de le faire dans le système de l'émission, que les inflexions diverses des rayons lumineux près des corps proviennent d'une certaine action attractive ou répulsive de ceux-ci sur les molécules lumineuses, on pouvait penser que, dans cette expérience, l'action du bord libre du corps étroit était modifiée par l'écran qui touchait l'autre bord, de telle façon qu'elle perdait la propriété de produire des franges intérieures. Cette objection devait paraître déjà bien faible quand on remarquait que les franges extérieures produites par le bord libre du corps étroit n'étaient point altérées par le voisinage de l'écran; mais M. Young la leva d'ailleurs complétement en éloignant assez l'écran du corps étroit pour que l'on ne pût supposer raisonnablement qu'il apportait quelque modification dans les forces attractives ou répulsives de celui-ci, et en interceptant l'un des deux faisceaux lumineux, tantôt avant qu'il eût rasé le bord

[1] *Experiments and Calculations relative to physical Optics.* (*Philosophical Transactions* for 1804.)

du corps, et tantôt après, ce qui faisait toujours disparaître les franges X XXVI
intérieures.

8. Il démontra encore l'influence mutuelle des rayons lumineux en faisant passer la lumière par deux petits trous suffisamment rapprochés: il observa dans l'ombre de la partie intermédiaire des lignes obscures et brillantes résultant évidemment de l'action de ces deux faisceaux l'un sur l'autre, puisqu'elles disparaissaient dès qu'un des trous était bouché [1].

Les franges sont plus nettes, lorsqu'au lieu de percer deux petits trous dans l'écran on y pratique deux fentes parallèles, et distantes d'un ou deux millimètres; alors on fait également disparaître les franges intérieures en bouchant une des fentes, quoique la lumière répandue dans l'ombre de la partie intermédiaire par l'autre fente soit encore très-sensible. Il arrive souvent, quand les fentes ne sont pas trop étroites, ou qu'on reçoit l'ombre assez près de l'écran, qu'on voit encore des franges après qu'un des deux faisceaux lumineux a été intercepté: mais ce ne sont pas celles dont nous voulons parler, et dont elles sont faciles à distinguer, tant que les fentes sont beaucoup plus étroites que l'intervalle qui les sépare: car alors les franges qui résultent du concours des deux faisceaux lumineux, et qu'on fait disparaître par la soustraction de l'un d'eux, sont bien plus fines que les autres. Celles-ci, beaucoup plus larges, sont produites par chaque fente séparément: et l'on peut remarquer que c'est vers le milieu de l'espace où ces deux groupes de larges franges se mêlent que les autres prennent naissance.

Nous avons toujours supposé que toute la lumière employée dans ces expériences provenait d'un même point lumineux: s'il en était autrement, si les deux faisceaux lumineux que l'on mêle n'émanaient pas d'une même source, les effets dont nous venons de parler n'auraient plus lieu : nous en ferons bientôt sentir la raison à l'aide de la théorie des ondulations. Bornons-nous pour le moment à étudier les faits qui

---

[1] *A Course of Lectures on natural Philosophy*, Lecture XXXIX, plate XXX, fig. 442.

N° XXXI démontrent avec le plus d'évidence que, dans certains cas, les rayons de lumière exercent une influence sensible les uns sur les autres.

Pour compléter ce que nous venons de dire à cet égard, il nous reste à parler d'une autre expérience qui présente cette influence avec une grande netteté, et a l'avantage de la séparer des phénomènes de diffraction proprement dits. Elle consiste à faire réfléchir sur deux miroirs, légèrement inclinés entre eux, des rayons provenant d'un même point lumineux. Mais avant d'expliquer en détail les précautions à prendre pour assurer le succès de cette expérience, il est nécessaire d'indiquer les perfectionnements qu'on peut apporter dans les moyens d'observation.

9. Au lieu de former le point lumineux avec un trou d'épingle pratiqué dans la feuille d'étain ou de carton qui ferme l'ouverture du volet de la chambre obscure, il est beaucoup plus commode d'y enchâsser une lentille de verre, d'un très-court foyer, sur laquelle on dirige aussi les rayons solaires réfléchis horizontalement par le miroir placé en dehors de la chambre. On sait que l'effet d'une lentille est de réunir sensiblement en un seul point, qu'on appelle foyer, tous les rayons parallèles qui sont tombés sur sa surface; et que ce foyer, situé sur le rayon qui passe par le milieu de la lentille, est d'autant plus rapproché de sa surface qu'elle est plus convexe. Je supposerai, pour fixer les idées, que cette distance du foyer soit d'un centimètre ou dix millimètres. Si le soleil ne présentait à nos yeux, comme les étoiles fixes, aucune étendue angulaire, tous ses rayons, après avoir été réfractés par la lentille, se réuniraient sensiblement en un seul point; mais le soleil embrasse un angle de 32′ environ, c'est-à-dire que les rayons qui nous viennent de deux points de sa circonférence diamétralement opposés font entre eux un angle de 32′. Or, pour déterminer les images de ces deux points au foyer de la lentille, il faut choisir ceux des rayons qu'ils envoient qui passent par le centre de la lentille, et ces images se trouveront placées sur les prolongements des deux rayons, à dix millimètres de la lentille, d'après l'hypothèse que nous avons faite sur la distance du foyer. Ainsi l'intervalle qui les sé-

pare sera égal à la corde d'un petit arc de 32′, décrit avec un rayon de dix millimètres de longueur; ce qui donne, par le calcul, quatre-vingt-treize millièmes de millimètre, ou un onzième de millimètre environ.

Tel sera donc le diamètre de la petite image du soleil, formée au foyer de la lentille par les rayons dirigés sur sa surface[1], et qui, après s'être croisés en ce point, divergeront en un cône lumineux, beaucoup plus étendu que celui qui résulte de l'introduction des rayons solaires par un petit trou, surtout si la lentille a un peu de largeur. Cette grande étendue du cône lumineux est précisément ce qui rend ce procédé plus commode. Il m'avait été indiqué par M. Arago, et je l'ai toujours employé depuis dans mes expériences.

Quand on a besoin d'une grande fixité du point lumineux, comme dans le cas où l'on veut déterminer par des mesures les positions relatives des franges, il est nécessaire d'employer, au lieu d'un simple miroir, un héliostat, instrument ainsi nommé parce qu'il maintient les rayons réfléchis dans une direction constante, malgré le mouvement diurne du soleil. On conçoit en effet que, sans cette précaution les rayons réfléchis, changeant de direction avec les rayons incidents, feraient éprouver un petit déplacement au point lumineux qu'ils forment par leur concours. Mais cette immobilité parfaite du point lumineux n'est nécessaire, comme nous venons de le dire, que dans le cas où l'on veut mesurer les franges; encore pourrait-on même, à la rigueur, se passer d'héliostat, en ne prenant pas trop de mesures à la fois, de manière que chaque opération durât peu, et en employant une lentille d'un très-court foyer.

10. Après avoir indiqué la meilleure manière de former un point lumineux, je vais exposer le procédé le plus commode pour observer les franges, en suivant, dans cette exposition, la marche qui me l'a fait découvrir.

[1] Il faut avoir soin de ne laisser tomber sur la lentille que les rayons réfléchis par le miroir, et d'intercepter les rayons directs au moyen d'un écran; car sans cela ils formeraient un second point lumineux qui pourrait compliquer les effets produits par le premier, si la lentille avait assez d'étendue.

XXXI Voulant observer les franges extérieures très-près du corps opaque, j'imaginai de recevoir son ombre sur une plaque de verre dépoli, et de les regarder par derrière avec une loupe. Or, en promenant mon œil, armé de la loupe, dans le prolongement des franges, au delà du verre dépoli, je remarquai que je les voyais encore, et même beaucoup plus nettement, et qu'elles étaient du reste absolument semblables à celles qui se peignaient sur la glace dépolie. J'en conclus que son interposition était inutile, et qu'il suffisait de recevoir la lumière directement sur la loupe, en se plaçant derrière le corps qui porte ombre et regardant le point lumineux[1]. La raison en est bien simple; l'effet d'un verre convexe est de peindre au fond de l'œil ce qui est à son foyer, que ce soit un objet réel, ou une image formée par un arrangement quelconque de rayons lumineux, pourvu que ces rayons parviennent, sans altération, à la surface du verre convexe. C'est ainsi que l'oculaire d'un télescope nous fait voir l'image aérienne des objets peinte au foyer de l'objectif, image qu'on aperçoit également, mais d'une manière bien moins distincte, en la recevant sur un carton blanc ou un verre dépoli. Le simple raisonnement pouvait donc indiquer ce mode d'observation, très-préférable à celui que l'on avait suivi jusqu'alors, parce qu'il a l'avantage de grossir les franges et d'augmenter en même temps leur éclat; ce qui permet de les distinguer dans une foule de circonstances où on ne le pourrait pas en les recevant sur un carton blanc, à cause de leur finesse ou de la faiblesse de la lumière.

Pour donner une idée de la supériorité de cette méthode, il suffit

[1] Pour bien voir les franges il faut avoir soin de faire tomber le foyer des rayons réunis par la loupe au milieu de la prunelle, en la plaçant à une distance de l'œil telle que toute sa surface paraisse illuminée quand elle n'est pas dans l'ombre du corps opaque; ensuite en conservant les mêmes positions relatives de l'œil et de la loupe, on les porte vers l'ombre dont on veut observer les franges.

Lorsque la loupe n'est éloignée du corps que d'une distance précisément égale à celle de son foyer, alors les bords du corps étant au foyer même, c'est-à-dire dans la position propre à la vision distincte, sont tranchés et débarrassés de franges; mais elles paraissent aussitôt qu'on s'en éloigne un peu. Elles reparaissent aussi quand on s'en rapproche assez pour dépasser la distance focale. La raison en est facile à donner, mais nous entraînerait dans des détails un peu trop longs.

de dire qu'elle fait découvrir aisément les franges formées dans la lumière d'une étoile un peu brillante par l'interposition d'un corps opaque, et qu'elle fait même apercevoir des bandes obscures et brillantes dans l'intérieur de son ombre, s'il est assez étroit et assez éloigné du spectateur; tandis qu'il serait impossible aux meilleurs yeux de distinguer l'ombre même de ce corps, projetée sur un carton blanc. Pour apercevoir des franges dans la lumière d'une étoile, il est nécessaire d'employer une loupe d'un foyer un peu long, telle que les verres de lunettes ordinaires, d'un ou deux pieds de foyer par exemple, parce que, si le verre était plus convexe, la lumière serait trop affaiblie : il en résulte que le grossissement n'est pas aussi grand, et qu'on ne peut pas, dans ce cas, observer des franges aussi fines que si la lumière était plus vive : en général, plus elle est faible, plus il faut diminuer le grossissement. Si l'on veut réussir dans cette expérience, que tout le monde peut répéter facilement, il faut avoir soin, comme nous l'avons déjà recommandé, de faire tomber le foyer lumineux du verre convexe au milieu de la pupille, en le tenant à une distance telle que toute sa surface paraisse illuminée, et de chercher alors dans cette position relative de l'œil et de la loupe l'ombre du corps opaque dont on veut observer les franges.

J'ai cru devoir m'étendre un peu sur ce mode d'observation, à cause de la facilité qu'il donne d'étudier tous les phénomènes de diffraction, et de les mesurer avec précision. Car on conçoit que pour mesurer la largeur des franges, c'est-à-dire les distances entre les milieux des bandes obscures ou brillantes, il suffit d'employer une petite loupe mobile, portant à son foyer un fil très-fin, qui serve de point de mire, et dont on puisse évaluer les déplacements, à l'aide d'un vernier ou d'une vis micrométrique : cet appareil constitue alors ce qu'on appelle un micromètre. Celui que j'ai employé dans toutes mes expériences, et qui a été exécuté par M. Fortin, porte une plaque de cuivre, qui glisse à frottement doux entre deux rainures fixes : cette pièce est percée, dans son milieu, d'un trou d'un centimètre de largeur, sur les bords duquel est fixé d'un côté le fil de soie écrue qui doit servir de point

N° XXXI. de mire, et de l'autre un petit tuyau qui porte la loupe, qu'on peut rapprocher ou éloigner du fil jusqu'à ce qu'il se trouve à son foyer. La plaque sur laquelle tout ce système est fixé est menée par une vis micrométrique travaillée avec une grande perfection. La largeur des pas est exactement connue, et l'on estime leurs subdivisions à l'aide d'un cadran divisé en cent parties que parcourt une aiguille attachée à la vis. On peut évaluer de cette manière à un centième de millimètre près le déplacement qu'éprouvent la lentille et le fil, quand on fait tourner la vis. Cela posé, il est aisé de concevoir la manière dont on mesure l'intervalle entre les milieux de deux bandes obscures, par exemple; on amène successivement le fil sur le milieu de la première et sur celui de la seconde, en tenant note chaque fois de la division du cadran à laquelle répond l'aiguille, et comptant le nombre des tours, qui se trouve d'ailleurs indiqué par un vernier divisé en parties égales à la largeur d'un pas de la vis. Cette largeur étant connue, il est facile de calculer le déplacement du fil ou l'intervalle compris entre les milieux des deux bandes obscures.

11. Avant de décrire les premiers phénomènes de diffraction, j'aurais pu indiquer d'abord la manière de les observer avec une loupe; mais j'ai craint de laisser quelques doutes sur les résultats importants qu'ils présentent, en faisant dépendre en quelque sorte leur démonstration expérimentale du plus ou moins de confiance qu'on pouvait avoir, au premier abord, dans le nouveau mode d'observation; c'est pourquoi j'ai décrit ces expériences telles que Grimaldi et M. Young les ont faites, en recevant les franges sur un carton blanc. Ce n'est pas qu'il ne soit facile de se convaincre par le raisonnement que l'emploi de la loupe ne change rien aux phénomènes; et il suffit même pour s'en assurer par le fait de comparer les franges peintes sur un carton à celles qu'on voit au travers d'une loupe, dont le foyer est à la même distance du corps opaque; on reconnaîtra qu'elles se ressemblent parfaitement, à la différence près du grossissement apparent et de l'éclat que leur donne la loupe; et si on les mesure, on leur trouvera la même largeur. Mais il était utile de démontrer *a priori* et d'une ma-

mière incontestable l'immersion de la lumière dans les ombres et l'influence mutuelle des rayons lumineux; et j'ai cru devoir n'exposer le nouveau moyen d'observation que lorsqu'il devenait nécessaire pour les nouvelles expériences dont j'avais à parler. X XXXI

12. Nous pouvons maintenant expliquer celle des deux miroirs, dans laquelle on obtient des effets très-frappants de l'influence mutuelle des rayons lumineux par la réunion des deux faisceaux réfléchis régulièrement sur leur surface. Il ne faut point employer de glaces étamées, mais noircies par derrière, afin de détruire la seconde réflexion, qui compliquerait le phénomène; des miroirs métalliques sont encore préférables. Après avoir placé les deux miroirs l'un à côté de l'autre, et de sorte que leurs bords se touchent parfaitement, on les fait tourner jusqu'à ce qu'ils se trouvent presque dans le même plan, et forment néanmoins entre eux un angle légèrement rentrant, de manière à présenter à la fois deux images du point lumineux. On peut juger de cet angle d'après l'intervalle qui sépare les images; il faut que cet intervalle soit petit pour que les franges aient une largeur suffisante. Mais une chose à laquelle on doit apporter le plus grand soin, c'est que les miroirs ne saillent pas l'un sur l'autre dans la ligne de contact, car une saillie d'un ou deux centièmes de millimètre suffirait souvent pour empêcher l'apparition des franges. On parvient à remplir cette condition par le tâtonnement, en pressant peu à peu celui des deux miroirs que l'on croit le plus saillant contre la cire molle au moyen de laquelle on les a fixés sur un appui commun; et l'on juge au tact, et mieux encore en cherchant les franges à l'aide de la loupe, si la condition est remplie. On pourrait sans doute imaginer un mécanisme au moyen duquel on ferait varier à volonté l'angle des deux miroirs, en évitant toute saillie de l'un sur l'autre; mais il faudrait qu'il fût construit avec un grand soin. Si le procédé que je viens d'indiquer est plus long par les tâtonnements qu'il nécessite, il a du moins l'avantage de n'exiger d'autre appareil que deux petits miroirs de métal ou de verre noir, et d'être ainsi à la portée de tout le monde.

13. On ne doit employer dans cette expérience, comme dans celles

N° XXVI. de diffraction, que la lumière d'un seul point lumineux; et pour que les franges soient bien nettes, il faut qu'il soit d'autant plus fin ou plus éloigné qu'elles sont plus étroites. Peu importe d'ailleurs sous quelle inclinaison le système des miroirs accouplés se présente aux rayons incidents. Pour découvrir les franges, il faut s'éloigner un peu des miroirs, et recevoir directement les rayons qu'ils réfléchissent sur une loupe d'un court foyer, derrière laquelle on tient son œil placé de manière que toute sa surface paraisse illuminée. Alors on cherche les franges dans l'espace où se réunissent les rayons réfléchis sur les deux miroirs, qu'il est facile de distinguer du reste du champ lumineux à la supériorité de son éclat.

Ces franges présentent une série de bandes brillantes et obscures, parallèles entre elles, et à égales distances les unes des autres. Dans la lumière blanche elles sont parées des plus vives couleurs [1], surtout celles qui avoisinent le centre; car, à mesure qu'elles s'en éloignent, elles s'affaiblissent graduellement, et disparaissent enfin vers le huitième ordre. Dans une lumière plus homogène, telle que celle qu'on peut obtenir au moyen d'un prisme ou de certains verres colorés en rouge, on aperçoit un bien plus grand nombre de franges, qui ne présentent plus alors qu'une suite de bandes obscures et brillantes de même couleur. En employant une lumière aussi homogène que possible, on réduit le phénomène à son plus grand degré de simplicité. C'est dans ce cas que nous allons d'abord l'étudier particulièrement. Il nous sera facile ensuite de nous rendre compte des apparences qu'il présente avec la lumière blanche, par la superposition des bandes brillantes et obscures de chaque espèce de rayons colorés dont elle se compose.

La direction de ces bandes est toujours perpendiculaire à la ligne droite qui joindrait les deux images du point lumineux, du moins dans l'espace éclairé par la lumière régulièrement réfléchie, quelle que soit la direction de cette ligne relativement aux bords des miroirs en con-

[1] Pour bien distinguer ces couleurs, il faut avoir soin de rendre les franges suffisamment larges en rapprochant beaucoup l'une de l'autre les deux images du point lumineux.

tact: ce qui prouve bien qu'elles ne proviennent pas d'une influence exercée par ces bords sur les rayons lumineux qui passent dans leur voisinage. On peut d'ailleurs, en augmentant l'angle des miroirs, écarter assez l'une de l'autre les deux images du point lumineux, pour que les rayons qui concourent à la production des franges soient réfléchis à des distances telles des bords en contact, qu'on ne puisse plus raisonnablement supposer aucune action sensible de leur part. N° XXXI.

La bande centrale est brillante, comme dans les franges qui divisent l'ombre d'un corps étroit, ou celles qu'on obtient au moyen d'un écran percé de deux fentes parallèles, très-fines et suffisamment rapprochées. Cette bande brillante est placée entre deux bandes obscures du noir le plus foncé, quand on emploie, comme nous le supposons, une lumière sensiblement homogène: chacune d'elles est suivie d'une bande brillante, à laquelle succède de nouveau une bande obscure, et ainsi de suite. Les bandes obscures sont encore d'un noir très-foncé, dans les franges du deuxième et du troisième ordre; mais, à mesure qu'on s'éloigne du centre, elles deviennent moins prononcées, ce qui tient à ce que la lumière employée n'est jamais parfaitement homogène.

Il suffit de comparer les bandes obscures des premier, deuxième et troisième ordres à la lumière donnée par un seul miroir, pour se convaincre qu'elles sont beaucoup moins éclairées, et que, dans les positions qu'elles occupent, l'addition des rayons d'un des miroirs à ceux de l'autre, au lieu de former une lumière plus intense, *produit de l'obscurité*. Il est aisé de faire cette comparaison en regardant successivement les bandes noires et les parties du champ lumineux situées à droite et à gauche de la partie doublement éclairée où se trouvent les franges. Si l'on craignait que l'opposition des bandes brillantes qui avoisinent les bandes obscures occasionât quelque illusion à cet égard, il suffirait de placer successivement le fil du micromètre au milieu d'une des bandes obscures les plus noires, et dans la portion du champ lumineux qui n'est éclairée que par un seul miroir: car on le distinguera beaucoup plus aisément dans cette seconde position que

N° XXVI. lorsqu'il répondra au milieu des bandes noires du premier ou second ordre, surtout si la chambre obscure est bien fermée, et si l'on a pris toutes les précautions nécessaires pour qu'il ne reçoive de lumière que des deux miroirs.

Il est donc parfaitement prouvé que, dans certains cas, de la lumière ajoutée à de la lumière produit de l'obscurité. Ce fait capital, qui n'a pas échappé à Grimaldi, et que cependant Newton paraît avoir ignoré, avait été suffisamment démontré dans ces derniers temps par les expériences de M. Young; mais celle que je viens de décrire le met peut-être encore mieux en évidence, parce que les bandes obscures qu'elle présente sont en général plus noires que celles des phénomènes de diffraction proprement dite, et qu'elle éloigne toute idée d'une action *diffractive*, qui dilaterait les faisceaux lumineux dans certains points, pour les condenser sur d'autres, puisque le phénomène est ici produit par des rayons régulièrement réfléchis.

Il est aisé de reconnaître ici, comme dans les expériences de M. Young, que les franges résultent de l'action mutuelle des rayons qui se rencontrent; car, si l'on intercepte avec un écran placé près de l'un des miroirs tous les rayons qu'il envoie, soit avant, soit après leur réflexion, ces franges disparaissent entièrement, quoique l'espace qu'elles occupaient continue à être éclairé par l'autre miroir, et l'on n'aperçoit plus que les franges pâles et inégalement espacées qui bordent l'ombre de l'écran. Si l'on ne couvre avec l'écran qu'une moitié du miroir, de manière à ne faire disparaître les franges que sur la moitié de leur longueur, on pourra comparer commodément la partie restante des bandes obscures les plus noires avec l'espace voisin, où la lumière d'un des miroirs est interceptée par l'écran, et s'assurer encore de cette manière qu'il est beaucoup plus éclairé que le milieu de chacune d'elles, où arrivent à la fois cependant les rayons réfléchis par les deux miroirs. Ces rayons s'y neutralisent donc mutuellement, en vertu d'une certaine action qu'ils exercent les uns sur les autres.

14. Cette influence mutuelle des rayons lumineux, que nous venons d'établir par plusieurs expériences, est confirmée encore par un

grand nombre de phénomènes d'optique; en sorte que c'est maintenant un des principes de physique les mieux démontrés. Nous avons choisi d'abord les faits qui le mettaient hors de doute; nous reviendrons ensuite sur ceux qui en présentent les confirmations les plus importantes. Mais auparavant il nous faut étudier la loi suivant laquelle s'exerce cette propriété remarquable de la lumière. N° XXXI.

Si l'on calcule les différences des chemins parcourus par les rayons qui concourent à la production de chacune des bandes obscures et brillantes, on trouve d'abord que le milieu de la bande brillante qui occupe le centre répond à des chemins égaux, et qu'en appelant d la différence des chemins parcourus par les rayons des faisceaux qui se réunissent au milieu de la bande brillante suivante, soit à droite, soit à gauche, les milieux des autres bandes brillantes répondent à des différences de chemins parcourus égales à $2d$, $3d$, $4d$, $5d$, $6d$, etc. tandis que les milieux des bandes obscures, depuis celles qui accompagnent la bande brillante centrale jusqu'aux plus éloignées, répondent successivement à des différences de chemins parcourus égales à $\frac{1}{2}d, \frac{3}{2}d, \frac{5}{2}d, \frac{7}{2}d$, etc.

Il résulte donc de là que la réunion des rayons produit le maximum de lumière, lorsque la différence des chemins qu'ils ont parcourus est égale à $0, d, 2d, 3d, 4d, 5d$, etc. et qu'au contraire ils se neutralisent mutuellement et produisent de l'obscurité, quand cette différence est égale à $\frac{1}{2}d, \frac{3}{2}d, \frac{5}{2}d, \frac{7}{2}d, \frac{9}{2}d, \frac{11}{2}d$, etc. Telle est la loi générale des influences périodiques que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres.

Lorsque les deux faisceaux lumineux ont la même intensité, comme dans l'expérience que je viens de décrire, le milieu des bandes obscures présente une absence totale de lumière, du moins pour les franges du premier, du second et même du troisième ordre, si la lumière qu'on emploie est suffisamment homogène; mais comme elle ne l'est jamais parfaitement, il arrive que cette inégalité d'éclat entre les bandes obscures et brillantes, qui est si saillante dans les premières franges, di-

Nº XXXI. minue graduellement à mesure qu'on s'éloigne du centre, et finit toujours par devenir insensible à une certaine distance. La raison en est facile à saisir : c'est que la lumière employée, quelque simplifiée qu'elle ait été, soit par sa décomposition dans un prisme, soit par son passage au travers d'un verre coloré, est toujours composée de rayons hétérogènes, dont la couleur et les autres propriétés physiques sont très-peu différentes, mais dans lesquels enfin la période d n'a pas exactement la même longueur : or il en résulte que les bandes obscures et brillantes dont elle détermine la position ne sont pas séparées par les mêmes intervalles. A la vérité, les largeurs des franges produites par les rayons hétérogènes diffèrent d'autant moins que la lumière employée s'approche plus d'une homogénéité parfaite; mais, quelque petite que soit cette différence, on conçoit que, étant répétée un grand nombre de fois, elle finira par produire dans la position des franges une différence telle que les bandes brillantes d'une espèce de rayons coïncideront avec les bandes obscures de l'autre; en sorte qu'à une distance suffisante de la ligne milieu (qui répond à des chemins égaux) les bandes obscures et brillantes des diverses espèces de rayons de la lumière employée s'effaceront mutuellement par leur mélange, et présenteront une teinte uniforme.

Plus la lumière a été simplifiée, plus le point où cette compensation parfaite a lieu se trouve éloigné du centre, et par conséquent plus on peut apercevoir de franges. Quand on emploie la lumière blanche, qui est la plus composée, le nombre des franges visibles est aussi le plus petit possible, et l'on n'en distingue guère que sept de chaque côté du centre. Elles offrent les teintes des anneaux colorés, et la raison de leur coloration est absolument la même. Si la longueur d était égale pour les rayons de diverses couleurs, la largeur de leurs franges (c'est-à-dire l'intervalle entre les milieux de deux bandes brillantes, ou de deux bandes obscures consécutives) étant aussi la même, il y aurait coïncidence parfaite de leurs points les plus obscurs, comme de leurs points les plus brillants; et les divers rayons qui composent la lumière blanche, se trouvant partout en proportions semblables, produiraient

une série de bandes noires et blanches qui ne présenteraient aucune N° XXVI
trace de coloration. Mais il n'en est pas ainsi : comme d varie beaucoup pour les rayons diversement colorés, et presque du simple au double, d'une extrémité à l'autre du spectre solaire, la largeur de leurs franges varie suivant le même rapport, en sorte que leurs bandes obscures et brillantes ne peuvent plus se superposer, et diffèrent d'autant plus de position qu'elles s'éloignent davantage de la ligne milieu. Il doit donc arriver que la bande brillante des rayons d'une certaine couleur corresponde à la bande obscure des rayons d'une autre espèce; d'où résulte la prédominance des premiers et l'exclusion des seconds. Ainsi les franges présenteront une succession de teintes, variant en raison des proportions inégales dans lesquelles se mêleront les rayons divers que contient la lumière blanche.

La ligne milieu de la bande centrale est toujours blanche, parce que, répondant à une différence de chemins parcourus égale à zéro, elle est au maximum d'éclat pour toutes les espèces de rayons, quelle que soit la longueur de d. De chaque côté de cette bande blanche la lumière se colore graduellement; les couleurs sont très-vives dès la seconde frange, ainsi que dans la troisième et la quatrième; mais ensuite elles s'affaiblissent et disparaissent totalement après la huitième, par le mélange plus complet des bandes obscures et brillantes de toutes les couleurs, qui produit une teinte blanche uniforme.

En faisant successivement l'expérience que nous venons de décrire, avec les rayons des sept principales couleurs que Newton distingue dans le spectre solaire, et mesurant les largeurs des bandes à l'aide du micromètre dont nous avons parlé plus haut, on conçoit qu'on peut en déduire, par le calcul, les valeurs correspondantes de d; mais cette observation n'a été faite avec soin que sur la lumière rouge assez homogène que laissent passer certains vitraux d'église. Pour les rayons dominants de cette lumière, qui se trouvent voisins de l'extrémité du spectre solaire, la longueur de d est $0^{mm},000638$, en prenant pour unité la millième partie du mètre. On peut déduire la valeur de d, pour les sept espèces principales de rayons, des observations de New-

N° XXXI. ton sur les anneaux colorés; il suffit pour cela, comme nous en verrons la raison plus tard, de multiplier par 4 les longueurs de ce qu'il appelle accès de facile réflexion ou de facile transmission des molécules lumineuses. C'est de cette manière qu'a été calculé le tableau suivant [a].

LIMITES des couleurs principales.	VALEURS EXTRÊMES de d.	COULEURS principales.	VALEURS MOYENNES de d.
Violet extrême	0^{mm},000406	Violet.	0^{mm},000423
Violet-indigo.	0 ,000439	Indigo.	0 ,000449
Indigo-bleu.	0 ,000459	Bleu.	0 ,000475
Bleu-vert	0 ,000492	Vert.	0 ,000512
Vert-jaune	0 ,000532	Jaune.	0 ,000551
Jaune-orangé.	0 ,000571	Orangé.	0 ,000583
Orangé-rouge.	0 ,000596	Rouge.	0 ,000620
Rouge extrême.	0 ,000645		

Ce que nous venons de dire sur le petit nombre de franges produites par la lumière blanche, et sur le nombre assez limité de celles qu'on peut distinguer dans une lumière autant simplifiée que possible, nous explique pourquoi, dans beaucoup de cas où les rayons partant d'une source commune se croisent sous des directions presque parallèles, on n'aperçoit pas néanmoins de franges; c'est que la différence des chemins parcourus est trop considérable, contient un trop grand

[a] Malgré cette explication si claire, le tableau qui suit a eu la singulière fortune d'être reproduit partout comme le *résultat d'expériences très-précises de Fresnel*. C'est à ce titre qu'il est cité ou rapporté dans le Mémoire sur la dispersion de Cauchy, dans le Cosmos de Humboldt (t. III, p. 128 de l'édition allemande), et dans les traités de physique les plus répandus en France et en Allemagne. On doit à M. Drobisch d'avoir signalé cette erreur à peu près universelle (*Annales de Poggendorff*, t. LXXXVIII, p. 519). (E. VERDET.)

nombre de fois d, à tous les points de l'espace éclairé par les deux faisceaux réunis; en sorte que la bande centrale et celles qui en sont assez rapprochées pour être visibles répondent à des points situés au delà du champ commun des deux faisceaux lumineux. Voilà pourquoi il est si essentiel dans l'expérience des deux miroirs qu'ils ne saillent pas l'un sur l'autre: car, à cause de l'extrême petitesse de la quantité d, qui n'est guère qu'un demi-millième de millimètre pour les rayons jaunes, la plus légère saillie, produisant une différence double d'elle-même entre les chemins parcourus, peut rejeter le groupe des franges visibles au delà du champ commun des deux miroirs [1]. N° XXXI

15. Le raisonnement que nous venons de faire pour expliquer la coloration des franges produites par l'influence mutuelle de deux faisceaux blancs peut s'appliquer à tous les phénomènes de diffraction dans la lumière blanche. Ces effets résultent toujours de ce que les rayons de diverses couleurs ne produisent pas des bandes obscures et brillantes de même largeur, et par conséquent ne se trouvent plus, en chaque point, dans la proportion qui constitue la lumière blanche. La position de ces bandes étant connue pour chaque espèce de rayons, ainsi que les lois suivant lesquelles leur intensité varie d'un point à un autre, on pourra calculer les proportions de leurs mélanges, et déterminer ensuite les teintes qui en résultent, à l'aide de la formule empirique de Newton, au moyen de laquelle on trouve la teinte qui répond à un mélange quelconque de rayons colorés. Ainsi il suffit d'étudier les phénomènes d'optique dans une lumière homogène, ce qui les réduit à leur plus grand degré de simplicité, et il sera toujours facile d'en conclure les apparences qu'ils doivent présenter dans la

[1] Outre les rayons régulièrement réfléchis par les miroirs, il en est toujours qui s'infléchissent dans le voisinage de leurs bords, et prolongent ainsi l'espace commun aux deux champs lumineux. Les rayons régulièrement réfléchis sur l'un des miroirs, en interférant avec les rayons infléchis vers le bord de l'autre, peuvent produire aussi des franges, lorsque la différence de leurs chemins parcourus est assez petite; mais ces franges se distinguent en général de celles qui résultent de l'interférence des rayons régulièrement réfléchis, par leur forme courbe et leur direction, qui n'est plus perpendiculaire à la ligne qui joint les deux images du point lumineux.

N° XXXI. lumière blanche. En conséquence, dans tout ce que nous dirons par la suite, nous supposerons toujours qu'on emploie une lumière homogène, à moins que nous ne parlions expressément des résultats obtenus avec la lumière blanche.

16. On peut conclure facilement de la loi très-simple que nous venons d'exposer relativement à l'influence mutuelle des rayons lumineux, que la largeur des franges, toujours proportionnelle à la longueur de d, doit être en outre en raison inverse de l'intervalle qui sépare les deux images du point lumineux, et en raison directe de leur distance au micromètre, ou, en d'autres termes, doit être en raison inverse de l'angle sous lequel l'observateur verrait cet intervalle, en plaçant son œil au point où il mesure les franges.

La même loi géométrique s'applique aux franges produites par deux fentes très-fines pratiquées dans un écran. La largeur de ces franges est toujours en raison directe de la distance à l'écran, et en raison inverse de l'intervalle compris entre les milieux des deux fentes.

Cette loi a encore lieu d'une manière approximative pour les franges qu'on observe dans l'ombre d'un corps étroit, du moins tant qu'elles ne s'approchent pas trop des limites de l'ombre; car, dans ce cas, elles suivent une loi plus compliquée, qui repose néanmoins sur des principes très-simples, mais ne peut être représentée que par une fonction transcendante, contenant, outre la largeur du corps et sa distance au micromètre, sa distance au point lumineux.

Quant aux franges extérieures qui bordent les ombres, leur largeur dépend toujours à la fois de ces deux distances. La première restant constante, elles sont d'autant plus larges que la seconde est plus petite.

17. Lorsque les positions respectives du point lumineux et de l'écran ne changent point au contraire, et qu'on fait varier seulement la distance du micromètre à l'écran, on observe que la largeur des franges extérieures ne lui est pas proportionnelle, comme celle des franges intérieures. On peut énoncer le fait d'une manière plus géométrique, en concevant une ligne droite menée par le point lumineux, tangen-

tiellement au bord du corps opaque (ligne qui détermine la limite de ce que nous avons appelé l'ombre géométrique), et en disant que, si l'on suit dans l'espace le milieu de la même bande obscure ou brillante, et qu'on abaisse de ce point, à chaque station, une perpendiculaire sur la tangente, on trouve bien que cette petite perpendiculaire augmente à mesure qu'on s'éloigne du corps opaque, mais dans une proportion moindre que la distance à ce corps. D'où il résulte que le même point d'une bande obscure ou brillante des franges extérieures ne décrit pas une ligne droite, mais une courbe, dont la convexité est tournée en dehors. C'est ce qu'on peut mettre en évidence par des mesures précises, en employant le micromètre dont j'ai donné la description. Comme ce résultat est très-remarquable, je crois devoir citer ici une des expériences qui m'ont servi à le démontrer : elle a été faite dans la lumière sensiblement homogène que laisse passer cette espèce de verre rouge dont j'ai déjà parlé. N XXXI

Le corps opaque étant à 3018^{mm} du point lumineux, j'ai mesuré successivement l'intervalle compris entre le bord de l'ombre géométrique[1] et le point le plus sombre de la bande obscure du troisième

[1] Le bord de l'ombre se fond tellement avec la frange du premier ordre, qu'il est impossible de juger à l'œil où se trouve la limite de l'ombre géométrique, point auquel j'ai rapporté dans tous mes calculs la position des bandes obscures et brillantes des différents ordres. Aussi n'est-ce pas directement que je détermine sa place, mais par un calcul très-simple que je vais indiquer. L'écran que j'emploie est un fil ou cylindre métallique, assez gros pour qu'à la plus grande distance à laquelle j'observe les franges extérieures, elles n'éprouvent aucune altération sensible de la part des rayons infléchis qui pourraient venir du côté opposé, ce dont je m'assure en collant un petit carton sur une partie du cylindre métallique, de manière à laisser un de ces bords à découvert, et en regardant si cet élargissement de l'écran n'a rien changé à la position des bandes extérieures, et si elles sont sur le prolongement de celles qui répondent à la partie du cylindre sans écran. Cela posé, si je veux connaître, par exemple, la position du point le plus obscur de la bande du troisième ordre par rapport au bord de l'ombre géométrique, comme dans l'expérience dont il s'agit, je mesurerai l'intervalle compris entre les points les plus sombres des deux bandes du troisième ordre situées de chaque côté de l'ombre. On voit qu'il suffira d'en retrancher ensuite la largeur de l'ombre géométrique et de diviser le reste par 2, pour avoir la distance de chacun de ces points minima de la bande obscure du troisième ordre au bord de

N° XXXI. ordre; d'abord à $1^{mm},7$ du corps opaque, ensuite à 1003^{mm}, enfin à 3995^{mm}; et j'ai trouvé, premièrement, $0^{mm},08$; deuxièmement, $2^{mm},20$; troisièmement, $5^{mm},83$. Or, si l'on joint, par une ligne droite, les deux points extrêmes, on trouvera $1^{mm},52$ pour l'ordonnée de cette droite qui répond au point intermédiaire; c'est-à-dire que, si la bande obscure du troisième ordre parcourait une ligne droite, sa distance au bord de l'ombre géométrique serait en ce point de $1^{mm},52$, au lieu de $2^{mm},20$ que nous a donné l'observation. Or la différence $0^{mm},68$ est une fois et demie environ l'intervalle compris entre les milieux des bandes du troisième ordre et du second; car cet intervalle, à 1003^{mm} du corps opaque, n'était que de $0^{mm},42$; ainsi il est bien évident que la différence de $0^{mm},68$ ne peut pas être attribuée à une inexactitude résultant de la difficulté de bien juger le point le plus sombre de la bande obscure, puisque, pour se tromper de cette quantité, il aurait fallu passer par-dessus la bande brillante voisine, et aller même au delà de la bande obscure suivante.

On ne pourrait pas mieux expliquer cette différence, en supposant une inexactitude dans la troisième observation faite à 3995^{mm} du corps

l'ombre géométrique. Or, si l'on mesure avec soin le diamètre du cylindre employé, connaissant sa distance au point lumineux et à l'endroit où l'on observe les franges, il sera facile de calculer la largeur de l'ombre géométrique au même endroit; il suffira pour cela d'établir la proportion suivante : la distance du point lumineux au cylindre est au diamètre de ce cylindre comme la distance du point lumineux au fil du micromètre est à un quatrième terme, qui sera précisément la largeur cherchée de l'ombre géométrique. Je mesure le diamètre de ces cylindres à l'aide d'un petit instrument très-simple, semblable à un tire-pied de cordonnier, dont le vernier me donne immédiatement les cinquantièmes de millimètre et me permet d'estimer les centièmes. Au lieu d'employer des cylindres, je me suis même le plus souvent servi directement de cet instrument; j'écartais l'une de l'autre les deux petites plaques dont le vernier m'indiquait l'intervalle, ayant soin que cet intervalle fût assez grand pour que les franges extérieures produites par une des plaques ne se mêlassent pas avec celles de l'autre, et, après avoir mesuré la distance comprise entre les deux bandes obscures du troisième ordre, par exemple, j'en retranchais la largeur de la projection de l'ouverture entre les plaques (que je calculais comme celle de l'ombre géométrique dans la méthode précédente); et, divisant le reste par 2, j'avais la distance du bord de l'ombre géométrique de chaque plaque à sa bande obscure du troisième ordre.

opaque. A la vérité, les franges étant plus larges, les mesures ont dû avoir moins de précision : mais d'abord, en les prenant plusieurs fois, je n'ai remarqué que des variations de trois ou quatre centièmes de millimètre au plus. D'ailleurs, en supposant même, sur cette mesure, une erreur d'un demi-millimètre (erreur impossible), il n'en résulterait qu'une différence de $0^{mm},13$, pour le point situé à 1003^{mm} du corps opaque. Ainsi cette expérience démontre complétement que les franges extérieures suivent dans leur marche de propagation des lignes courbes, dont la convexité est tournée en dehors. N° XXXI

J'ai fait beaucoup d'autres observations du même genre, qui toutes confirment ce résultat singulier. Mais l'expérience que je viens de citer suffit pour mettre hors de doute la courbure sensible des trajectoires suivant lesquelles se propagent les franges extérieures.

18. Ce résultat remarquable paraît très-difficile à concilier avec le système de l'émission; car la manière la plus naturelle d'expliquer les franges extérieures dans ce système serait de supposer que le pinceau de lumière qui vient raser le bord de l'écran éprouve dans son voisinage des dilatations et des condensations alternatives, qui donnent naissance aux bandes obscures et brillantes. Mais alors ces différents faisceaux de pinceaux condensés ou dilatés devraient marcher en ligne droite, après avoir dépassé l'écran : car, si l'on admet dans la théorie newtonienne que les corps peuvent exercer sur les molécules lumineuses des attractions et des répulsions très-énergiques, on n'a jamais supposé cependant que ces forces étendissent leur action à des distances aussi considérables que les dimensions de ces trajectoires, qui présentent une courbure sensible sur plusieurs mètres de longueur : cette nouvelle hypothèse entraînerait une foule de difficultés plus embarrassantes encore que celle dont il s'agit [a].

La marche curviligne des franges ne peut s'expliquer d'une manière satisfaisante que par l'influence mutuelle des rayons lumineux, quelle

---

[a] Voyez N° VII, § 14, note (b).

N° XXVI. que soit la théorie que l'on adopte; c'est le seul moyen de concevoir comment les rayons infléchis ou diffractés dans le voisinage du corps peuvent, sans cesser de se propager en ligne droite, donner naissance à des trajectoires courbes des bandes obscures et brillantes; il suffit en effet pour cela que les différents points dans lesquels ils se fortifient ou s'affaiblissent le plus par leur réunion soient situés sur des lignes courbes, au lieu d'être en lignes droites. C'est ce qui arriverait, par exemple, si les franges extérieures résultaient du concours des rayons directs avec les rayons réfléchis sur le bord de l'écran: car alors les points de *maximum* ou de *minimum* de lumière, à différentes distances de l'écran, seraient situés sur des hyperboles ayant pour foyers le point lumineux et le bord de l'écran, comme il est aisé de le conclure de la loi très-simple de l'influence mutuelle des rayons lumineux. Ce n'est pas, à la vérité, par la seule réunion des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord de l'écran que les franges extérieures sont produites, comme nous le verrons bientôt; une infinité d'autres rayons infléchis près du corps opaque concourent à leur formation; mais leurs trajectoires sont néanmoins des courbes de même nature, et ces bandes obscures et brillantes résultent toujours de l'action mutuelle des rayons lumineux, sans laquelle il serait impossible de concevoir leur marche curviligne. Ainsi, quelque système qu'on adopte, il faut nécessairement admettre une influence mutuelle des rayons lumineux, qui d'ailleurs est si complétement démontrée par les expériences rapportées précédemment, qu'on peut la regarder maintenant comme un des principes les plus certains de l'optique.

19. Il paraît difficile de concevoir un pareil phénomène dans le système de l'émission, où l'on ne peut supposer aucune dépendance entre les mouvements des diverses molécules lumineuses, sans renverser l'hypothèse fondamentale. Il faudrait donc admettre que cette action des rayons lumineux les uns sur les autres n'a point de réalité, n'est qu'apparente; c'est-à-dire, en d'autres termes, que le phénomène se passe seulement dans l'œil, où les chocs successifs des molécules lumineuses contre le nerf optique augmenteraient ou diminueraient

les vibrations déjà commencées, selon qu'ils contrarieraient ou favoriseraient le mouvement de ces vibrations naissantes: c'est ainsi que, quand on veut mettre en branle une cloche pesante, il ne suffit pas de multiplier les impulsions, il faut laisser entre elles un intervalle de temps convenable et régulier, déterminé par la durée des oscillations de la cloche, de telle sorte que l'impulsion conspire toujours avec le mouvement acquis. N° XXXI.

Cette explication ingénieuse, indiquée par M. Young [a] lui-même aux partisans du système de l'émission, présente de grandes difficultés, lorsque, la suivant dans ses conséquences, on la compare avec les faits. Mais nous n'entrerons pas ici dans cette discussion, quelque intérêt qu'elle présente, afin de ne point sortir des bornes qui nous sont prescrites[1]. D'ailleurs les nouveaux phénomènes de diffraction dont nous allons nous occuper maintenant, lesquels nous paraissent décisifs et en contradiction manifeste avec le système de l'émission, rendent en quelque sorte cette discussion superflue.

20. M. Young avait supposé[b], et j'avais pensé aussi après lui (avant de connaître ce qu'il avait publié sur ce sujet), que les franges extérieures sont produites par le concours des rayons directs et des rayons réfléchis sur le bord de l'écran; mais, s'il en était ainsi, le tranchant d'un rasoir, qui présente une si petite surface à la réflexion, devrait produire des franges extérieures beaucoup plus faibles que le dos du rasoir qui réfléchit beaucoup plus de lumière. Or on ne remarque aucune différence d'intensité entre les franges qu'ils donnent, du moins quand on ne les observe pas trop près du rasoir.

Lorsqu'on fait passer les rayons d'un point lumineux à travers une ouverture étroite, d'un demi-millimètre de largeur, par exemple, et d'ailleurs d'une longueur quelconque; si le point lumineux n'est pas

[1] On trouvera cette question traitée avec quelque détail dans le Mémoire sur la diffraction qui va être imprimé dans le Recueil des Mémoires des Savants étrangers.

---

[a] *Supplement to the Encyclopedia britannica*, article *Chromatics*. (Sect. XVI, art. 9.)

[b] On the Theory of Light and Colours. (*Philosoph. Transact.* for 1802.)

N° XXXI. trop près de cette ouverture, on voit toujours, en s'éloignant suffisamment, le faisceau lumineux qui la traverse se dilater sensiblement, et peindre sur le carton blanc, ou au foyer de la loupe dont on se sert pour observer l'ombre de l'écran, une bande brillante beaucoup plus large que la projection conique de cette ouverture[1].

Supposons que les bords soient très-minces, tels que deux tranchants parfaitement effilés, non que cela influe sur le phénomène, mais afin de rendre plus évidente la conséquence qu'on doit en tirer. S'il n'y avait que les rayons qui ont rasé le fil des tranchants qui éprouvassent quelque inflexion, il ne se répandrait dans l'ombre qu'une partie extrêmement petite de la lumière introduite par l'ouverture; les rayons infléchis ne présenteraient ainsi qu'une faible lueur, au milieu de laquelle se détacherait vivement la projection brillante de l'ouverture formée par le pinceau des rayons directs. Or ce n'est point ce qu'on observe, comme nous venons de le dire, lorsque le micromètre et le point lumineux sont l'un et l'autre assez éloignés de l'écran; on voit le faisceau introduit répandre une lumière à peu près uniforme dans un espace beaucoup plus large que la projection de l'ouverture. Nous avons supposé qu'elle était étroite (qu'elle n'avait qu'un demi-millimètre de largeur), pour indiquer une expérience qu'on pût répéter dans une chambre obscure de cinq à six mètres de profondeur; mais, lorsque le point lumineux est à une distance infinie, comme une étoile, on peut toujours obtenir une dilatation semblable du faisceau introduit, avec une ouverture d'une largeur quelconque, en s'en éloignant suffisamment.

21. Il résulte de ces expériences, que les rayons lumineux peuvent être déviés de leur direction primitive par le voisinage d'un écran, non-seulement contre les bords mêmes de l'écran, mais encore à des distances très-sensibles de ces bords.

Suivons maintenant les conséquences de ce principe dans le système de l'émission. Si les molécules lumineuses sont dérangées de leur di-

[1] J'appelle ainsi la projection formée par des lignes droites partant du point lumineux et tangentes aux bords de l'ouverture.

rection primitive par l'influence des corps, en passant à des distances sensibles de leur surface, il faut nécessairement supposer, d'après ce système, que cet effet est produit par des forces attractives ou répulsives qui émanent des corps, et dont la sphère d'activité embrasse les mêmes intervalles, ou bien l'attribuer à de petites atmosphères aussi étendues que ces sphères d'activité, et dont le pouvoir réfringent différerait de celui du milieu environnant. Mais il résulterait également de ces deux hypothèses que l'inflexion des rayons varierait avec la forme, la grosseur ou la nature des bords de l'ouverture, dans l'expérience que nous avons citée : or l'on peut s'assurer par des mesures précises que ces circonstances n'exercent aucune influence appréciable sur le phénomène[1], et que la dilatation des faisceaux lumineux dépend uniquement de la largeur de l'ouverture. *Les phénomènes de la diffraction sont donc inexplicables dans le système de l'émission.* XXXI.

22. Comme cette objection me paraît capitale et décisive, je crois devoir citer encore quelques-unes des expériences qui confirment le principe sur lequel elle est appuyée.

J'ai fait passer un faisceau lumineux entre deux plaques d'acier très-rapprochées, dont les bords verticaux, bien dressés sur toute leur longueur, étaient tranchants dans une moitié, arrondis dans l'autre, et disposés de manière que le bord arrondi d'une des plaques répondait au tranchant de l'autre, et réciproquement. Il en résultait que, le tranchant se trouvant à droite, par exemple, dans la partie supérieure de l'ouverture, était à gauche dans la partie inférieure. Par conséquent, pour peu que la différence d'action des deux bords eût porté les rayons plus d'un côté que de l'autre, je m'en serais aperçu aux positions relatives des parties supérieures et inférieures de l'intervalle brillant du milieu, et surtout à celles des franges qui l'accompagnent, et qui auraient paru brisées dans la partie correspondante au point où le tranchant supérieur s'arrondissait brusquement et où commençait le tranchant inférieur de l'autre plaque. Mais en observant

[1] Du moins tant qu'on n'observe pas les franges très-près de l'écran, ou que la surface rasée par les rayons lumineux n'est pas celle d'un miroir plan trop étendu.

N° XXXI. attentivement ces bandes, je n'ai remarqué aucun point de rupture ni d'inflexion dans toute leur longueur; elles étaient droites et continues, comme lorsque les plaques étaient disposées de manière que les parties de même forme fussent opposées l'une à l'autre.

Plusieurs années auparavant, Malus et M. Berthollet, en faisant des expériences de diffraction avec des plaques composées de deux parties de natures différentes, l'une d'ivoire et l'autre de métal, par exemple, avaient reconnu, d'après la position des franges, que les effets diffractifs des diverses matières étaient les mêmes; et quoique les observations de ces savants célèbres ne pussent pas avoir tout à fait autant de précision que les mesures qu'on obtient à l'aide du micromètre, par le procédé nouveau que j'ai indiqué, elles suffisaient néanmoins pour démontrer que, si la différence de nature des substances avait quelque influence inaperçue sur la déviation des rayons, cette influence était beaucoup plus faible que celle qu'on aurait dû attendre de la grande différence de pouvoir réfringent et réfléchissant des substances employées, en attribuant l'inflexion de la lumière à des forces attractives ou répulsives qu'elles exerceraient sur les molécules lumineuses.

23. Je citerai encore une expérience par laquelle j'ai prouvé jusqu'à l'évidence que la masse et la nature des bords de l'écran n'exercent aucune influence appréciable sur la déviation des rayons lumineux.

J'ai recouvert une glace non étamée d'une couche d'encre de Chine unie à une feuille mince de papier, formant ensemble une épaisseur d'un dixième de millimètre; avec la pointe d'un canif j'ai tracé deux lignes parallèles, et j'ai enlevé soigneusement, entre ces deux traits, le papier et l'encre de Chine qui adhérait à la surface du verre. J'ai mesuré cette ouverture au micromètre, et j'en ai formé une de même largeur, en rapprochant l'un de l'autre deux cylindres de cuivre massif, qui avaient à peu près un centimètre et demi de diamètre; ils étaient placés à côté de la glace noircie, et à même distance du point lumineux. En observant et mesurant au micromètre la dilatation du faisceau lumineux introduit par ces deux ouvertures, je l'ai trouvée absolument la même de part et d'autre. Cependant, quant à la masse et à la na-

ture des bords de l'ouverture, il serait difficile d'imaginer des circonstances plus dissemblables : dans l'un des cas la diffraction était produite par les bords d'une simple couche d'encre de Chine unie à une feuille mince de papier, puisque la glace sur laquelle elles étaient appliquées s'étendait à l'ouverture comme au reste de l'écran; dans l'autre, la lumière était infléchie par deux cylindres de cuivre, qui présentaient aux rayons des masses et des surfaces considérables. N° XXXI

Il est donc bien prouvé que la nature des corps ainsi que leur masse ou l'épaisseur de leurs bords n'ont aucune influence sensible sur la déviation des rayons lumineux qui passent dans leur voisinage, et il est également évident que ce fait remarquable ne saurait se concilier avec le système de l'émission.

La théorie des ondulations, au contraire, en donne l'explication, et fournit même les moyens de calculer tous les phénomènes de la diffraction; et les résultats du calcul s'accordent très-bien avec les observations, comme on peut le voir dans l'extrait du Mémoire sur la diffraction, publié dans le tome XI des Annales de chimie et de physique [a].

Je n'entreprendrai pas ici d'exposer en detail les raisonnements et les calculs qui conduisent aux formules générales dont je me suis servi pour déterminer la position des franges et l'intensité des rayons infléchis; mais je crois nécessaire de donner au moins une idée nette des principes sur lesquels repose cette théorie, et particulièrement du principe des *interférences* [1], qui explique l'influence mutuelle que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres.

Ce phénomène singulier, si difficile à expliquer d'une manière satisfaisante dans le système de l'émission, est au contraire une conséquence si naturelle de la théorie des ondulations, qu'elle aurait pu l'annoncer d'avance. Tout le monde a remarqué, en jetant des pierres dans une eau tranquille, que, lorsque deux groupes d'ondes se croi-

[1] C'est le nom que lui a donné M. Young, qui en a fait tant d'applications ingénieuses, et l'a introduit le premier dans l'optique.

---

[a] Voyez N° XIV.

Nº XXVI. sent sur sa surface, il y a des points de rencontre où elle reste immobile, quand les deux systèmes d'ondes sont à peu près de même force, tandis qu'il en est d'autres où les ondes se renflent par leur réunion. La raison en est facile à concevoir. Le mouvement ondulatoire de la surface de l'eau consiste dans des mouvements verticaux, qui élèvent et abaissent alternativement les molécules du liquide. Or, par l'effet même du croisement des ondes, il arrive que, dans certains points de rencontre, une des deux ondes apporte un mouvement ascensionnel, tandis que l'autre tend au même instant à abaisser la surface du liquide; lorsque les deux impulsions sont égales, il ne peut donc obéir à l'une plutôt qu'à l'autre et doit rester en repos. Au contraire, dans les points de rencontre où les mouvements conspirent, où ils sont constamment d'accord, le liquide, poussé dans le même sens par les deux ondes, s'élève ou s'abaisse avec une vitesse égale à la somme des deux impulsions qu'il a reçues, ou au double d'une d'elles, pour le cas particulier que nous considérons, puisque nous supposons les deux ondes de même intensité. Entre ces points d'un accord parfait et d'une opposition complète, qui présentent, les uns l'absence totale de mouvement, et les autres, au contraire, le maximum d'oscillation du liquide, il est une infinité d'autres points intermédiaires, où le balancement ondulatoire s'exécute avec plus ou moins d'énergie, selon qu'ils se rapprochent davantage de l'accord parfait ou de l'opposition complète des deux mouvements qui s'y rencontrent.

24. Les ondes qui se propagent dans l'intérieur d'un fluide élastique, quoique bien différentes par leur nature de celles dont nous venons de parler, produisent des résultats mécaniques tout à fait analogues dans leurs interférences, dès qu'elles communiquent aux molécules du fluide des mouvements oscillatoires. En effet il suffit que ces mouvements soient oscillatoires, c'est-à-dire portent les molécules alternativement dans deux sens opposés, pour que l'effet d'une série d'ondes puisse être détruit par celui d'une autre série de même intensité; car, dès que la différence de marche entre les deux groupes d'ondes sera telle que, pour chaque point du fluide, les mou-

vements dans un sens du premier correspondront aux mouvements en sens opposé du second, ils se neutraliseront mutuellement, s'ils sont d'égale intensité, et les molécules du fluide resteront en repos. Ce résultat a toujours lieu, quelle que soit d'ailleurs la direction du mouvement oscillatoire par rapport à celle suivant laquelle les ondes se propagent, pourvu que celle-là soit la même dans les deux systèmes d'ondes. Ainsi, par exemple, dans les ondes qui se forment sur la surface d'un liquide, l'oscillation se fait verticalement, tandis que les ondes se propagent horizontalement, et par conséquent suivant une direction perpendiculaire à la première; dans les ondes sonores, au contraire, le mouvement oscillatoire est parallèle à la direction de propagation; et celles-ci, comme les autres, sont soumises à la loi d'interférence. N° XXXI.

Nous venons de parler, d'une manière générale, des ondes qui peuvent se former dans l'intérieur d'un fluide : pour se faire une idée nette de leur mode de propagation, il faut remarquer que, lorsque le fluide a dans tous les sens la même densité et la même élasticité, l'ébranlement produit en un point doit se propager de tous les côtés avec la même vitesse; car cette vitesse de propagation (qu'il ne faut pas confondre avec la vitesse absolue des molécules) dépend uniquement de la densité et de l'élasticité du fluide. Il résulte de là que tous les points ébranlés au même instant doivent se trouver sur une surface sphérique, ayant pour centre l'origine de l'ébranlement: ainsi ces ondes sont sphériques, tandis que celles qu'on observe à la surface d'un liquide sont simplement circulaires.

25. On appelle *rayons* les lignes droites menées du centre d'ébranlement aux différents points de cette surface sphérique; ce sont les directions suivant lesquelles le mouvement se propage. Voilà ce qu'on entend par *rayons sonores*, dans l'acoustique, et par *rayons lumineux*, dans le système où l'on attribue la production de la lumière aux vibrations d'un fluide universel, auquel on a donné le nom d'*éther*.

La nature des différents mouvements élémentaires dont se compose chaque onde dépend de la nature des différents mouvements qui

N° XXXI. composent l'ébranlement primitif. L'hypothèse la plus simple à faire sur la formation des ondes lumineuses, c'est que les petites oscillations des molécules des corps qui les produisent sont analogues à celles d'un pendule qu'on a un peu écarté de sa position d'équilibre; car il faut concevoir les molécules des corps, non pas comme fixées d'une manière inébranlable dans les positions qu'elles occupent, mais comme suspendues par des forces qui se font équilibre en tous sens : or, quelle que soit la nature de pareilles forces qui maintiennent les molécules dans cette situation, tant que les molécules ne sont écartées de leur position d'équilibre que d'une quantité très-petite par rapport à la sphère d'activité de ces forces, la force accélératrice qui tend à les y ramener, et qui par cela même les fait osciller de part et d'autre du point d'équilibre, peut être regardée comme sensiblement proportionnelle à l'écartement; ce qui rentre précisément dans la loi des petites oscillations du pendule, et de toutes les petites oscillations en général. Cette hypothèse, indiquée par l'analogie, et la plus simple qu'on puisse faire sur les vibrations des particules éclairantes, doit conduire à des résultats exacts, puisqu'on ne remarque pas que les propriétés optiques de la lumière varient avec les circonstances qui semblent devoir apporter le plus de différence dans l'énergie de ces vibrations.

26. Il résulte de cette hypothèse des petites oscillations que la vitesse qui anime la molécule vibrante à chaque instant est proportionnelle au sinus du temps, compté à partir de l'origine du mouvement, en prenant pour la circonférence le temps que la molécule met à revenir au point de départ, c'est-à-dire la durée de deux oscillations, l'une dans un sens et l'autre en sens contraire. Telle est la loi d'après laquelle j'ai calculé les formules qui servent à déterminer la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes dont les intensités et les positions relatives sont données[1].

[1] On trouvera ces formules et le détail des calculs dans le Mémoire sur la diffraction déjà cité, pages 254, 255 et 256 du tome XI des Annales de chimie et de physique[a].

[a] N° XIV, § 35 à 42.

Sans entrer dans les détails de ces calculs, je crois nécessaire de faire voir comment la nature de l'onde dépend du genre de mouvement de la particule vibrante. N° XXXI.

Concevons dans le fluide un petit plan solide qu'on a écarté de sa position primitive, à laquelle il est ramené par une force proportionnelle à l'écartement. Au commencement de son mouvement la force accélératrice ne lui imprime qu'une vitesse infiniment petite; mais son action continuant, ses effets s'ajoutent, et la vitesse du plan solide va toujours en croissant, jusqu'au moment où il arrive à la position d'équilibre, dans laquelle il resterait s'il n'avait une vitesse acquise; c'est en raison de cette vitesse qu'il dépasse le point d'équilibre. La même force, qui tend à l'y ramener, et qui agit alors en sens contraire du mouvement acquis, diminue sans cesse la vitesse, jusqu'à ce qu'elle soit réduite à zéro; alors son action continuant produit une vitesse en sens contraire, qui ramène le mobile vers sa position d'équilibre. Cette vitesse, presque nulle au commencement du retour, croît par les mêmes degrés qu'elle avait diminué, jusqu'à l'instant où le mobile arrive au point d'équilibre, qu'il dépasse en vertu du mouvement acquis; mais, à partir de ce point, le mouvement diminue sans cesse par l'effet de la force qui tend à y ramener le mobile, et sa vitesse est réduite à zéro quand il atteint son point de départ. Alors, il recommence, avec les mêmes périodes, les mouvements que nous venons de décrire, et continuerait à osciller indéfiniment, sans la résistance du fluide qui l'entoure, dont l'inertie diminue progressivement l'amplitude de ses oscillations, et finit par les éteindre tout à fait au bout d'un temps plus ou moins long.

Voyons maintenant de quelle manière le fluide est ébranlé par ces oscillations du plan solide. La couche immédiatement en contact, poussée par ce plan, prend à chaque instant la vitesse dont il est animé et la communique à la couche suivante, qu'elle pousse à son tour, et d'où ce mouvement passe successivement dans toutes les couches du fluide; mais cette transmission du mouvement ne se fait pas d'une manière instantanée, et ce n'est qu'au bout d'un certain

N° XXXI. temps qu'il arrive à une distance déterminée du centre d'ébranlement. Ce temps est d'autant plus court que le fluide a moins de densité et plus de force élastique, c'est-à-dire que ses molécules se repoussent les unes les autres avec plus d'énergie. Cela posé, prenons, pour fixer les idées, l'instant où le plan solide est retourné au point de départ, après avoir exécuté deux oscillations en sens opposés : alors la vitesse qu'il avait au premier moment, et qui était sensiblement nulle, se trouve, à l'instant que nous considérons, transmise à une tranche du fluide éloignée du centre d'ébranlement d'une quantité que nous représenterons par d. Immédiatement après, la vitesse du plan solide, qui a un peu augmenté, s'est communiquée à la tranche en contact : de celle-ci elle est passée successivement par toutes les tranches suivantes; et, au moment où le premier ébranlement parvient à la tranche située à la distance d, le second arrive dans la tranche immédiatement précédente. En continuant à diviser par la pensée la durée des deux oscillations du plan solide en une infinité de petits intervalles de temps, et le fluide compris dans la longueur d en un même nombre de tranches correspondantes infiniment minces, il est aisé de voir, par le même raisonnement, que les différentes vitesses du plan mobile, à chacun de ces instants, se trouvent maintenant distribuées dans les tranches correspondantes; et qu'ainsi, par exemple, la vitesse dont le plan solide était animé au milieu de la première oscillation doit être parvenue, à l'instant que nous considérons, à la distance $\frac{3}{4}d$: c'est donc la couche située à cette distance qui est animée en cet instant du maximum de vitesse en avant[1] : de même quand le plan est arrivé à

[1] Je suppose que les oscillations de ce plan ont assez peu d'amplitude par rapport à la longueur d, pour qu'on puisse faire abstraction des petits déplacements du plan dans le calcul des distances où sont parvenues les impulsions successives qu'il a communiquées au fluide. Cette hypothèse est très-fondée, parce qu'il y a tout lieu de penser que les plus grandes vibrations des particules incandescentes sont extrêmement petites par rapport à la longueur d'une ondulation lumineuse, qui, quoique très-petite aussi, est cependant une quantité appréciable et qu'on peut mesurer. D'ailleurs, quand même l'amplitude de ces oscillations ne serait pas négligeable devant une longueur d'ondulation, il suffirait de considérer une onde suffisamment éloignée du centre

la limite de sa première oscillation, sa vitesse était nulle, et cette absence de mouvement doit se retrouver dans la tranche située à la distance $\frac{1}{2}d$. Par sa seconde oscillation le plan retournant sur ses pas doit donner à la tranche de fluide en contact, et successivement aux autres, des mouvements contraires à ceux de la première oscillation : car lorsque le plan recule, la tranche en contact, poussée contre ce plan par l'élasticité ou la force expansive du fluide, le suit nécessairement et remplit le vide que son mouvement rétrograde tend à produire. Par la même raison, la tranche suivante se porte vers la première, la troisième vers la seconde, et ainsi de suite. Voilà comment le mouvement rétrograde se communique de proche en proche jusqu'aux tranches les plus éloignées. Sa propagation s'exécute suivant la même loi que celle du mouvement en avant : il n'y a de différence que dans le sens des mouvements, ou, en langage mathématique, que dans le signe des vitesses qu'ils impriment aux molécules du fluide. On voit donc que les différentes vitesses qui ont animé le plan solide, pendant sa seconde oscillation, doivent animer, au moment que nous considérons, les diverses tranches comprises entre le milieu de la distance d et le centre d'ébranlement. Elles sont égales à celles des tranches comprises dans l'autre moitié de d, mais de signe contraire. Ainsi, par exemple, la vitesse que le plan avait au milieu de sa seconde oscillation, qui est son maximum de vitesse rétrograde, doit se trouver maintenant dans la tranche fluide située à $\frac{1}{4}$ de d du centre d'ébranlement, tandis que le maximum de vitesse en avant anime, au même instant, la tranche qui est à $\frac{3}{4}$ de d du centre d'ébranlement. N° XXXI

L'étendue de fluide ébranlée par deux oscillations en sens contraires du plan solide est ce que nous appellerons *ondulation entière*, et nous donnerons en conséquence le nom de *demi-ondulation* à chacune des moitiés ébranlées par ces oscillations opposées, dont l'ensemble pourrait être nommé *oscillation complète*, puisqu'il comprend le retour du

d'ébranlement pour pouvoir compter les distances à partir de ce centre, en faisant abstraction des petits déplacements de la particule vibrante.

N° XXVI. plan vibrant au point de départ. On voit que les deux demi-ondulations qui composent l'ondulation complète présentent, dans les tranches fluides qu'elles embrassent, des vitesses absolument pareilles, quant à la grandeur, mais qui sont de signes contraires, c'est-à-dire qui portent les molécules du fluide dans des sens opposés. Ces vitesses sont à leur maximum au milieu de chacune de ces demi-ondulations, et décroissent graduellement jusqu'à leurs extrémités, où elles se réduisent à zéro; ainsi les points de repos et de plus grande vitesse positive ou négative sont séparés par des intervalles d'un quart d'ondulation.

La longueur *d* d'une ondulation dépend de deux choses : 1° de la promptitude avec laquelle le mouvement se propage dans le fluide: 2° de la durée de l'oscillation complète du plan vibrant; car, plus sa durée sera longue et la propagation du mouvement rapide, plus le premier ébranlement sera loin du plan solide au moment où celui-ci reviendra à son point de départ. Si les oscillations s'exécutent dans le même milieu, la promptitude de propagation restant la même, la longueur des ondulations sera seulement proportionnelle à la durée des oscillations des particules vibrantes qui leur donnent naissance. Lorsque les particules vibrantes restent soumises aux mêmes forces, la mécanique démontre que chacune de leurs petites oscillations a toujours la même durée, quelle que soit son amplitude : ainsi les ondulations correspondantes auront dans ce cas la même longueur; elles ne différeront que par l'énergie plus ou moins grande des oscillations des tranches fluides, dont l'amplitude sera proportionnelle à celle des oscillations des particules éclairantes; car on voit, d'après ce qui vient d'être dit, que chaque tranche du fluide répète tous les mouvements de la molécule vibrante. L'amplitude plus ou moins grande des oscillations des tranches du fluide détermine le degré de vitesse absolue avec laquelle elles se meuvent, et par conséquent l'énergie, mais non pas la nature de la sensation, qui doit dépendre, d'après toutes les analogies, de la durée de ces oscillations. C'est ainsi que la nature des sons que l'air transmet à notre oreille tient uniquement à la durée de

chacune des oscillations exécutées par l'air ou le corps sonore qui le met en vibration, et que le plus ou moins d'amplitude ou d'énergie de ces oscillations ne fait qu'augmenter ou diminuer l'intensité du son, sans changer sa nature, c'est-à-dire *le ton*. N° XXXI

L'intensité de la lumière dépendra donc de l'intensité des vibrations de l'éther; et sa nature, c'est-à-dire la sensation de couleur qu'elle produit, dépendra de la durée de chaque oscillation, ou de la longueur d'ondulation, puisque celle-ci est proportionnelle à celle-là.

La durée d'oscillation restant la même, la vitesse absolue des molécules éthérées, aux époques correspondantes du mouvement oscillatoire, est, comme nous venons de le dire, proportionnelle à son amplitude[1]. C'est le carré de cette vitesse multiplié par la densité du fluide qui représente ce qu'on appelle la force vive en mécanique, et qu'on doit prendre pour la mesure de la sensation produite ou de l'intensité de la lumière: ainsi, par exemple, si dans le même milieu les amplitudes d'oscillation sont doublées, les vitesses absolues le seront aussi, et la force vive ou l'intensité de la lumière sera quadruplée.

A mesure que l'onde s'éloigne du centre d'ébranlement, le mouvement, se répandant sur une plus grande étendue, doit s'affaiblir dans chaque point de l'onde. Le calcul démontre que l'affaiblissement du mouvement oscillatoire, ou la diminution de la vitesse absolue des molécules du fluide, est proportionnelle à la distance au centre d'é-

[1] Il ne faut pas confondre cette vitesse absolue des molécules du fluide avec la vitesse de propagation de l'ébranlement. La première varie selon l'amplitude des oscillations; la seconde, qui n'est autre chose que la promptitude avec laquelle le mouvement se communique d'une tranche à une autre, est indépendante de l'intensité des vibrations. C'est pour cela qu'un son faible parcourt l'air avec la même vitesse qu'un son fort, et que la lumière la moins intense se propage avec la même rapidité que la lumière la plus vive. Quand on parle de *la vitesse de la lumière*, on entend toujours sa vitesse de propagation. Ainsi quand on dit que la lumière parcourt soixante et dix mille lieues par seconde, cela ne signifie pas, dans le système des ondulations, que telle est la vitesse absolue des molécules éthérées, mais que le mouvement imprimé à l'éther n'emploie qu'une seconde à passer dans une tranche éloignée de soixante et dix mille lieues de la première.

N° XXXI. branlement. Par conséquent, le carré de cette vitesse est en raison inverse du carré de cette distance; ainsi l'intensité de la lumière doit décroître proportionnellement au carré de la distance au point lumineux. Il est à remarquer que, par cela même, la somme des forces vives comprise dans l'onde reste constante; car, d'une part, sa longueur d d'ondulation (qu'on pourrait appeler son épaisseur) ne change pas; et, d'un autre côté, son étendue en superficie augmentant en raison du carré de la distance au centre d'ébranlement, la quantité, ou la masse de fluide ébranlée par l'onde, est proportionnelle au carré de cette distance. Or, comme les carrés des vitesses absolues ont précisément diminué dans le même rapport que les masses ont augmenté, il s'ensuit que la somme des produits des masses par les carrés des vitesses, c'est-à-dire la somme des forces vives, reste constante. C'est un principe général du mouvement des fluides élastiques que, de quelque façon que l'ébranlement s'étende ou se subdivise, la somme totale des forces vives reste constante. Et voilà principalement pourquoi la force vive doit être considérée comme la mesure de la lumière, dont la quantité totale reste toujours à très-peu près la même, tant qu'elle ne traverse du moins que des milieux bien transparents[1].

Pour nous faire une idée nette de la manière dont les oscillations d'un petit corps solide font naître des ondulations dans un fluide élastique, nous n'avons eu besoin que de considérer une oscillation complète du plan solide, qui produit une ondulation entière. Si, au lieu de nous arrêter à cette première oscillation complète, nous attendons

[1] Les corps noirs, et même les surfaces métalliques les plus brillantes, ne réfléchissent pas à beaucoup près la totalité de la lumière qui tombe sur leur surface : les corps imparfaitement transparents, et même les plus diaphanes, quand ils sont assez épais, absorbent aussi (pour me servir de l'expression usitée) une quantité notable de la lumière incidente; mais il n'en faut pas conclure que le principe de la conservation des forces vives n'est plus applicable à ces phénomènes; il résulte au contraire de l'idée la plus probable qu'on puisse se faire sur la constitution mécanique des corps, que la somme des forces vives doit toujours rester la même (tant que les forces accélératrices qui tendent à ramener les molécules à leur position d'équilibre n'ont pas changé d'intensité), et que la quantité de forces vives qui disparaît comme lumière est reproduite en chaleur.

que le plan solide ait exécuté un grand nombre d'autres oscillations, N° XXXI.
alors, au lieu d'une seule onde, le fluide en contiendra un nombre égal à celui des oscillations complètes : ces ondes se suivront régulièrement et sans interruption, si les oscillations de la particule vibrante se sont elles-mêmes succédé avec régularité. Cette suite régulière et non interrompue d'ondes lumineuses est ce que j'appelle un *système d'ondes*.

27. Il est naturel de supposer, à cause de la prodigieuse rapidité des vibrations lumineuses, que les particules éclairantes peuvent exécuter un très-grand nombre d'oscillations régulières dans chacune des diverses circonstances mécaniques où elles se trouvent pendant la combustion ou l'incandescence du corps lumineux, quoique ces circonstances variables se succèdent sans doute avec une promptitude extrême : car la millionième partie d'une seconde suffit à la production de 545 millions d'ondulations de lumière jaune, par exemple ; ainsi les perturbations mécaniques qui dérangent la succession régulière des vibrations des particules éclairantes, ou même en changent la nature, se répéteraient à chaque millionième de seconde, qu'il pourrait encore s'exécuter dans les intervalles plus de 500 millions d'ondulations régulières et consécutives. Cette observation va nous servir bientôt à déterminer les circonstances dans lesquelles les interférences des ondes lumineuses doivent présenter des effets sensibles.

Nous avons vu que chaque onde produite par un mouvement oscillatoire était composée de deux demi-ondulations, qui imprimaient aux molécules du fluide des vitesses absolument pareilles quant à leur intensité, mais opposées quant au signe et au sens du mouvement. Supposons d'abord que deux ondes entières, marchant dans le même sens et la même direction, diffèrent d'une demi-ondulation dans leur marche : alors elles ne se superposeront que sur une moitié de leur longueur[1] ; il n'y aura interférence qu'entre la seconde moitié de

[1] C'est ce qu'on entend ordinairement par largeur de l'onde, quand on parle des ondes qui se forment à la surface d'un liquide. Mais j'appelle ici longueur de l'onde ou longueur d'ondulation l'intervalle compris entre le premier et le dernier point ébranlé dans le fluide par une oscillation complète de la particule vibrante.

N° XXXI l'onde la plus avancée et la première moitié de l'autre. Si ces deux demi-ondes sont d'égale intensité, comme elles apportent aux mêmes points de l'éther des impulsions directement opposées, elles se neutraliseront mutuellement, et le mouvement se trouvera détruit dans cette partie du fluide; mais il subsistera sans altération dans les deux autres demi-ondulations. Ainsi il n'y aurait que la moitié du mouvement de détruite.

Maintenant supposons que chacune de ces deux ondes, qui diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation, soit précédée et suivie d'un grand nombre d'autres ondes semblables; alors, au lieu de l'interférence de deux ondes isolées, nous aurons à considérer l'interférence de deux systèmes d'ondes. Je les suppose pareils quant au nombre des ondes qu'ils contiennent et à leur intensité. Puisque, par hypothèse, ils diffèrent d'une demi-ondulation dans leur marche, les demi-ondes de l'un, qui tendent à pousser les molécules de l'éther dans un sens, coïncident avec les demi-ondes de l'autre, qui tendent à les pousser en sens contraire, et elles se font équilibre; en sorte que le mouvement se trouve détruit dans toute l'étendue des deux systèmes d'ondes, excepté les deux demi-ondes extrêmes, qui échappent à l'interférence[1]. Mais comme elles ne sont qu'une très-petite partie de ces systèmes d'ondes, on voit que la presque totalité du mouvement est anéantie.

[1] Il est clair que ce raisonnement n'est applicable qu'à des systèmes composés d'ondes de même longueur; car si les ondes de l'un étaient plus longues que celles de l'autre, quelque petite que fût d'ailleurs la différence, il arriverait que la position relative des ondes ne serait pas la même dans toute l'étendue des deux groupes, et que, tandis que les premières ondes se contrarieraient presque complétement, les ondes suivantes ne seraient plus en discordance complète, et finiraient même par se trouver d'accord un peu plus loin; d'où résulterait une succession de vibrations faibles et fortes analogues aux battements que fait entendre la consonnance de deux notes peu différentes; mais ces alternatives de lumière faible et forte, se succédant avec une rapidité prodigieuse, ne produiraient sur l'œil qu'une sensation continue[a].

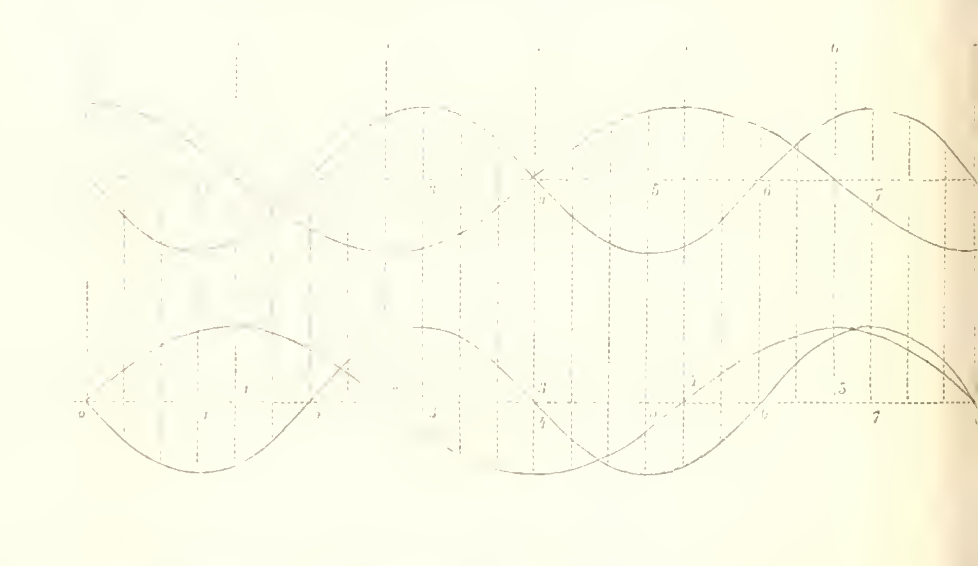
[a] On a retrouvé dans les papiers de Fresnel un dessin ayant pour objet de représenter géométriquement les effets de l'interférence d'une onde rouge avec une onde bleue. Nous le reproduisons en appendice à la suite du présent article.

AP

Ce dessin au crayon s'est trouvé dans les papiers d'
Il se rattache natu

INTERFÉRENCE D'UNE ONDE BLEUE DE

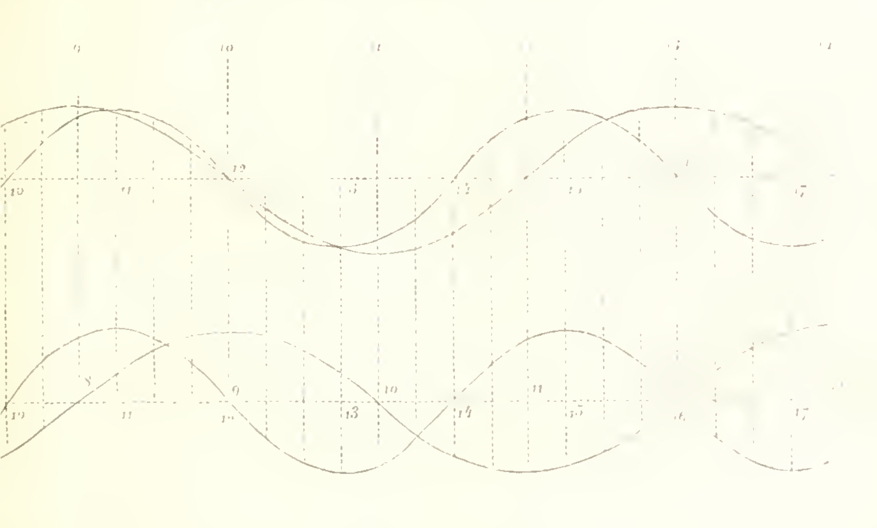
NOTE. Dans les calculs de ce genre d'interférence, il faut prendre des longueurs d'ondu
assez petit d'ondulations tout se retrouve comme au point de départ. Quant à ce point de dépa



, sans autre explication que celle qui le precède.
note (a). p. 46.

VEC UNE ONDE ROUGE DE $0^{mm},000633$.

rapports simples, comme 3 à 4, — 5 à 6, — 6 à 7, etc. afin qu'au bout d'un nombre
différence de marche quelconque.



Il est extrêmement probable que le seul choc d'une demi-ondulation lumineuse ou même d'une ondulation entière ne suffit pas pour ébranler les particules du nerf optique, comme une seule onde sonore ne suffit pas pour mettre en vibration les corps qui peuvent vibrer à son unisson. C'est la succession de ces ondes qui, par l'addition de leurs petits effets partiels, fait enfin osciller le corps sonore d'une manière sensible, de même que la succession régulière de chocs peu considérables finit par mettre en branle la cloche la plus pesante. En appliquant à la vision cette idée mécanique, la plus naturelle et la plus conforme à toutes les analogies, on conçoit que les deux demi-ondes restantes, dont nous venons de parler, ne peuvent affecter la rétine d'une manière sensible, et que la réunion des deux systèmes d'ondes doit produire alors l'effet d'une obscurité complète. X XXXI

Si l'on retarde d'une demi-ondulation celui des deux systèmes d'ondes qui se trouve déjà en arrière de cette quantité, la différence de marche étant d'une ondulation entière, la coïncidence entre les mouvements des deux groupes d'ondes se trouve rétablie, et les vitesses d'oscillation s'ajoutent dans tous les points où ils se superposent. L'intensité de la lumière est alors à son maximum.

Si l'on retarde encore d'une demi-ondulation le même système d'ondes, la différence de marche étant d'une ondulation et demie, on voit que la superposition a lieu entre les demi-ondes des deux systèmes qui apportent des mouvements contraires, comme dans le premier cas, et qu'en conséquence toutes les ondes dont ils se composent doivent se neutraliser mutuellement, excepté les trois demi-ondes de chaque extrémité, qui échappent à l'interférence. Ainsi la presque totalité du mouvement est encore détruite, et la réunion des deux faisceaux de lumière doit produire l'obscurité, comme dans le premier cas.

En continuant d'augmenter successivement, et d'une demi-ondulation chaque fois, la différence de marche des deux systèmes d'ondes, on aura alternativement l'obscurité complète [1], et la lumière portée à

[1] Nous supposons toujours que les deux systèmes d'ondes ont la même intensité; si les oscillations de l'un étaient moins énergiques que celles de l'autre, elles ne pour-

N° XXXI. son maximum, selon que la différence de marche sera un nombre impair ou un nombre pair de demi-ondulations. Telles sont les conséquences du principe de l'interférence des ondes, qui s'accordent parfaitement, comme on voit, avec la loi de l'influence mutuelle des rayons lumineux donnée par l'expérience; car l'énoncé devient absolument le même, en appelant *longueur d'ondulation* la différence des chemins parcourus que nous avions représentée par d. Ainsi, en admettant, comme tout porte à le croire, que la lumière consiste dans les vibrations d'un fluide subtil, la période d, après laquelle les mêmes effets d'interférence se répètent, sera la longueur d'ondulation.

28. On a vu, d'après le tableau que nous avons donné plus haut pour les sept principales espèces de rayons colorés, que cette période d, ou la longueur d'ondulation, varie beaucoup d'une couleur à l'autre, et que, pour les rayons rouges extrêmes, par exemple, elle est une fois et demie celle des rayons violets situés à l'autre extrémité du spectre solaire.

On conçoit que le nombre des ondulations diverses ne se borne pas aux sept principales indiquées dans ce tableau, et qu'il doit y en avoir une foule d'autres entre elles, et au delà des rayons rouges comme des rayons violets: car les particules pondérables dont les oscillations les produisent doivent être soumises à des forces infiniment variées dans la combustion ou l'incandescence des corps qui mettent l'éther en vibration : or c'est de l'énergie de ces forces que dépend la durée de chaque oscillation, et en conséquence la longueur des ondulations qu'elle fait naître.

Toutes les ondulations comprises entre les longueurs extrêmes $0^{mm},000423$ et $0^{mm},000620$ sont visibles, c'est-à-dire capables de

raient plus les détruire entièrement. Les vitesses d'oscillation de l'un devraient encore se retrancher de celles de l'autre, puisqu'elles poussent les molécules de l'éther en sens contraires; mais les restes ne seraient plus nuls, et donneraient seulement des vitesses résultantes plus petites que celles du faisceau lumineux le plus intense. Ainsi il y aurait encore dans ce cas diminution de lumière par l'addition du second faisceau lumineux; mais cette diminution serait d'autant moins sensible qu'il serait plus faible relativement à l'autre.

faire vibrer le nerf optique : les autres ne deviennent sensibles que par N° XXXI.
leur chaleur ou les effets chimiques qu'elles déterminent.

Nous venons de remarquer que lorsque deux systèmes d'ondes diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation, deux demi-ondes échappent à l'interférence : qu'il y en a six, ou trois ondes, lorsque la différence de marche est de trois demi-ondulations, etc. c'est-à-dire qu'en général le nombre des ondes qui échappent à l'interférence est égal au nombre de demi-ondulations qui séparent les points correspondants des deux systèmes d'ondes. Tant que ce nombre est très-petit par rapport à celui des ondes que contient chaque système, la presque totalité du mouvement étant détruite il doit en résulter de l'obscurité, comme dans le premier cas de discordance complète. Mais on conçoit qu'en augmentant toujours la différence de marche, les ondulations soustraites à l'interférence deviendront une portion notable de chaque groupe d'ondes, et qu'enfin cette différence peut même être telle que les deux groupes d'ondes soient entièrement séparés, auquel cas les phénomènes de l'influence mutuelle des rayons lumineux cesseront tout à fait d'avoir lieu. Si, par exemple, les groupes d'ondes n'en contenaient généralement que mille, une différence de marche d'un millimètre serait plus que suffisante pour empêcher les effets d'interférence de toutes les espèces de rayons lumineux.

29. Mais une autre cause s'oppose beaucoup plus tôt à ce qu'on aperçoive les effets de l'influence mutuelle des systèmes d'ondes dont la différence de marche est un peu grande : c'est l'impossibilité de rendre la lumière suffisamment homogène ; car la lumière la mieux simplifiée se compose encore d'une infinité de rayons hétérogènes qui n'ont pas exactement la même longueur d'ondulation, et quelque légère que soit cette différence, quand elle est répétée un assez grand nombre de fois, elle produit nécessairement, ainsi que nous l'avons déjà remarqué, une opposition entre les modes d'interférence des divers rayons, qui compense alors l'affaiblissement des uns par le renforcement des autres. Voilà sans doute la principale raison pour laquelle les effets de l'influence mutuelle des rayons lumineux deviennent insensibles lorsque

X XXXI. leur différence de marche est trop considérable et surpasse seulement 50 ou 60 fois la longueur d'ondulation [a].

30. Nous avons encore énoncé, comme une des conditions nécessaires à l'apparition des phénomènes d'interférence, que les rayons qui se réunissent soient partis d'une source commune : il est aisé de s'en rendre raison à l'aide de la théorie que nous venons d'exposer.

Tout système d'ondes qui en rencontre un autre exerce toujours sur lui la même influence quand leurs positions relatives sont les mêmes, soit qu'ils émanent d'une source commune ou de sources différentes; car il est clair que les raisonnements par lesquels nous avons expliqué leur influence mutuelle sont également applicables aux deux cas. Mais il ne suffit pas que cette influence existe pour qu'elle soit sensible à nos yeux; il faut encore que ses effets soient permanents. Or c'est ce qui ne peut avoir lieu lorsque les deux systèmes d'ondes qui interfèrent émanent de sources différentes. En effet, ainsi que nous l'avons déjà remarqué, les particules des corps éclairants, dont les vibrations ébranlent l'éther et produisent la lumière, doivent éprouver de très-fréquentes perturbations dans leurs oscillations, en raison des changements rapides qui s'opèrent autour d'elles, ce qui peut très-bien se concilier néanmoins, comme on l'a vu, avec l'émission régulière d'un grand nombre d'ondulations dans chacune des séries séparées par ces perturbations. Cela posé, on ne peut admettre que ces perturbations s'opèrent simultanément et de la même manière dans des particules séparées et indépendantes; en sorte qu'il arrivera, par exemple, que les oscillations de l'une seront retardées d'une demi-

[a] On sait que MM. Fizeau et Foucault sont parvenus à observer les interférences de rayons qui présentaient l'un par rapport à l'autre une différence de marche de sept mille ondulations. (Voyez *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXVI, p. 138.) Dans ces derniers temps, en faisant usage de la lumière jaune de l'alcool salé, M. Fizeau est même parvenu à porter ce nombre jusqu'à cinquante mille. (*Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LXVI, p. 429.) (E. Verdet.)

oscillation complète, tandis que celles de l'autre se continueront sans interruption, ou seront retardées d'une oscillation entière, ce qui changera du tout au tout les effets de l'interférence des deux systèmes d'ondes qu'elles produisent, puisque, s'il y avait accord parfait entre leurs mouvements dans le premier cas, il y aura discordance complète dans le second. Or ces effets opposés se succédant avec une rapidité extrême ne produiront sur l'œil qu'une sensation continue, qui sera moyenne entre les sensations plus ou moins vives qu'ils excitent, et restera constante, quelle que soit la différence des chemins parcourus. N° XXXI.

Il n'en est pas de même lorsque les deux faisceaux lumineux émanent d'une source commune. Alors les deux systèmes d'ondes, qui sont partis d'un même centre de vibration, éprouvant ces perturbations de la même manière et au même instant, n'en reçoivent aucun changement dans leurs positions relatives; en sorte que, s'ils discordaient complétement d'abord, ils continueront à se trouver en discordance complète: et si leurs mouvements s'accordaient, le même accord subsistera toujours, tant que le centre de vibration enverra de la lumière. Ainsi, dans ce cas, les effets seront constants et deviendront perceptibles. C'est un principe général qui s'applique à tous les effets produits par les combinaisons des ondes lumineuses : ils ne peuvent être sensibles que lorsqu'ils sont permanents.

31. Jusqu'à présent nous avons supposé que les deux systèmes d'ondes marchaient suivant la même direction, et qu'en conséquence leurs mouvements oscillatoires s'exécutaient aussi suivant une direction commune, soit dans le même sens, soit en sens opposé : c'est le cas le plus simple d'interférence, et le seul dans lequel il puisse y avoir destruction totale d'un mouvement par un autre : car il faut pour cela, non-seulement que les deux forces soient égales et en sens contraire, mais encore qu'elles agissent suivant la même ligne droite, c'est-à-dire, en un mot, qu'elles soient directement opposées.

Le phénomène des anneaux colorés et celui des couleurs que la lumière polarisée développe dans les lames cristallisées présentent un

N° XXXI. cas particulier d'interférence où les ondes des deux systèmes sont parallèles. Mais dans les phénomènes de la diffraction, ou l'expérience des deux miroirs dont nous avons parlé précédemment, les rayons qui interfèrent font toujours entre eux des angles sensibles, quoique très-petits. Alors les impulsions apportées dans les mêmes points de l'éther par les deux systèmes d'ondes se croisent aussi sous des angles sensibles; mais, à cause de la petitesse de ces angles, la résultante des deux impulsions est presque exactement égale à leur somme, lorsque les impulsions agissent dans le même sens, et à leur différence, lorsqu'elles agissent en sens contraires. Ainsi, dans les points d'accord ou de discordance, l'intensité de la lumière sera la même que si les deux faisceaux lumineux avaient suivi la même direction, ou du moins l'œil le plus exercé ne pourra pas y apercevoir de différence. Mais si, relativement aux intensités, le cas d'interférence dont nous nous occupons ressemble à celui que nous avons considéré d'abord, sous d'autres rapports il en diffère beaucoup, surtout par l'aspect qu'il présente et par les circonstances nécessaires à son apparition.

32. Considérons, pour fixer les idées, le cas où des rayons divergents qui émanent d'un même point lumineux sont réfléchis sur deux miroirs légèrement inclinés entre eux, de manière à produire deux faisceaux qui se rencontrent sous un angle sensible; alors les deux systèmes d'ondes lumineuses réfléchies par ces miroirs se croisent sous le même angle, et il résulte de cette légère obliquité que, si une demi-onde du premier système coïncide parfaitement en un point avec une demi-onde du second qui pousse le fluide dans le même sens, elle s'en sépare à droite et à gauche de ce point d'intersection, et coïncide un peu plus loin, d'un côté, avec la demi-ondulation de mouvement contraire qui précède celle-ci, et, de l'autre, avec celle qui la suit, puis s'en sépare encore, et à une distance double de la première coïncide de nouveau avec deux demi-ondulations dont les impulsions agissent dans le même sens que la sienne; d'où résulte, sur la surface de cette onde, une série de lignes également espacées, où son mouvement est

alternativement détruit et renforcé par les ondes de l'autre faisceau. N° XXXI.
Ainsi, en recevant cette onde lumineuse sur un carton blanc, on doit y apercevoir une suite de bandes obscures et brillantes, si la lumière est sensiblement homogène, ou de franges colorées de teintes diverses, si l'on se sert de la lumière blanche.

La figure 1 [page 55] rendra ce que nous venons de dire plus facile à comprendre : elle représente une section des deux miroirs et des ondes réfléchies, faite par un plan mené du point lumineux perpendiculairement à ces miroirs projetés en ED et DF. Le point lumineux est en S, et A et B représentent les positions géométriques de ses deux images, qu'on détermine en abaissant du point S sur les deux miroirs ED et DF les perpendiculaires SA et SB, et prenant PA égal à SP, et QB égal à SQ ; en effet, c'est vers A et B, ainsi déterminés, que convergent les rayons réfléchis sur le premier et le second miroir, d'après la loi connue de la réflexion. Ainsi, pour avoir la direction du rayon réfléchi en un point G quelconque du miroir DF, par exemple, il suffit de mener une droite par B et G, et cette ligne prolongée sera le rayon réfléchi. Or il est à remarquer que, d'après la construction qui nous a donné la position du point B, les distances BG et SG sont égales, et qu'ainsi le chemin total parcouru par le rayon réfléchi parti du point S, et qui arrive en b, est absolument le même que s'il était parti du point B. Cette conséquence géométrique s'appliquant à tous les autres rayons réfléchis par le même miroir, on voit qu'ils devront arriver en même temps sur les divers points de la circonférence $n'bm$, décrite du point B comme centre, avec un rayon égal à Bb ; cette circonférence représentera donc la surface de l'onde réfléchie[1] arrivée en b, ou, plus exactement, l'intersection de cette surface avec le plan de la

[1] J'appelle *surface de l'onde* la surface dont tous les points sont toujours ébranlés de la même manière au même instant. Si on la considère, par exemple, au commencement, au milieu ou à la fin de l'onde, ce sera celle où le mouvement oscillatoire est nul ; et si on la prend au milieu de la première ou de la seconde moitié de l'onde, ce sera la surface sur toute l'étendue de laquelle les vitesses absolues des molécules éthérées atteignent leur maximum.

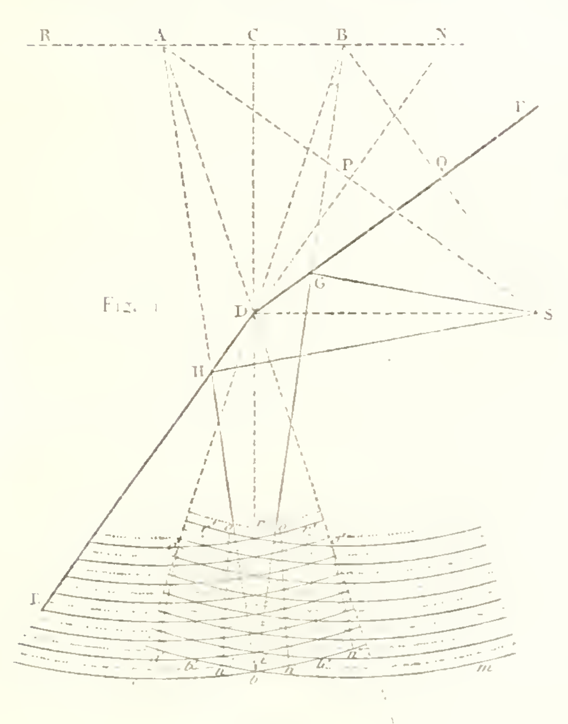
XXXI. figure. Les ondes réfléchies par le miroir ED auront pareillement leur centre en A.

Pour figurer les deux systèmes d'ondes réfléchies, on a décrit, des points A et B comme centres, des séries d'arcs également espacés, et séparés les uns des autres par un intervalle qu'on suppose égal à la longueur d'une demi-ondulation. Afin de distinguer les mouvements en sens contraires, on a tracé en lignes pleines tous les arcs de cercles sur lesquels les molécules éthérées sont supposées animées du maximum de vitesse en avant, à l'instant que l'on considère, et l'on a ponctué ceux sur lesquels les molécules éthérées ont le maximum de vitesse en arrière. Il en résulte que les intersections des arcs de cercles ponctués avec ceux qui sont tracés en lignes pleines sont les points de discordance complète, et par conséquent les milieux des bandes obscures; et, au contraire, les intersections des arcs semblables donnent les points d'accord parfait, ou les milieux des bandes brillantes. On a joint par des lignes ponctuées *br*, *b'r'*, *b'r'*, etc. les intersections correspondantes des arcs de même espèce, et par des lignes pleines, *no*, *no*, *n'o'*, *n'o'*, etc. les intersections correspondantes des arcs d'espèces contraires : celles-ci représentent les positions successives, ou les trajectoires des milieux des bandes obscures, et celles-là, les trajectoires des milieux des bandes brillantes.

On a été obligé d'amplifier prodigieusement, dans cette figure, la longueur réelle des ondes lumineuses, et d'exagérer l'inclinaison respective des deux miroirs. Ainsi il ne faut pas y chercher une image exacte des choses, mais seulement un moyen de se représenter le jeu des interférences dans les ondes qui se coupent sous un angle sensible.

Il est aisé de voir, par des considérations géométriques très-simples, que la largeur de ces franges est en raison inverse de la grandeur de l'angle que font entre eux les deux faisceaux qui interfèrent, et que l'intervalle compris entre les milieux de deux bandes obscures ou de deux bandes brillantes consécutives est égal à la longueur d'ondulation divisée par le sinus de l'angle sous lequel se croisent les rayons.

En effet, le triangle *bni*, formé par la ligne droite *bi* et par les deux arcs de cercle *ni* et *nb*, peut être considéré comme rectiligne et isocèle à cause de la petitesse de ces arcs, et le sinus de l'angle *bni*, vu la petitesse de cet angle, est sensiblement égal à $\frac{ib}{bn}$: donc *bn* est égal à *ib* divisé par ce sinus. Mais l'angle *bni* a ses côtés perpendiculaires à ceux de l'angle A*b*B, puisque *bn* est perpendiculaire sur A*b* et *ni* sur B*b*; donc ces deux angles sont égaux, et l'on peut substituer l'un à l'autre: ainsi N° XXXI



en représentant par *i* l'angle A*b*B sous lequel se croisent les rayons réfléchis, on a : $bn = \frac{ib}{\sin i}$; donc *nn*, qui est double de *bn*, sera égal à $\frac{2ib}{\sin i}$. Mais *nn* est la distance entre les milieux de deux bandes obscures consécutives, et par conséquent est ce que nous avons appelé la largeur d'une frange: *ib* étant la longueur d'une demi-ondulation, d'après la construction de la figure, $2ib$ est la longueur d'une ondulation entière: donc la largeur d'une frange est effectivement égale à la longueur d'ondulation divisée par le sinus de l'angle que font entre eux les rayons réfléchis, qui est en même temps l'angle sous lequel on verrait l'intervalle AB compris entre les deux images du point lumineux, en plaçant son œil en *b*. On trouve une autre formule équivalente à celle-ci en remarquant que les deux triangles *bni* et A*b*B sont semblables, ce qui donne la proportion *bn* : *bi* : : A*b* : AB;

N° XXVI. d'où l'on tire,

$$bn = \frac{bi \cdot Ab}{AB},$$

ou,

$$2bn = \frac{2bi \cdot Ab}{AB};$$

c'est-à-dire que la largeur d'une frange est égale à la longueur d'ondulation multipliée par la distance des images A et B au plan dans lequel on mesure les franges, et divisée par l'intervalle compris entre ces deux images.

La seule inspection de la figure fait voir pourquoi il est nécessaire que les deux miroirs soient presque dans le même plan, quand on veut obtenir des franges d'une largeur un peu sensible; c'est que dans le petit triangle *bni*, le côté *bi*, qui représente la longueur d'une demi-ondulation, n'étant guère que le quart d'un millième de millimètre pour les rayons jaunes, par exemple, le côté *bn*, qui mesure la demi-largeur d'une frange, ne peut devenir sensible qu'autant que *bn* est très-peu incliné sur *in*, parce qu'alors leur point d'intersection s'éloigne de *ib*; or l'inclinaison de *bn* sur *in* est précisément la même que celle du miroir DF sur le prolongement DP du miroir DE, quand D*b*=DS.

Si A et B, au lieu d'être les images du point lumineux, représentaient les projections de deux fentes très-fines pratiquées dans un écran BN, et au travers desquelles passeraient les rayons qu'enverrait un point éclairant placé au delà de cet écran sur le prolongement de la ligne milieu *b*DC, les deux chemins parcourus depuis ce point jusqu'aux fentes A et B étant égaux entre eux, il suffirait de compter les chemins parcourus par les rayons à partir de A et B pour avoir leurs différences de marche: et l'on voit qu'alors les calculs que nous venons de faire sur la largeur des franges produites par deux miroirs pourraient encore s'appliquer à ce cas, du moins tant que chaque fente serait assez étroite pour être considérée comme un centre unique d'ondulation relativement aux rayons infléchis qu'elle envoie. On peut donc dire que la largeur des franges produites par deux fentes très-fines est égale à la longueur d'ondulation multipliée par l'intervalle

entre les deux fentes, et divisée par la distance de l'écran au fil du mi- N° XXXI.
cromètre qui sert à mesurer les franges.

Cette formule est encore applicable aux bandes obscures et brillantes qu'on observe dans l'ombre d'un corps étroit (en substituant la largeur de ce corps à l'intervalle qui sépare les deux fentes), tant que ces bandes sont assez éloignées des bords de l'ombre; car lorsqu'elles s'en rapprochent beaucoup, la théorie fait voir et l'expérience démontre que cette formule ne représente plus le phénomène avec une approximation suffisante: c'est qu'elle n'est parfaitement rigoureuse, en général, ni pour les franges qui subdivisent les ombres étroites, ni pour celles de deux fentes, mais seulement pour les franges produites par les deux miroirs, qui présentent le cas le plus simple de l'interférence des rayons légèrement inclinés entre eux. Pour déduire rigoureusement de la théorie la position des bandes obscures et brillantes dans les deux autres cas, il ne s'agit plus seulement de calculer les effets de deux systèmes d'ondes, mais d'une infinité de groupes pareils, d'après un principe que nous expliquerons bientôt, en exposant la théorie générale de la diffraction.

33. Pour achever de rendre raison des conditions nécessaires à la formation des franges, il me reste à faire voir pourquoi l'on est obligé d'employer un point lumineux dans les expériences de diffraction, au lieu d'un objet éclairant d'une grande dimension. Reprenons le cas des franges intérieures de l'ombre d'un corps étroit: il sera facile d'appliquer des raisonnements analogues à tous les autres phénomènes de diffraction.

Le milieu de la bande centrale, qui est toujours formé par l'arrivée simultanée des rayons partis en même temps du point lumineux, doit se trouver sur le plan mené par ce point et la ligne milieu du corps étroit, puisque, tout étant symétrique de part et d'autre de ce plan, les rayons qui s'y réunissent ont parcouru des chemins égaux de chaque côté, et doivent en conséquence y arriver en même temps, à moins qu'ils n'aient traversé des milieux différents, ce que nous ne supposons pas ici. La position de la bande centrale étant déterminée, celles

N° XXXI. des autres le sont aussi. Or on conçoit que si le point lumineux changeait un peu de place, se portait vers la droite, par exemple, le plan dont nous venons de parler s'inclinerait vers la gauche, et entraînerait avec lui toutes les franges qui accompagnent la bande centrale. Au lieu de supposer un dérangement dans le point éclairant, supposons qu'il ait des dimensions très-sensibles; alors les divers points lumineux dont il sera composé produiront chacun un groupe de franges, et les positions de ces groupes différeront d'autant plus que ses points seront plus éloignés les uns des autres; et il arrivera, s'ils le sont assez, c'est-à-dire si le point éclairant est assez large, que les franges des différents groupes, en empiétant les unes sur les autres, s'effaceront mutuellement. Voilà pourquoi, dans les expériences d'interférence où les rayons se croisent sous des angles sensibles, comme dans tous les phénomènes de diffraction, il faut employer un point lumineux très-fin pour apercevoir les effets de leur influence mutuelle; et ce point doit l'être d'autant plus que les rayons se croisent sous un angle plus grand.

Quelque petit que soit le point lumineux, il est toujours composé, dans la réalité, d'une infinité de centres d'ondulations, et c'est de chacun de ces centres qu'il faut entendre ce que nous avons dit jusqu'à présent du point éclairant. Mais tant qu'ils sont très-peu distants les uns des autres, relativement à la largeur des franges, on conçoit que les divers groupes de franges qu'ils produisent, au lieu de se mêler d'une manière confuse, se superposent presque exactement, et, loin de s'effacer les uns les autres, se renforcent mutuellement.

Lorsque les deux systèmes d'ondes qui interfèrent sont parallèles, l'intervalle qui sépare leurs points correspondants doit rester le même sur une grande partie de *la surface des ondes*, c'est-à-dire, en d'autres termes, que les franges deviennent d'une largeur presque indéfinie[1].

[1] Si les anneaux colorés, qui sont produits par l'interférence de deux systèmes d'ondes sensiblement parallèles, présentent comme les franges, et souvent dans un espace assez étroit, des alternatives de bandes obscures et brillantes, cela tient uniquement à ce que la lame d'air comprise entre les deux verres en contact n'a pas partout la

et qu'en conséquence un déplacement assez considérable du centre X XXXI
d'ondulation n'apporte pas de changement sensible dans le degré d'accord ou de discordance de leurs vibrations. Voilà pourquoi il n'est plus nécessaire dans ce cas d'employer un objet éclairant si petit pour apercevoir les effets de leur influence mutuelle.

34. On doit maintenant concevoir pourquoi les rayons lumineux, quoique exerçant toujours une certaine influence les uns sur les autres, la montrent si rarement, et dans des cas si particuliers: c'est que, pour la rendre sensible, il est nécessaire, 1° que les rayons qui interfèrent soient partis d'une source commune; 2° qu'ils ne diffèrent dans leur marche que d'un nombre d'ondulations assez limité, même lorsqu'on emploie la lumière la plus simplifiée; 3° qu'ils ne se croisent pas sous un trop grand angle, parce que les franges deviendraient si étroites qu'elles échapperaient à la plus forte loupe; 4° que, tant que ces rayons ne sont pas parallèles et forment entre eux un angle sensible, l'objet éclairant ait de très-petites dimensions, et qu'il soit d'autant plus fin que cet angle est plus considérable.

J'ai cru devoir exposer avec quelque détail la théorie des interférences, à cause de ses nombreuses applications au calcul des lois les plus intéressantes de l'optique. Peut-être trouvera-t-on, au premier abord, les considérations qui l'établissent un peu délicates et difficiles à saisir, malgré les développements dans lesquels je suis entré; mais, en y réfléchissant quelque temps, on verra que rien n'est plus simple au fond, et l'on parviendra aisément à s'en rendre les applications familières.

35. Pour achever d'établir les bases sur lesquelles repose la théorie générale de la diffraction, il me reste à parler du principe de Huyghens, qui me paraît une conséquence rigoureuse du système des ondulations.

Ce principe peut s'énoncer ainsi : *Les vibrations d'une onde lumineuse,*

même épaisseur, ce qui fait varier la différence de marche des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air, dont l'interférence mutuelle produit les anneaux obscurs et brillants.

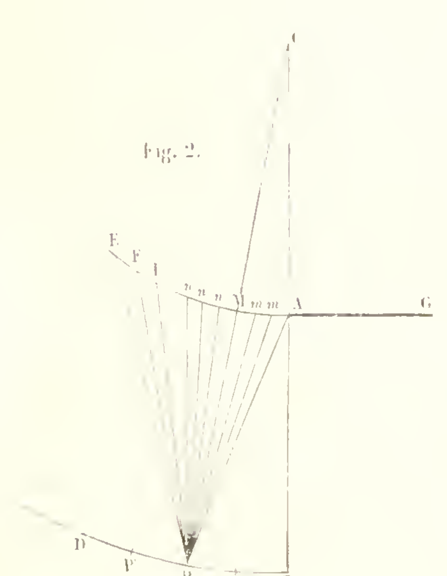
N° XXXI *dans chacun de ses points, peuvent être regardées comme la résultante des mouvements élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans l'une quelconque de ses positions antérieures.*

C'est une conséquence du principe de la coexistence des petits mouvements, que les vibrations produites en un point quelconque d'un fluide élastique par plusieurs ébranlements sont égales à la résultante *statique* de toutes les vitesses envoyées au même instant dans ce point par ces différents centres d'ondulations, quels que soient leur nombre, leurs positions respectives, la nature et les époques diverses des ébranlements. Ce principe, étant général, doit s'appliquer à tous les cas particuliers. Je supposerai que tous ces ébranlements, en nombre infini, sont de même espèce, ont lieu simultanément, sont contigus et placés sur un même plan ou sur une même surface sphérique. Je ferai encore une hypothèse relativement à la nature de ces ébranlements : je supposerai que les vitesses imprimées aux molécules sont toutes dirigées dans le même sens, perpendiculairement à la surface sphérique, et sont, en outre, proportionnelles aux condensations, et dans un rapport tel que les molécules ne puissent pas avoir de mouvement rétrograde. J'aurai ainsi reconstitué une onde dérivée par l'ensemble de ces ébranlements partiels. Il est donc vrai de dire que les vibrations d'une onde lumineuse, dans chacun de ses points, peuvent être regardées comme la résultante de tous les mouvements élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans l'une quelconque de ses positions antérieures.

L'intensité de l'onde primitive étant uniforme, il résulte de cette considération théorique, comme de toutes les autres, que cette uniformité se conservera pendant sa marche, si aucune portion de l'onde n'est interceptée ou retardée relativement aux parties contiguës, parce que la résultante des mouvements élémentaires, dont je viens de parler, sera la même pour tous les points. Mais si une portion de l'onde est arrêtée par l'interposition d'un corps opaque, alors l'intensité de chaque point variera avec sa distance au bord de l'ombre, et ces

variations seront surtout sensibles dans le voisinage des rayons tangents. N° XXXI

Soit C le point lumineux, AG l'écran, AME l'onde arrivée en A et interceptée en partie par le corps opaque. Je la suppose divisée en une infinité de petits arcs Am', m'm, mM, Mn, nn', n'n'', etc. Pour avoir son intensité au point P, dans l'une quelconque de ses positions suivantes BPD, il faut chercher la résultante de toutes les ondes élémentaires que chacune de ces portions de l'onde primitive y enverrait en agissant isolément.



L'impulsion qui a été communiquée à toutes les parties de l'onde primitive étant dirigée suivant la normale, les mouvements qu'elles tendent à imprimer à l'éther doivent être plus intenses dans cette direction que dans toute autre; et les rayons qui en émaneraient, si elles agissaient isolément, seraient d'autant plus faibles qu'ils s'écarteraient davantage de cette direction.

36. La recherche de la loi suivant laquelle leur intensité varierait autour de chaque centre d'ébranlement présenterait sans doute de grandes difficultés; mais heureusement nous n'avons pas besoin de la connaître, car il est aisé de voir que les effets produits par ces rayons se détruisent presque complétement dès qu'ils s'inclinent sensiblement sur la normale; en sorte que ceux qui influent d'une manière appréciable sur la quantité de lumière que reçoit chaque point P peuvent être regardés comme d'égale intensité[1].

[1] Lorsque le centre d'ébranlement a éprouvé une condensation, la force expansive tend à pousser les molécules dans toutes les directions, et si elles n'ont pas de mouvement rétrograde, cela tient uniquement à ce que leurs vitesses initiales en avant de-

N° XXXI. En effet, considérons les rayons sensiblement inclinés EP, FP, IP, concourant au point P, que je suppose distant de l'onde EA d'un grand nombre d'ondulations. Prenons les deux arcs EF et FI d'une longueur telle que les différences EP—FP et FP—IP soient égales à une demi-ondulation. A cause de l'obliquité prononcée des rayons et de la petitesse d'une demi-ondulation, par rapport à leur longueur, ces deux arcs seront presque égaux, et les rayons qu'ils envoient au point P sensiblement parallèles; en sorte qu'en raison de la différence d'une demi-ondulation qui existe entre les rayons correspondants des deux arcs leurs effets se détruiront mutuellement.

On peut donc supposer que tous les rayons que les diverses parties de l'onde primitive AE envoient au point P sont d'égale intensité, puisque les seuls rayons pour lesquels cette hypothèse soit inexacte n'ont pas d'influence sensible sur la quantité de lumière qu'il reçoit. On peut aussi, par la même raison, pour simplifier le calcul de la résultante de toutes ces ondes élémentaires, considérer leurs mouvements vibratoires comme s'exécutant suivant une même direction, vu la petitesse des angles que les rayons font entre eux; en sorte que le problème se trouve ramené à celui-ci, dont j'ai donné la solution dans le Mémoire sur la diffraction déjà cité : *Trouver la résultante d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses parallèles, de même longueur, dont les intensités et les positions relatives sont connues.* Les inten-

truisent celles que l'expansion tend à leur imprimer en arrière; mais il ne s'ensuit pas que l'ébranlement ne puisse se propager que suivant la direction des vitesses initiales; car la force expansive, dans un sens perpendiculaire, par exemple, se combine avec l'impulsion primitive sans que ses effets en soient affaiblis. Il est clair que l'intensité de l'onde ainsi produite doit varier beaucoup dans les différents points de sa circonférence, non-seulement à cause de l'impulsion initiale, mais encore parce que les condensations ne sont pas assujetties à la même loi autour du centre de la partie ébranlée. Mais les variations d'intensité de l'onde dérivée doivent suivre nécessairement une loi de continuité, et peuvent par conséquent être considérées comme insensibles dans un intervalle angulaire très-petit, surtout auprès de la normale à l'onde génératrice; car les vitesses initiales des molécules rapportées à une direction quelconque étant proportionnelles aux cosinus de l'angle que cette direction fait avec la normale, ces composantes varient dans un rapport bien moindre que l'intervalle angulaire, quand il est peu considérable.

sités sont ici proportionnelles à la longueur des petits arcs éclairants, N° XXXI
et les positions relatives sont données par les différences des chemins parcourus.

Nous n'avons considéré, à proprement parler, que la section de l'onde faite par un plan perpendiculaire au bord de l'écran projeté en A. Envisageons-la maintenant dans toute son étendue, et concevons-la divisée en fuseaux infiniment minces, par des méridiens équidistants, perpendiculaires au plan de la figure: on pourra leur appliquer les raisonnements que nous venons de faire pour une section de l'onde, et démontrer ainsi que les rayons d'une obliquité prononcée se détruisent mutuellement.

Ces fuseaux parallèles au bord de l'écran étant tous infiniment étendus dans le cas dont nous nous occupons, où l'onde lumineuse n'est interceptée que d'un seul côté, l'intensité de la résultante de toutes les vibrations qu'ils envoient en P sera la même pour chacun d'eux: car les rayons qui émanent de ces fuseaux doivent être considérés comme d'égale intensité, du moins dans la partie très-peu étendue de l'onde génératrice, qui a une influence sensible sur la lumière envoyée en P. De plus, chaque résultante élémentaire sera évidemment en arrière de la même quantité par rapport au rayon parti du point du fuseau le plus voisin de P, c'est-à-dire du point où ce fuseau rencontre le plan de la figure. Ainsi les intervalles entre ces résultantes élémentaires seront égaux aux différences des chemins parcourus par les rayons AP, m'P, mP, etc. compris dans le plan de la figure, et leurs intensités seront proportionnelles aux arcs Am', $m'm$, mM, etc. Pour avoir l'intensité de leur résultante générale, il faut donc faire le même calcul auquel nous avions déjà été conduit en ne considérant que la section de l'onde par un plan perpendiculaire au bord de l'écran[1].

[1] Tant que le bord de l'écran est rectiligne, il suffit, pour déterminer les positions des bandes obscures et brillantes et leurs intensités relatives, de considérer la section de l'onde faite par un plan perpendiculaire au bord de l'écran: mais lorsqu'il est courbe ou composé de lignes droites faisant entre elles des angles quelconques, il devient né-

N° XXXI. 37. On peut se faire une idée nette maintenant de la méthode qu'il faut suivre pour calculer la position et l'intensité des bandes obscures et brillantes, dans les diverses circonstances où l'on se propose de comparer la théorie à l'expérience. Lorsque l'écran s'étend indéfiniment d'un côté, ou du moins est assez large pour que les rayons qui viennent de ce côté puissent être négligés, on cherche pour chaque point P (fig. 2), situé à la distance où l'on observe les franges, la résultante de toutes les ondes élémentaires venant seulement de la partie AMF de l'onde incidente, et, en comparant les intensités obtenues pour différents points P, P′, P″, etc. on détermine la position des points les plus sombres et les plus éclairés. On trouve de cette manière, dans le cas dont nous nous occupons maintenant, celui d'un écran indéfiniment étendu d'un côté, 1° que l'intensité de la lumière décroît rapidement en dedans de l'ombre, à partir du plan tangent CAB, *d'autant plus vite que la longueur d'ondulation est plus petite*, et d'une manière continue, sans présenter ces *maxima* et *minima* qui forment les bandes obscures et brillantes; 2° qu'au dehors de l'ombre, l'intensité de la lumière, après avoir augmenté considérablement jusqu'à un certain point qu'on peut appeler le *maximum* du premier ordre, décroît jusqu'à un second point, qui est le *minimum* du premier ordre, pour augmenter de nouveau jusqu'à un second *maximum*, auquel succède un *minimum* du second ordre, et ainsi de suite; 3° qu'aucun *minimum* n'est égal à zéro, comme dans les franges produites par le concours de deux faisceaux lumineux d'égale intensité, et que la différence entre les *maxima* et les *minima* diminue à mesure qu'on s'éloigne de l'ombre, ce qui explique pourquoi les franges qui bordent les ombres sont moins prononcées et moins nombreuses dans une lumière homogène que celles qu'on obtient avec les miroirs accouplés, et présentent des couleurs beaucoup moins vives dans la lumière blanche;

cessaire d'intégrer suivant les deux sens rectangulaires, ou circulairement autour du point que l'on considère. Cette dernière méthode est plus simple dans quelques cas particuliers, comme lorsqu'il s'agit, par exemple, de calculer l'intensité de la lumière dans la projection du centre d'un écran ou d'une ouverture circulaire.

4° que les intervalles compris entre ces *maxima* et ces *minima* sont iné- N° XXVI.
gaux, et diminuent à mesure qu'on s'éloigne de l'ombre, suivant des rapports qui ne changent pas, à quelque distance de l'écran qu'on mesure les franges; 5° que les mêmes *maxima* et *minima*, calculés à diverses distances de l'écran, sont placés sur des hyperboles d'une courbure sensible, dont les foyers sont le bord de l'écran et le point lumineux. Toutes ces conséquences de la théorie sont confirmées par l'expérience.

La formule générale donne la position des *maxima* et des *minima*, pour des distances quelconques du point lumineux à l'écran, et de l'écran au micromètre, lorsqu'on connaît la longueur d'ondulation de la lumière employée. Pour mettre la théorie à une épreuve décisive, au lieu de déterminer la longueur d'ondulation par quelques mesures de franges extérieures, et l'employer ensuite au calcul des observations du même genre, je l'ai déduite d'une expérience de diffraction d'un genre tout différent, et, après l'avoir vérifiée préalablement sur les franges produites par deux miroirs, dont elle a représenté les largeurs à moins d'un centième près, je l'ai introduite dans la formule, que j'ai ensuite comparée à 125 mesures de franges extérieures, faites dans des circonstances très-dissemblables, car la distance du point rayonnant à l'écran y avait varié de un décimètre à six mètres, et la distance entre l'écran et le micromètre de deux millimètres à quatre mètres. Or dans tous les cas les résultats du calcul se sont accordés d'une manière très-satisfaisante avec ceux des observations, comme on peut le voir par le tableau comparatif du Mémoire déjà cité, pages 339 et 343 du tome XI des Annales de chimie et de physique [a].

38. Lorsque l'écran, au lieu de s'étendre indéfiniment d'un côté, est assez étroit pour que la lumière infléchie jusqu'au milieu de son ombre ne soit pas trop affaiblie par le décroissement rapide d'intensité que produit l'obliquité des rayons, il faut tenir compte à la fois dans le calcul de ceux qui viennent des deux côtés, et chercher, pour chaque point de l'ombre, la résultante générale de toutes les ondes

---

[a] Voyez n° XIV, § 65.

N° XXXI élémentaires qu'y envoient les divers points des deux parties de l'onde primitive situées à droite et à gauche de l'écran. On trouve de cette manière que l'intérieur de l'ombre doit être divisé par une série de bandes obscures et brillantes, de largeurs à peu près égales, et dont les positions diffèrent très-peu de celles qu'on déduirait de la formule approximative que nous avons déjà donnée pour les mêmes franges, lorsqu'elles sont encore séparées des bords de l'ombre par un intervalle de plusieurs largeurs de frange. Mais quand le corps opaque est assez étroit, et le micromètre assez éloigné de ce corps pour que les bandes observées soient très-voisines des bandes extérieures, alors les calculs faits par la méthode que nous venons d'exposer indiquent, comme l'expérience, que cette formule n'est plus exacte. Ils représentent aussi, avec une fidélité remarquable, les altérations singulières qu'éprouvent souvent dans ce cas les franges extérieures, lorsque les autres sortent de l'ombre et viennent en quelque sorte se mêler avec elles.

J'ai encore vérifié la théorie sur les franges produites par une ouverture étroite d'une longueur indéfinie, en cherchant, pour les différents points éclairés par le faisceau lumineux, la résultante de toutes les ondes élémentaires qui émanent de la partie de l'onde primitive comprise dans la largeur de cette ouverture, et j'ai trouvé aussi un accord satisfaisant entre le calcul et l'observation, même dans les circonstances où les franges ainsi produites présentaient les aspects les plus bizarres et en apparence les plus irréguliers.

39. D'après cette manière d'envisager les problèmes de la diffraction, nous n'avons point égard dans le calcul au plus ou moins d'épaisseur des bords de l'écran, mais seulement à l'étendue de la partie de l'onde qui peut envoyer des rayons élémentaires aux points dont nous calculons l'intensité; et le corps opaque ne remplit ici d'autres fonctions que de supprimer une partie de l'onde. Voilà pourquoi le résultat du calcul est indépendant de la nature de ce corps, de sa masse et de l'épaisseur de ses bords. Néanmoins, si leur surface était trop grande, on ne pourrait plus considérer l'onde primitive, au moment où elle les quitte, comme n'ayant reçu aucune modification sen-

sible, et il faudrait tenir compte, dans le calcul, des petites franges qu'aurait déjà fait naître son passage contre les parties antérieures. Mais tant qu'ils ont peu d'épaisseur ou une courbure prononcée dans ce sens, les petites franges ainsi produites sont si étroites qu'on peut les négliger, et regarder l'onde émergente comme ayant une intensité uniforme dans toute son étendue, au moment où elle quitte l'écran, surtout si l'on calcule les intensités de lumière à une distance un peu grande de ce corps. Il ne faut pas perdre de vue que, d'après les raisonnements sur lesquels elles reposent, nos formules de diffraction ne sont suffisamment exactes qu'autant que cette distance est très-considérable relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse, ce qui permet de négliger les rayons d'une obliquité prononcée, et de considérer tous ceux qui concourent d'une manière efficace au résultat comme étant d'égale intensité. On ne s'étonnera pas néanmoins que les mêmes formules puissent donner encore la position des franges avec assez d'exactitude, à de petites distances de l'écran (quand ses bords ne sont pas trop épais), si l'on réfléchit que la longueur moyenne des ondes lumineuses n'étant guère qu'un demi-millième de millimètre, deux ou trois millimètres sont déjà des quantités très-grandes relativement à celle-ci. N° XXXI

40. Nous venons de considérer les trois principales espèces de phénomènes que présente la diffraction, lorsque les bords de l'écran ou de l'ouverture pratiquée dans cet écran sont assez étendus pour que leurs extrémités n'aient aucune influence sur la partie des franges que l'on examine; alors il suffit que l'intégration indiquée par les formules, qui donne la résultante générale des ondes élémentaires, soit faite dans le sens perpendiculaire au bord de l'écran, pour déterminer la position des bandes obscures et brillantes et leurs intensités relatives. Mais quand l'écran ou l'ouverture sont très-peu étendus en tous sens, il devient nécessaire d'intégrer à la fois suivant les deux dimensions. Les résultats de ces calculs s'accordent encore parfaitement avec les observations : j'en citerai deux exemples assez curieux.

Lorsque l'écran est circulaire, le calcul conduit à ce résultat singu-

N° XXXI. lier, que le centre de l'ombre qu'il projette doit être aussi éclairé que si l'écran n'existait pas. C'est M. Poisson qui me fit remarquer cette conséquence de mes formules, que je n'avais pas aperçue d'abord, quoiqu'elle se déduise immédiatement de la théorie par des considérations géométriques très-simples. M. Arago l'a vérifiée sur l'ombre d'un écran de 2 millimètres de diamètre, parfaitement arrondi au tour, et fixé sur une plaque de verre à faces parallèles. Le résultat de l'expérience a confirmé le fait annoncé d'avance par la théorie. Il n'y a que le centre même de l'ombre qui jouisse de cette propriété, et la même clarté ne s'étend à une distance sensible de ce point mathématique qu'autant que l'écran est d'un très-petit diamètre, et qu'on observe son ombre à une assez grande distance; car plus il est large, plus ce petit cercle brillant devient étroit; et quand l'écran a seulement 1 centimètre de diamètre, on ne voit plus qu'un point lumineux, lors même qu'on en est éloigné de 1 mètre, et qu'on se sert d'une forte loupe. Il faut remarquer que, si l'écran était trop grand, les raisonnements que nous avons faits pour établir les formules ne seraient plus rigoureusement applicables aux rayons infléchis dans le milieu de son ombre, à cause de leur obliquité trop prononcée, qui ne permettrait plus de regarder les ondes élémentaires qu'ils apportent comme égales en intensité à celles des rayons directs.

Lorsqu'on calcule, par les mêmes formules, l'intensité de la lumière au milieu de la projection d'une petite ouverture circulaire pratiquée dans un large écran, on trouve que le centre de cette projection doit présenter alternativement un point brillant ou obscur, selon la distance à laquelle on reçoit l'ombre, et que les *minima* doivent être tout à fait nuls dans une lumière homogène. Cette nouvelle conséquence des formules générales peut se déduire de la théorie par de simples considérations géométriques. On trouve ainsi, pour les valeurs des distances successives auxquelles le centre de l'ombre devient complétement obscur :

$$b = \frac{ar^2}{2ad - r^2}, \qquad b = \frac{ar^2}{4ad - r^2}, \qquad b = \frac{ar^2}{8ad - r^2}, \text{ etc.}$$

r étant le rayon ou demi-diamètre de l'ouverture, a et b ses dis-

tances respectives au point lumineux et au micromètre, et d la longueur d'ondulation de la lumière employée : or, en plaçant le micromètre aux distances indiquées par ces formules, on observe qu'effectivement le centre de la projection de l'ouverture est tellement privé de lumière, qu'il paraît comme une tache d'encre au milieu de la partie éclairée, du moins pour les *minima* des trois premiers ordres indiqués par les formules que nous venons de rapporter : car ceux des ordres suivants qui sont plus rapprochés de l'écran ne présentent plus une tache aussi obscure, à cause du défaut d'homogénéité de la lumière employée. N° XXXI.

41. Il est encore une foule d'autres phénomènes de diffraction, tels que les images multiples et colorées réfléchies par des surfaces rayées, ou celles qu'on voit au travers d'un tissu très-fin, ainsi que les anneaux colorés produits par un assemblage irrégulier de fils très-déliés ou d'atomes légers, d'une grosseur à peu près égale, placés entre l'œil du spectateur et un objet lumineux, qui tous peuvent s'expliquer et se calculer rigoureusement au moyen de la théorie que nous venons d'exposer. Il serait trop long de les décrire ici et de faire voir comment ils en sont de nouvelles confirmations. Nous pensons d'ailleurs qu'elle est suffisamment démontrée par les faits nombreux et variés dont nous avons parlé, et nous terminerons cet extrait du Mémoire sur la diffraction par une description détaillée d'une expérience importante de M. Arago, qui fournit le moyen de mesurer les plus légères différences de pouvoir réfringent des corps avec une précision presque indéfinie.

42. Nous avons vu que les franges produites par deux fentes très-fines étaient toujours placées d'une manière symétrique relativement au plan mené par le point lumineux et le milieu de l'intervalle compris entre les deux fentes, tant que les deux pinceaux de lumière qui interfèrent ont traversé le même milieu, l'air, par exemple, comme cela arrive dans la disposition ordinaire de l'appareil. Mais il n'en est plus de même lorsqu'un des faisceaux n'ayant traversé que de l'air, l'autre rencontre sur son passage un corps plus réfringent, tel qu'une lame mince de mica, ou une feuille de verre soufflé : alors les franges

N° XXXI. sont déplacées et portées du côté du faisceau qui a traversé la lame transparente, et même, dès qu'elle a un peu d'épaisseur, elles sortent de l'espace éclairé et disparaissent. Cette expérience importante, qui est due à M. Arago, peut se faire également avec l'appareil des deux miroirs, en plaçant la lame mince dans le chemin d'un des faisceaux, avant ou après sa réflexion.

Voyons maintenant quelle conséquence on peut déduire de ce fait remarquable, à l'aide du principe des interférences. Le milieu de la bande centrale provient toujours, comme nous l'avons déjà fait observer, de l'arrivée simultanée des rayons partis en même temps du point lumineux; il faut donc, dans le cas ordinaire où ils ont traversé le même milieu, qu'ils aient parcouru des chemins exactement égaux, pour qu'ils arrivent en même temps au point de concours; mais on conçoit que s'ils traversent des milieux dans lesquels la lumière ne se propage pas avec la même vitesse, celui des deux faisceaux qui aura marché plus lentement arrivera plus tard en ce point, qui ne pourra plus être, en conséquence, le milieu de la bande centrale. Elle doit nécessairement se rapprocher du faisceau qui a marché le plus lentement, de sorte que la moindre longueur du trajet compense le retard qu'il a éprouvé dans sa marche; et réciproquement, lorsque les franges sont portées à droite ou à gauche, on doit en conclure que le faisceau du côté duquel elles se sont avancées a été retardé dans sa marche. Ainsi la conséquence naturelle de l'expérience de M. Arago que nous venons de citer est que la lumière se propage plus vite dans l'air que dans le mica ou le verre, et généralement les autres corps denses plus réfringents que l'air; résultat directement opposé à l'explication que Newton a donnée de la réfraction, en supposant les molécules lumineuses fortement attirées par les corps denses; car il en résulterait que la vitesse de la lumière est plus grande dans ces corps que dans les milieux rares.

43. Cette expérience fournit un moyen de comparer la vitesse de propagation de la lumière dans les différents milieux. En effet, supposons qu'on ait mesuré très-exactement, à l'aide d'un sphéromètre,

l'épaisseur de la lame mince de verre qui a été placée sur le trajet d'un X XXXI
des faisceaux lumineux, et qu'on ait mesuré le déplacement des franges avec le micromètre; comme on sait qu'avant l'interposition de la lame les chemins parcourus étaient égaux pour le milieu de la bande centrale, on pourra déterminer par le calcul combien ils diffèrent de longueur pour sa nouvelle position ; cette différence sera le retard que la lumière a éprouvé dans la feuille de verre, dont l'épaisseur est connue: ainsi, en ajoutant cette épaisseur à la différence calculée, on aura le petit chemin que l'autre faisceau a parcouru dans l'air, tandis que le premier parcourait la feuille de verre: et ce chemin, comparé à l'épaisseur de la feuille de verre, donnera le rapport de la vitesse de la lumière dans l'air à la vitesse de la lumière dans le verre.

On peut encore envisager ce problème sous un autre point de vue, avec lequel il est bon de se familiariser. La durée de chaque ondulation, comme nous l'avons vu, ne dépend point de la vitesse plus ou moins grande avec laquelle l'ébranlement se propage dans le fluide, mais seulement de la durée de l'oscillation complète qui a donné naissance à cette onde: ainsi, quand les ondes lumineuses passent d'un milieu dans un autre, où elles se propagent plus lentement, chaque ondulation s'exécute toujours dans le même intervalle de temps qu'auparavant, et la plus grande densité du second milieu n'a d'autre influence que de diminuer la longueur d'ondulation, dans le même rapport que celui suivant lequel il ralentit la vitesse de la lumière: car la longueur d'ondulation est égale à l'espace que le premier ébranlement parcourt pendant la durée de l'oscillation complète. On peut donc calculer les vitesses relatives de la lumière dans différents milieux en comparant les longueurs d'ondulation d'une même espèce de rayons dans ces milieux. Cela posé, le centre de la bande centrale est produit par la réunion des rayons des deux faisceaux qui ont compté le même nombre d'ondulations, à partir du point lumineux, quelle que soit d'ailleurs la nature des milieux parcourus par ces rayons. Si donc la bande centrale se porte du côté du faisceau qui a traversé la lame de verre, c'est que les ondulations de la lumière sont plus courtes dans le

N° XXXI. verre que dans l'air, et qu'il est nécessaire, en conséquence, que le chemin parcouru de ce côté soit plus court, pour que le nombre des ondulations soit le même de part et d'autre. Supposons maintenant que la bande centrale se soit déplacée de vingt largeurs de franges, par exemple, c'est-à-dire de vingt fois l'intervalle compris entre les milieux de deux bandes obscures consécutives; on devra en conclure que l'interposition de la lame de verre a retardé de vingt ondulations la marche du faisceau qui l'a traversée, ou, en d'autres termes, qu'il a exécuté dans cette lame vingt ondulations de plus que l'autre faisceau dans la même épaisseur d'air, puisque chaque largeur de frange répond à une différence d'une ondulation. Si donc on connaît l'épaisseur de cette lame et la longueur d'ondulation de la lumière qu'on a employée (qu'il est facile de déduire de la mesure des franges par la formule que nous avons donnée), on pourra calculer le nombre d'ondulations comprises dans la même épaisseur d'air; et, en ajoutant vingt à ce nombre, on aura celui des ondulations exécutées dans l'épaisseur de la lame de verre; le rapport entre ces deux nombres donnera celui des vitesses de la lumière dans ces deux milieux. Or on le trouve égal au rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, pour le passage de la lumière de l'air dans le verre; ce qui est conforme à l'explication de la réfraction par la théorie des ondes, comme nous le verrons plus tard[1].

44. Le procédé que nous venons d'indiquer présente quelques difficultés, lorsqu'on veut déterminer *a priori* le pouvoir réfringent d'un corps beaucoup plus dense que l'air, tel que l'eau ou le verre, parce qu'il faut employer une lame très-mince de ces substances, pour que les franges ne sortent pas tout à fait du champ commun des deux faisceaux lumineux, et qu'il devient alors difficile de mesurer l'épaisseur de la lame avec l'exactitude nécessaire. On peut, à la vérité, placer

[1] On peut réciproquement, par la même expérience, déterminer avec une extrême précision l'épaisseur d'une lame mince d'un corps dont on connaît le pouvoir réfringent, en la plaçant dans le trajet d'un des deux faisceaux lumineux perpendiculairement à sa direction, et mesurant le déplacement des franges.

sur le trajet de l'autre faisceau une plaque épaisse d'une substance transparente dont le rapport de réfraction a été déterminé très-exactement par les moyens ordinaires, ce qui permet d'employer aussi une plaque épaisse du nouveau corps. Mais alors il devient plus simple de mesurer son pouvoir réfringent par la méthode ordinaire. N° XXXI

Le cas où le procédé déduit de l'expérience de M. Arago a une grande supériorité sur la méthode directe, c'est celui où il s'agit de déterminer de légères différences de vitesse de la lumière dans des milieux qui la réfractent presque également; car, en allongeant le trajet que la lumière parcourt dans les deux milieux dont on compare le pouvoir réfringent, on peut augmenter presque indéfiniment l'exactitude des résultats. Pour se faire une idée du haut degré de précision qu'il est possible d'atteindre par ces mesures, il suffit de remarquer que la longueur des ondulations jaunes dans l'air étant de $0^{mm}.000551$, il y en a deux millions dans une longueur de $1^{m}.10$ [1] : or il est très-aisé d'apercevoir une différence d'un cinquième de frange, qui répond à un retard ou à une accélération d'un cinquième d'ondulation dans la marche de la lumière, et comme il y a deux millions de ces ondulations dans $1^{m},10$, le cinquième d'une ondulation ne serait que la dix-millionième partie de cette longueur; on pourrait donc, en introduisant un gaz ou une vapeur quelconque dans un tube de cette longueur fermé par deux glaces, estimer jusqu'aux dix-millionièmes de variation de leur pouvoir réfringent. C'est avec un appareil semblable que nous avons mesuré, M. Arago et moi, la différence de réfraction de l'air sec et de l'air saturé d'humidité à 30°, qui est si petite qu'elle échapperait à tout autre moyen d'observation, parce que le pouvoir réfringent plus grand de la vapeur d'eau est presque exactement com-

[1] Je prends la longueur d'ondulation des rayons jaunes, qui sont les plus brillants du spectre et dont les bandes obscures et brillantes coïncident en conséquence avec les points les moins éclairés et les plus brillants des franges produites par la lumière blanche, qu'on emploie ordinairement pour ces sortes d'expériences, tant à cause de la supériorité de son éclat que des caractères plus prononcés qu'elle donne à la bande centrale, sur laquelle il est essentiel de ne pas se méprendre.

N° XXXI. pensé par la moindre densité de l'air humide. Mais dans la plupart des cas, le plus léger mélange d'une vapeur ou d'un gaz avec un autre produit un déplacement considérable des franges, et si l'on avait une série d'expériences de ce genre soigneusement faites, cet appareil pourrait devenir un instrument précieux d'analyse chimique.

DES ANNEAUX COLORÉS.

45. Les anneaux colorés que présentent deux verres pressés l'un contre l'autre, lorsqu'une des surfaces en contact est légèrement convexe, s'expliquent d'une manière bien simple par le principe des interférences : ils résultent évidemment de l'influence mutuelle des deux systèmes d'ondes réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air comprise entre ces deux verres. Mais, avant d'entrer dans le détail de cette explication, il est nécessaire d'établir, sur la réflexion de la lumière, un principe dont nous allons avoir besoin.

Lorsqu'un ébranlement se propage dans un milieu d'une élasticité et d'une densité uniformes, il ne revient jamais sur ses pas, et en se communiquant à des tranches nouvelles, il laisse les tranches précédentes dans un repos absolu : c'est ainsi qu'une bille d'ivoire, qui vient en frapper une autre de masse égale, lui communique tout son mouvement, et reste en repos après le choc. Il n'en est pas de même quand la seconde bille a plus ou moins de masse que la première; dans l'un ou l'autre cas, celle-ci se trouve encore en mouvement après le choc. Lorsque la seconde bille a plus de masse que la première, la nouvelle vitesse dont celle-ci est animée la porte en sens contraire de son premier mouvement, et lorsque la seconde bille a moins de masse que la première, celle-ci continue à se mouvoir dans le même sens; ainsi les nouvelles vitesses de la première bille, après le choc, sont de signes contraires dans les deux cas. Ceci peut aider à concevoir ce qui se passe lorsqu'une onde arrive à la surface de contact de deux milieux élastiques de densités différentes : la tranche infiniment mince du premier milieu, qui touche au second, et que nous pouvons assimiler à

la première bille, ne reste pas en repos après avoir mis en mouvement N XXXI
la tranche contiguë du second milieu, à cause de la différence de leur masse, et il y a réflexion; mais la nouvelle vitesse dont la tranche du premier milieu est animée après le choc, et qui se communique successivement aux tranches précédentes du même milieu, doit changer de signe selon que la tranche du second milieu a plus ou moins de masse que celle du premier, c'est-à-dire selon que celui-ci est moins dense ou plus dense que le second. Ce principe important, que M. Young a découvert par les considérations que nous venons d'exposer, résulte également des formules que M. Poisson a déduites d'une analyse savante et rigoureuse [a]. Appliqué à la réflexion de la lumière il nous apprend que, selon qu'une onde lumineuse est réfléchie en dedans ou en dehors du milieu le plus dense, la vitesse d'oscillation est positive ou négative. Ainsi tous les mouvements oscillatoires correspondants seront de signes contraires dans les deux cas.

46. Cela posé, revenons au phénomène des anneaux colorés, et supposons, pour simplifier les raisonnements, qu'on observe la lumière réfléchie sous l'incidence perpendiculaire, ou du moins dans une direction qui s'en écarte très-peu: considérons un des systèmes d'ondes envoyés par l'objet éclairant sur la première surface de la lame d'air, c'est-à-dire sur la seconde surface du verre supérieur: ce que nous dirons de ce système d'ondes pourra s'appliquer à tous les autres. Au moment où il arrive à la surface de séparation du verre et de l'air, il éprouve une réflexion partielle qui diminue un peu l'intensité de la lumière transmise dans la lame d'air, et fait naître en dedans du premier verre un autre système d'ondes, dont l'intensité est, comme on sait, très-inférieure à celle de la lumière transmise, en sorte que celle-ci étant fort peu affaiblie par cette première réflexion produit, en arrivant à la seconde surface de la lame d'air, un second système d'ondes réfléchies d'une intensité presque égale à celle des ondes qui proviennent de la

[a] Mémoire sur le mouvement des fluides élastiques dans des tuyaux cylindriques, et sur la théorie des instruments à vent. (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. II, p. 305.)

N° XXXI. première réflexion; voilà pourquoi leur interférence produit des couleurs si vives dans la lumière blanche, et des anneaux brillants et obscurs si prononcés dans une lumière homogène. Les deux surfaces de la lame d'air étant sensiblement parallèles dans le voisinage du point de contact, où se forment les anneaux colorés, les deux systèmes d'ondes suivront la même route: mais celui qui a été réfléchi à la seconde surface se trouvera en retard relativement à l'autre, et d'une quantité égale au double de l'épaisseur de la lame d'air, qu'il a traversée deux fois. Il faut remarquer, en outre, qu'il existe entre eux une autre différence, c'est que le premier a été réfléchi en *dedans* du verre, ou du milieu le plus dense, tandis que l'autre l'a été en *dehors* du verre inférieur; d'où résulte, d'après le principe établi ci-dessus, une opposition dans les mouvements oscillatoires. Ainsi, lorsqu'en raison de la différence des chemins parcourus, les deux systèmes d'ondes devraient être d'accord, c'est-à-dire exécuter tous leurs mouvements oscillatoires dans le même sens, nous en conclurons qu'ils sont au contraire en discordance complète; et réciproquement, lorsque la différence des chemins parcourus indiquera une discordance complète, nous en conclurons que leurs mouvements oscillatoires s'accordent parfaitement. Cela posé, il est aisé de déterminer la position des anneaux obscurs et brillants.

Et d'abord, le point de contact, où l'épaisseur de la lame d'air est nulle, ne produisant aucune différence de marche entre les deux systèmes d'ondes, devrait établir un accord parfait entre leurs vibrations: ainsi, puisqu'en raison de l'opposition de signe c'est le contre-pied qu'il faut prendre, leurs vibrations seront en discordance complète, et le point de contact, vu par réflexion, présentera une tache noire. A mesure qu'on s'en éloigne, l'épaisseur de la lame d'air augmente : arrêtons-nous au point où son épaisseur est égale à un quart d'ondulation; la différence des chemins parcourus sera une demi-ondulation, qui répond à une discordance complète, et par conséquent il y aura accord parfait entre les deux systèmes d'ondes; ce sera donc le point le plus éclairé du premier anneau brillant. Lorsque l'épaisseur de la lame d'air

sera la moitié d'une ondulation, la différence des chemins parcourus étant égale à une ondulation, qui répond à l'accord parfait, il y aura discordance complète, et ce point sera le milieu d'un anneau obscur. Il est facile de voir, en général, par les mêmes raisonnements, que les points les plus noirs des anneaux obscurs répondent aux épaisseurs de la lame d'air, égales à N° XXXI.

$$0, \quad \frac{1}{2}d, \quad \frac{3}{2}d, \quad 2d, \quad \frac{5}{2}d, \quad \text{etc.}$$

et les points les plus éclairés des anneaux brillants aux épaisseurs

$$\frac{1}{4}d, \quad \frac{3}{4}d, \quad \frac{5}{4}d, \quad \frac{7}{4}d, \quad \frac{9}{4}d, \quad \frac{11}{4}d, \quad \text{etc.}$$

d étant la longueur d'une ondulation lumineuse dans l'air; ou, si l'on prend pour unité le quart de cette longueur, les épaisseurs de la lame d'air répondant aux *maxima* et *minima* de la lumière réfléchie seront représentées par les nombres suivants :

Anneaux obscurs........ ..	0, 2, 4, 6, 8, 10, etc.
Anneaux brillants.	1, 3, 5, 7, 9, 11, etc.

On voit que cette unité, ou le quart d'une ondulation lumineuse, est précisément la longueur de ce que Newton appelle les *accès des molécules lumineuses*. Ainsi, en multipliant par quatre les mesures qu'il en a données pour les sept principales espèces de rayons simples, on a les longueurs correspondantes de leurs ondulations. On trouve de cette manière les mêmes résultats qu'en déduisant les longueurs d'ondulation de la mesure des franges produites par deux miroirs, ou des phénomènes variés de la diffraction. Cette identité numérique, que M. Young a le premier remarquée, établit entre les anneaux colorés et la diffraction de la lumière une relation intime, qui avait échappé jusqu'alors aux physiciens guidés par le système de l'émission, et ne pouvait être indiquée que par la théorie des ondulations.

47. D'après l'expérience de M. Arago sur le déplacement qu'éprouvent les franges produites par l'interférence de deux faisceaux lumineux, lorsqu'un des deux a traversé une lame mince, nous avons vu

N° XXXI. que les ondulations lumineuses étaient raccourcies dans cette lame, suivant le rapport du sinus de réfraction au sinus d'incidence, pour le passage de la lumière de l'air dans la lame. Ce principe est général et s'étend à tous les corps réfringents, de quelque nature qu'ils soient : ainsi, par exemple, la longueur d'ondulation de la lumière dans l'air est à la longueur d'ondulation dans l'eau, comme le sinus de l'angle d'incidence des rayons qui passent obliquement de l'air dans l'eau est au sinus de leur angle de réfraction. Par conséquent, si l'on introduit de l'eau entre les deux verres en contact qui présentent des anneaux colorés, la lame d'air étant remplacée par une lame d'eau, dans laquelle les ondulations lumineuses deviennent plus courtes suivant le rapport que nous venons d'énoncer, les épaisseurs de ces deux lames qui réfléchissent les mêmes anneaux seront entre elles dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour le passage de la lumière de l'air dans l'eau. C'est précisément le résultat que Newton avait trouvé par l'observation, en comparant les diamètres des anneaux produits dans les deux cas; d'où il déduisait par le calcul les épaisseurs correspondantes. Cette relation remarquable entre les phénomènes de la diffraction, de la réfraction et des anneaux colorés, qui ne se rattache en rien à l'hypothèse de l'émission, aurait pu être annoncée d'avance par la théorie des ondulations, d'après laquelle les sinus des angles d'incidence et de réfraction doivent être nécessairement proportionnels aux vitesses de propagation ou aux longueurs d'ondulation de la lumière dans les deux milieux, ainsi que nous le démontrerons bientôt en expliquant les lois de la réfraction.

48. Après avoir rendu compte de la formation des anneaux réfléchis par l'interférence des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air, M. Young a démontré que les anneaux beaucoup plus faibles qu'on voit par transmission résultent de l'interférence des rayons transmis directement avec ceux qui ne l'ont été qu'après deux réflexions consécutives dans la lame mince, et qu'ils devaient être en conséquence complémentaires des anneaux réfléchis.

conformément à l'expérience. Nous croyons inutile de donner cette explication, qui est semblable à la précédente; nous ferons seulement remarquer que l'extrême pâleur des anneaux transmis sous l'incidence perpendiculaire tient à la grande différence d'intensité des deux systèmes d'ondes qui les produisent. N° XXXI.

49. Nous ne traiterons pas non plus des anneaux réfléchis sous des incidences obliques, et nous nous contenterons de dire que la théorie explique pourquoi leur diamètre augmente avec l'obliquité, et que la formule très-simple à laquelle elle conduit représente les faits avec exactitude, du moins tant que les obliquités ne sont pas trop grandes: lorsque les rayons qui pénètrent dans la lame d'air sont très-inclinés, les résultats du calcul ne s'accordent plus avec les mesures de Newton[1]. Mais il est probable que cette anomalie tient à ce que les lois ordinaires de la réfraction, d'après lesquelles la formule est calculée, éprouvent quelques modifications dans le passage très-oblique des rayons entre deux surfaces aussi rapprochées.

Nous n'avons considéré jusqu'à présent que les anneaux produits par une lumière simple: mais il est aisé d'en conclure ce qui doit avoir lieu dans la lumière blanche, par des raisonnements analogues à ceux que nous avons déjà faits précédemment pour les franges de l'expérience des deux miroirs. On peut d'ailleurs trouver cette analyse du phénomène exposée avec le plus grand détail dans l'Optique de Newton, qui le premier a démontré que l'effet produit par la lumière blanche résultait toujours de la réunion des effets divers des rayons colorés dont elle se compose.

DE LA RÉFLEXION ET DE LA RÉFRACTION.

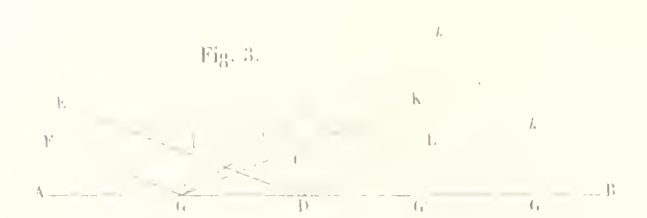
50. Par une comparaison tirée du choc des corps élastiques, nous avons fait voir comment une partie du mouvement vibratoire était

---

[1] Voyez, au sujet des mesures de Newton, le Mémoire de MM. La Provostaye et Desains sur les anneaux colorés. (*Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. XXVII, page 423.)

N° XXVI. réfléchie à la surface de contact de deux milieux de densités différentes, tandis que l'autre partie était transmise et se propageait dans le second milieu [1]; et nous avons expliqué ainsi la division que la lumière éprouve en rayons réfléchis et rayons transmis, quand elle arrive à la surface d'un corps transparent: mais nous n'avons pas encore donné la raison des lois auxquelles leurs directions sont soumises. C'est ce que nous allons tâcher de faire, en ramenant cette explication aux considérations les plus simples, et sacrifiant à la brièveté les développements un peu compliqués dans lesquels il faudrait entrer pour donner à la démonstration toute la généralité et la rigueur dont elle est susceptible.

Soient ED et FG deux rayons incidents, partis du même centre d'ondulation, que je suppose à une distance infinie, en sorte que ces rayons sont parallèles entre eux; soit AB la surface réfléchissante; menons par le point G la ligne droite GI, perpendiculaire aux rayons ED et FG: ce sera la direction de l'onde incidente, au moment où elle vient rencontrer en G la surface réfléchissante. D'après le principe de Huyghens, nous pouvons considérer chacun des points successivement ébranlés, G et D, par cette onde, comme étant eux-mêmes des centres d'ébranlement, qui, en agissant isolément, enverraient des rayons dans une infinité de directions et avec des intensités différentes. Il serait sans doute bien difficile de découvrir la loi


Fig. 3.

[1] On peut consulter à ce sujet le beau Mémoire de M. Poisson sur la réflexion des ondes à la surface de contact de deux fluides élastiques de densités différentes, où l'on trouvera une démonstration rigoureuse de ce principe général [a].

[a] Il s'agit du Mémoire cité dans la note de la page 75 et non, comme on pourrait le croire, du Mémoire beaucoup plus général *sur le mouvement de deux fluides superposés*, qui n'a été lu à l'Académie que le 24 mars 1823, et imprimé qu'en 1831. (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. X, p. 317.)

des variations de leur intensité autour du point rayonnant: mais heureusement nous n'en avons pas besoin; car, quelle que soit cette loi, il est évident que les rayons élémentaires partis des points G et D, qui suivront des directions parallèles, étant absolument dans des cas semblables, devront avoir la même intensité et la même direction de mouvement oscillatoire : or ce principe nous suffit pour juger suivant quelle direction peuvent se propager les vibrations résultantes de la réunion des rayons élémentaires. En effet, considérons l'onde réfléchie à une distance infiniment grande de AB relativement à l'intervalle GD et autres intervalles du même ordre : soient GK et DL deux rayons élémentaires réfléchis, concourant vers un même point de cette onde: ils seront parallèles, à cause de la distance infinie à laquelle il est situé. Supposons l'angle KGB égal à l'angle EDA; il est clair que les vibrations apportées par les rayons GK et DL à leur point de concours seront parfaitement d'accord. En effet, à cause de l'égalité de ces angles, si du point D on abaisse sur GK la perpendiculaire DC, les deux triangles GCD et IDG seront égaux, et par conséquent GC sera égal à ID. Or ID est la portion de chemin que le rayon incident ED a parcourue de plus que FG, pour arriver à la surface: et GC est la portion de chemin que le rayon réfléchi en G doit parcourir de plus que celui qui est réfléchi en D, pour arriver à leur point de concours; donc, lorsqu'ils y seront arrivés, ils auront parcouru en somme la même longueur de chemin, et par conséquent y vibreront d'accord. N° XXXI.

Mais il n'en est plus ainsi quand la direction des rayons élémentaires Gk et Dl, que je suppose aussi concourir vers un point infiniment éloigné, fait avec la surface un angle qui n'est pas égal à EDA: car alors l'intervalle GC, compris entre le point G et le pied de la perpendiculaire DC, n'étant plus égal à ID, les chemins parcourus par les rayons, pour arriver au point de concours, ne sont plus égaux, et leurs vibrations en ce point doivent être plus ou moins discordantes : or on peut toujours prendre le point G à une distance telle du point D, que la différence entre GC et ID soit égale à une demi-ondulation: ce

N° XXVI. qui établira une discordance complète, au point de concours, entre les vibrations réfléchies suivant Gk et Dl; et comme elles sont d'ailleurs d'intensités égales, elles se détruiront mutuellement, et par conséquent il n'y aura pas de lumière propagée dans cette direction.

51. Il est tellement vrai que le rayon élémentaire Dl est neutralisé, dans ce cas, par celui qui vient du point G, que, si l'on supprime ce dernier et les rayons qui en sont assez voisins pour contrarier aussi les vibrations du rayon Dl, on donne, ou, pour mieux dire, on rend à celui-ci la faculté de paraître. Les divers rayons élémentaires réfléchis en D peuvent diverger d'autant plus que l'étendue de la surface réfléchissante est plus rétrécie de chaque côté de ce point; car le rayon élémentaire $G'k'$, partant d'un point G' situé à la même distance de D que le point G, contrarie aussi bien, au point de concours, les vibrations de Dl, que le rayon Gk; et la manière générale de concevoir ces destructions mutuelles des rayons élémentaires est de considérer chaque rayon intermédiaire Dl comme détruit par la moitié (en intensité) du rayon Gk, et la moitié du rayon $G'k'$, puis les moitiés restantes de ces rayons, par les moitiés des rayons suivants, et ainsi de suite[1].

[1] Si l'on divise ainsi la surface du miroir en une suite de parties DG', G'G'', etc. égales à GD, les rayons élémentaires réfléchis aux points G, D, G', G'', dirigés tous vers le même point de concours infiniment éloigné, et par conséquent parallèles entre eux, différeront deux à deux dans leur marche d'une demi-ondulation; ainsi, par exemple, le rayon Gk se trouvera au point de concours en avance d'une demi-ondulation sur le rayon Dl, celui-ci en avance de la même quantité sur le rayon $G'k'$, et ainsi de suite; par la même raison, le rayon parti du milieu de GD sera en discordance complète avec le rayon parti du milieu de DG', et une pareille discordance aura également lieu entre les rayons réfléchis de tous les points correspondants des intervalles GD et DG'; de même tous les rayons réfléchis aux divers points de DG' seront en discordance complète avec ceux qui sont réfléchis aux points correspondants de G'G'', etc. or les intervalles GD, DG', G'G'', etc. étant égaux entre eux, la quantité de rayons qu'ils réfléchissent est la même; on peut donc considérer chaque faisceau de rayons élémentaires réfléchis dans cette direction par un intervalle quelconque DG', comme détruit par la moitié (en intensité) des rayons du faisceau précédent et par la moitié du faisceau suivant. Si la surface est limitée et renferme un nombre pair de ces intervalles, les deux moitiés restantes des faisceaux extrêmes seront en discordance complète au point de concours et s'y dé-

Il est aisé de vérifier ces conséquences de la théorie, en faisant tomber, dans une chambre obscure, les rayons d'un point lumineux sur un miroir métallique, ou une glace noircie par derrière, dont on a recouvert la surface supérieure d'un noir bien mat, à l'exception d'un espace un peu long et très-étroit, compris entre deux lignes droites qui font entre elles un angle très-aigu, de manière que la largeur de cet espace réfléchissant va continuellement en diminuant, jusqu'au point de concours de ses bords. Si l'on s'éloigne suffisamment du miroir, et qu'on reçoive sur un carton blanc la lumière réfléchie, ou qu'on l'observe directement avec une loupe, on remarquera que le faisceau réfléchi par la partie voisine du sommet de l'angle est beaucoup plus large que celui qui vient de la partie opposée, et qu'en conséquence la divergence des rayons réfléchis est d'autant plus grande que l'espace réfléchissant est plus étroit. XXXI

52. Cette manière d'envisager la réflexion n'explique pas seulement pourquoi les rayons ne sont plus assujettis dans leur marche à la loi ordinaire de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion, quand la surface est étroite ou discontinue, mais elle fournit même les moyens de calculer leurs intensités relatives dans leurs nouvelles di-

truiront mutuellement, et il n'y aura point de lumière réfléchie dans cette direction; mais si le nombre des intervalles est impair, la lumière réfléchie suivant cette direction sera alors la moins faible possible, les moitiés restantes des faisceaux extrêmes se trouvant en accord parfait. Il est à remarquer néanmoins que dans ce cas la lumière diffractée suivant la direction Gk sera beaucoup plus faible que celle qui a été réfléchie dans la direction GK, puisque tous les rayons partis de la surface qui se réunissent au premier point de concours ont parcouru des chemins égaux et s'ajoutent. Toutes ces conséquences de la théorie sont confirmées par l'expérience. Pour donner une idée de l'extrême rapidité avec laquelle la lumière doit diminuer à mesure que la direction Gk s'éloigne de celle de la réflexion régulière, j'ajouterai que, dès qu'on peut compter seulement sur la surface du miroir cinq intervalles pareils à GD, qui donnent des différences d'une demi-ondulation entre leurs rayons extrêmes, l'intensité de la lumière diffractée suivant Gk n'est plus, d'après la théorie, que le [illegible] environ de celle de la lumière régulièrement réfléchie; et, pour peu que le miroir ait de largeur, on sentira combien la direction Gk doit peu s'éloigner de GK pour qu'il ne contienne que cinq intervalles pareils à GD, c'est-à-dire pour qu'il n'y ait que cinq demi-ondulations de différence de marche entre les rayons partis des deux extrémités du miroir.

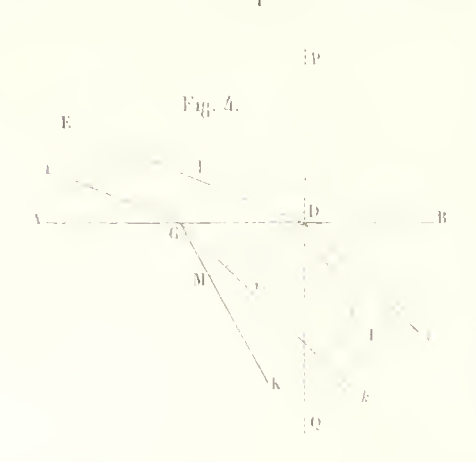
N° XXVI rections. Elle a encore l'avantage de donner une idée nette et précise de ce qui constitue le poli spéculaire. Il ne faut pas considérer la surface du miroir le mieux poli, ainsi que l'a remarqué Newton, comme parfaitement unie et formant un plan mathématique; il est évident au contraire, d'après le procédé même qu'on emploie pour la polir, qu'elle doit être hérissée d'une infinité de petites aspérités: car la poudre fine qui sert à cet objet ne peut que la rayer dans tous les sens, et c'est seulement l'extrême finesse de ces raies qui les rend imperceptibles. Mais quel degré de finesse doivent-elles avoir pour que la lumière soit régulièrement réfléchie? C'est ce qu'on peut conclure aisément de l'explication que nous venons de donner de la loi ordinaire de la réflexion. En effet, si les points G et G', figure 3, au lieu d'être exactement situés dans le plan mathématique ADB, sont un peu au-dessus ou un peu au-dessous de ce plan, il en resultera, dans la marche des rayons Gk et $G'k'$, une petite différence qui diminuera la discordance complète dans laquelle ils se trouvaient relativement au rayon Dl: dans le cas particulier de l'incidence perpendiculaire, par exemple, cette différence serait le double de la saillie des points G et G' sur le plan ADB; si donc celle-ci était le centième de la longueur d'une onde lumineuse, la différence de marche qu'elle occasionnerait serait un cinquantième d'ondulation; or une aussi petite altération de la discordance complète des rayons élémentaires ne produirait pas de lumière sensible suivant la direction Dl, comme on le reconnaît par le calcul, au moyen des formules d'interférences. Ainsi il suffit que la saillie des aspérités, ou la profondeur des renfoncements, soit très-petite, relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse, pour que la surface du miroir ne réfléchisse de lumière sensible que suivant un angle égal à l'angle d'incidence; et lorsque les plus grandes aspérités n'excèdent pas un centième d'ondulation, par exemple (qui est de 5 ou 6 millionièmes de millimètres pour les rayons jaunes), le miroir doit avoir un très-beau poli.

53. Ici se présente une conséquence qui mérite d'être remarquée.

Puisque les longueurs d'ondulation sont différentes pour les diverses N° XXXI
espèces de rayons colorés qui composent la lumière blanche, on conçoit qu'il pourrait y avoir tel degré de petitesse des aspérités de la surface qui donnerait déjà une réflexion assez régulière des ondulations les plus longues (celles des rayons rouges), et disperserait encore beaucoup les rayons violets, dont la longueur d'ondulation est d'un tiers plus courte; en sorte que dans l'image régulièrement réfléchie d'un objet blanc le rouge et l'orangé domineraient, tandis que le vert et surtout le bleu et le violet y seraient en moindre proportion, d'où résulterait une teinte roussâtre. C'est aussi ce que l'expérience confirme. Au lieu d'arrêter le travail du poli au degré convenable (ce qui serait sans doute difficile), servez-vous d'un miroir simplement douci, c'est-à-dire dont la surface a été bien dressée, et unie seulement à l'émeri fin, et inclinez ce miroir sur les rayons incidents, jusqu'à ce que vous commenciez à distinguer une image assez nette de l'objet blanc que vous regardez par réflexion : cette image vous paraîtra fauve et même d'un rouge orangé semblable à la couleur du soleil couchant, si l'objet a assez d'éclat pour que vous ne soyez pas obligé de trop incliner le miroir. La teinte de l'image est d'ailleurs la même, quelle que soit la nature du corps réfléchissant, qu'il soit d'acier, par exemple, ou de *crown-glass* un peu verdâtre. A mesure que l'obliquité du miroir augmente, l'image devient plus blanche et plus brillante; et lorsqu'il approche d'être parallèle aux rayons incidents, la réflexion est aussi régulière et presque aussi abondante que s'il avait été parfaitement poli. On voit que dans cette expérience l'obliquité du miroir produit le même effet que si l'on diminuait les aspérités de sa surface; il est facile d'en concevoir la raison, car ces aspérités n'altèrent la régularité de la réflexion qu'en raison des différences de chemins parcourus qui en résultent. Or on démontre aisément, par la géométrie, que ces différences deviennent d'autant plus petites que l'obliquité des rayons est plus grande.

54. Appliquons maintenant à la réfraction les considérations d'interférences qui nous ont servi à expliquer les lois de la réflexion. Soit

N° XXXI. AB la surface de séparation de deux milieux dans lesquels la lumière ne se propage pas avec la même vitesse. Je supposerai encore les rayons incidents FG et ED partis d'un point infiniment éloigné et par conséquent parallèles entre eux, et je ne chercherai les effets produits par les rayons élémentaires réfractés qu'à une distance de AB infiniment grande relativement à l'intervalle GD ou autres quantités du même ordre, afin de simplifier les raisonnements. Par le point G, je mène GI perpendiculaire aux rayons incidents; GI sera la direction de l'onde incidente, ou, en d'autres termes, les mouvements correspondants des ondulations des deux rayons incidents arriveront simultanément en G et en I; ainsi ID est l'espace que le rayon ED doit parcourir de plus que l'autre, pour arriver à la surface. De même, si l'on considère deux rayons élémentaires réfractés, partis des points G et D, et concourant vers un même point infiniment éloigné, suivant les directions GK et DL, et si on leur mène la perpendiculaire DM, GM sera la portion de chemin que le rayon GK doit parcourir de plus que l'autre, à partir de la surface, pour arriver au point de concours. Par conséquent les deux rayons y arriveront en même temps, si la lumière parcourt GM dans le même intervalle de temps que ID : or il est clair qu'il faut pour cela que ces deux espaces soient dans le même rapport que les vitesses de propagation ou les longueurs d'ondulation de la lumière dans les deux milieux; ainsi, représentant par d et d' les longueurs d'ondulation dans le premier et le second milieu, l'on devra avoir la proportion $GM : DI :: d' : d$. Mais si l'on prend GD pour rayon, GM sera le sinus de l'angle GDM, et ID le sinus de l'angle IGD : or IGD est égal à l'angle d'incidence IDP, et GDM à l'angle de réfraction QDL; donc le sinus de l'angle de réfraction doit être au sinus de



l'angle d'incidence comme d' est à d, pour que les deux rayons élémentaires réfractés que nous considérons soient parfaitement d'accord au point de concours; et cette condition se trouvant également remplie alors par tous les autres rayons élémentaires partis des différents points de la surface AB qui se réunissent au même point, toutes leurs ondulations s'y superposeront exactement et s'ajouteront les unes aux autres. Il n'en est plus ainsi des autres rayons élémentaires Gk et Dl, concourant aussi vers un point très-éloigné, mais dans une direction différente; car alors Gm, étant plus grand ou plus petit que GM, n'est plus parcouru dans le même intervalle de temps que ID; d'où résulte un retard dans la marche d'un des rayons relativement à celle de l'autre : or on peut toujours prendre G à une distance telle de D, que cette différence de marche soit précisément d'une demi-ondulation; on voit donc que, pour chaque rayon élémentaire quelconque Dl, qui s'écarte de la direction DL, il y a toujours un autre rayon Gk dirigé vers le même point de concours, qui en diffère d'une demi-ondulation : or, quelle que soit la loi suivant laquelle varie l'intensité des rayons élémentaires que chacun des ébranlements excités en G et en D enverrait dans diverses directions, en agissant isolément, il est clair que, les circonstances étant absolument semblables pour les séries de vibrations qui se propagent suivant les rayons parallèles Dl et Gk, leurs intensités seront les mêmes, ainsi que les directions de leurs mouvements oscillatoires; et puisque ces vibrations diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation, leurs mouvements se détruiront mutuellement [1]. On voit donc que les vibrations lumineuses ne peuvent se

N° XXXI

[1] Ce ne sont pas seulement ces mouvements qui se neutralisent réciproquement, mais encore les condensations et dilatations qui les accompagnent; et en effet, tout étant symétrique et égal entre les quantités de signes contraires dans le mouvement primitif, doit l'être pareillement dans les ondes élémentaires qui en dérivent, et cette égalité suffit pour que toutes les quantités de signes contraires, vitesses positives et négatives, condensations et dilatations, s'annulent mutuellement, quand les quantités positives correspondent aux négatives; ou, en d'autres termes, quand il y a une différence de marche d'une demi-ondulation entre les deux systèmes d'ondes qui interfèrent.

Nous remarquerons ici, comme nous l'avons fait pour la réflexion, que lorsque la

N° XXXI. manifester dans le second milieu que suivant la direction qui fait un angle de réfraction tel que son sinus soit au sinus de l'angle d'incidence comme d' est à d.

Lorsque la vitesse de propagation de la lumière reste la même dans tous les sens, pour chaque milieu, le rapport de d à d', et par conséquent celui du sinus des angles d'incidence et de réfraction reste constant, et la lumière suit la loi connue de la réfraction ordinaire. Mais il est des substances où la vitesse de propagation varie, dans le même milieu, avec la direction des rayons, et alors ceux qui éprouvent cet effet ne sont plus réfractés de la même manière.

Le rapport que nous venons de trouver entre les sinus des angles d'incidence et de réfraction s'accorde parfaitement, comme on le voit, avec l'expérience de M. Arago, qui démontre que les longueurs d'ondulation de la lumière dans deux milieux différents sont entre elles comme les sinus d'incidence et de réfraction pour le passage de la lumière d'un des milieux dans l'autre; et ce rapport explique en même temps pourquoi les épaisseurs des lames d'air et d'eau qui réfléchissent les mêmes anneaux colorés sont entre elles comme les sinus d'incidence et de réfraction de la lumière qui passe de l'air dans l'eau.

55. En généralisant les considérations que nous venons d'employer pour expliquer la loi ordinaire de la réfraction, dans le cas particulier d'une surface continue et indéfiniment étendue, on peut, avec les mêmes formules qui représentent les phénomènes de la diffraction, déterminer les lois bien plus compliquées que suivent les rayons réfractés, lorsque la surface réfringente est étroite ou discontinue, et l'on arrive ainsi à des résultats toujours conformes à l'expérience; ce qui prouve à la fois

surface AB n'est pas indéfinie, il part toujours des points voisins de ses extrémités des rayons élémentaires qui ne sont pas totalement détruits, à moins que, dans la direction DL que l'on considère les intervalles pareils à GD, qui répondent à une différence d'une demi-ondulation entre leurs rayons extrêmes, ne soient en nombre pair sur l'étendue de cette surface. Mais pour peu qu'elle soit large, la lumière diffractée qui vient des bords est beaucoup plus faible que celle qui a été réfractée régulièrement.

Nous renvoyons, pour de plus amples développements, aux notes du Mémoire sur la diffraction qui va être publié dans le Recueil des Savants étrangers.

la justesse et la généralité du principe d'Huyghens et de celui des interférences, sur lesquels repose toute cette théorie. N° XXXI

56. Je ne puis pas terminer cet exposé succinct de la réfraction, sans présenter quelques vues théoriques sur un phénomène d'optique qui l'accompagne toujours, qu'on a beaucoup étudié, et qui est peut-être encore un de ceux dont les lois sont le moins connues : je veux parler de la division que la lumière éprouve en traversant un prisme, et à laquelle on a donné le nom de *dispersion*, parce qu'elle sépare et disperse en quelque sorte les rayons colorés dont se compose la lumière blanche, en leur faisant suivre des routes différentes. Il résulte de ce phénomène que les rayons de diverses couleurs ne sont pas également réfractés, ou, en d'autres termes, que les ondulations de différentes longueurs ne se propagent pas avec la même vitesse dans les mêmes milieux; car c'est une conséquence nécessaire de l'explication que nous venons de donner de la réfraction, que le rapport entre les sinus d'incidence et de réfraction pour chaque espèce d'ondes doit toujours être égal au rapport entre leurs vitesses de propagation dans les deux milieux; en sorte que, si les divers rayons les parcouraient avec la même vitesse, ils seraient également réfractés et il n'y aurait pas de dispersion. Il faut donc supposer que dans les milieux réfringents les ondes de diverses longueurs ne se propagent pas avec la même vitesse, ou, en d'autres termes, ne sont pas raccourcies suivant le même rapport. Cette conséquence paraît au premier abord en contradiction avec les résultats des savants calculs de M. Poisson sur la propagation des ondes sonores dans des fluides élastiques de densités différentes; mais il faut observer que ses équations générales sont fondées sur l'hypothèse que chaque tranche infiniment mince du fluide n'est repoussée que par la tranche en contact, et qu'ainsi la force accélératrice ne s'étend qu'à des distances infiniment petites relativement à la longueur d'une ondulation[a]. Cette hypothèse est sans doute par-

---

[a] L'équation différentielle de la propagation du son dans les fluides élastiques a été établie par Lagrange, et l'absence de dispersion résulte simplement de ce qu'il n'entre dans cette équation que des dérivées partielles du second ordre. Ce qui appartient en propre à

N° XXXI. faitement admissible pour les ondes sonores, dont les plus courtes ont encore quelques millimètres de longueur; mais elle pourrait devenir inexacte pour les ondes lumineuses, dont les plus longues n'ont pas un millième de millimètre. Il est très-possible que la sphère d'activité de la force accélératrice qui détermine la vitesse de propagation de la lumière dans un milieu réfringent, ou la dépendance mutuelle des molécules dont il se compose, s'étende à des distances qui ne soient pas infiniment petites relativement à un millième de millimètre; cela ne contrarierait point les idées que l'expérience nous donne de la petitesse de ces sphères d'activité. Or il est aisé de voir, par des considérations mécaniques, que, si la sphère d'activité des forces accélératrices s'étend effectivement à des distances sensibles relativement à la longueur des ondulations lumineuses, celles qui sont les plus longues doivent être moins ralenties dans leur marche par les milieux denses, ou moins raccourcies en proportion que les ondulations plus courtes, et par conséquent doivent être moins réfractées; ce qui serait conforme à la seule règle générale que l'expérience ait découverte jusqu'à présent dans le phénomène de la dispersion.

Quoi qu'il en soit, les faits démontrent que les ondes lumineuses de diverses longueurs se propagent avec des vitesses différentes dans les mêmes milieux réfringents suivant des rapports variables, dont les lois sont encore entièrement inconnues, et qui paraissent tenir d'une manière très-intime à la nature chimique des corps. Les vitesses de propagation des divers rayons présentent-elles aussi quelques différences dans l'éther seul, tel que celui qui remplit les espaces célestes? C'est une question à laquelle il est difficile de répondre avec certitude, mais que des observations astronomiques de M. Arago paraissent cependant résoudre négativement [a].

Poisson, c'est d'avoir le premier donné l'intégrale générale de cette équation dans son Mémoire *Sur l'intégration de quelques équations linéaires aux différences partielles, et particulièrement de l'équation générale du mouvement des fluides élastiques*, lu à l'Académie le 19 juillet 1819. (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. III, p. 121.) [E. VERDET.]

[a] Voyez l'*Astronomie populaire*, t. I, p. 405.

N° XXXI

DE LA DOUBLE RÉFRACTION ET DE LA POLARISATION.

57. Lorsqu'on fait tomber un faisceau lumineux sur une des faces naturelles d'un rhomboïde de spath calcaire, il se divise dans son intérieur en deux autres faisceaux, qui suivent des routes différentes, et présentent ainsi deux images des objets vus au travers du rhomboïde. On a donné le nom de double réfraction à ce phénomène, ainsi qu'à tous ceux du même genre que produisent beaucoup d'autres cristaux, quand on les taille en prismes pour rendre plus sensible la séparation des deux images.

58. Mais cette bifurcation de la lumière n'est pas le seul fait remarquable qu'offre la double réfraction : chacun des faisceaux dans lesquels se divisent les rayons incidents jouit de propriétés singulières, qui établissent des différences entre ses côtés. Pour décrire avec précision les phénomènes qu'elles présentent, il est nécessaire d'employer et de faire connaître les expressions usitées.

Dans les cristaux où les lois de la double réfraction sont réduites à leur plus grande simplicité, il est toujours une certaine direction autour de laquelle les choses se passent de la même manière de tous les côtés, qu'on appelle l'axe du cristal. Il ne faut pas le regarder comme une ligne unique; on peut concevoir autant d'axes dans un cristal que de lignes parallèles à cette direction; et cependant celui-ci porte le nom de cristal à un seul axe, si d'ailleurs il y a une parfaite similitude dans les phénomènes optiques tout autour de l'axe. On voit que ce terme perd ici son acception ordinaire et devient synonyme de direction. On conçoit que la direction de l'axe tient à l'arrangement cristallin des particules du milieu, et qu'elle doit avoir, relativement à leurs faces ou leurs lignes de cristallisation, une position déterminée, qui reste toujours la même dans le cristal, de quelque manière qu'on le présente aux rayons incidents.

59. Il existe des cristaux où la similitude autour de l'axe n'a pas lieu, et où il en résulte la manifestation de deux directions particulières plus ou moins inclinées entre elles, qui présentent des phénomènes sem-

N° XXXI. blables à ceux qu'on observe suivant l'axe lorsque tout est pareil autour de lui : on les appelle cristaux à deux axes. Mais nous ne parlerons que des cristaux à un axe, dont les propriétés optiques sont plus simples et plus faciles à saisir.

60. On appelle *section principale* le plan mené par l'axe perpendiculairement à la surface du cristal. Comme notre objet n'est pas d'exposer ici toutes les manières diverses dont les rayons lumineux sont brisés par les cristaux, mais seulement leur mode de propagation dans ces milieux et les propriétés optiques qu'ils y prennent, nous supposerons, pour simplifier les raisonnements, que les rayons incidents sont toujours perpendiculaires aux faces du cristal, et compris ainsi dans le plan de sa section principale : quand nous voudrons étudier leur marche dans des directions diverses par rapport à l'axe, nous supposerons chaque fois que les faces d'entrée et de sortie ont été taillées perpendiculairement à ces directions.

61. Cela posé, on remarque dans le carbonate de chaux, dont la double réfraction est très-forte, qu'un des deux faisceaux prend une direction oblique à la surface, quoique les rayons incidents lui soient perpendiculaires; tandis que l'autre n'éprouve aucun brisement, conformément à la loi ordinaire de la réfraction; aussi dit-on de celui-ci qu'il est réfracté *ordinairement*, et de l'autre qu'il est réfracté *extraordinairement;* et, pour les distinguer l'un de l'autre, on leur donne les mêmes noms qu'au mode de réfraction qu'ils éprouvent; ainsi l'on appelle faisceau *ordinaire* celui qui subit la réfraction ordinaire, et faisceau *extraordinaire* celui qui éprouve la réfraction extraordinaire : on donne pareillement le nom d'image *ordinaire* à celle qui est produite par les rayons ordinaires, et le nom d'image *extraordinaire* à celle qui provient des rayons extraordinaires. Dans les autres cristaux doués de la double réfraction, tels que le cristal de roche, la même bifurcation a lieu dans les mêmes circonstances, mais si faiblement qu'il faudrait des plaques très-épaisses pour la rendre sensible. On y parvient plus aisément en taillant le cristal de manière que la face de sortie soit inclinée sur la première; ce qui fait que les deux faisceaux, ne sortant plus dans des

directions parallèles, finissent toujours par se séparer, si on les suit un peu loin. Mais, sans nous occuper des détails des expériences qui établissent les lois générales de la double réfraction, nous exposerons seulement les principaux résultats auxquels elles ont conduit. N° XXXI

Il est à remarquer d'abord que, lorsque les rayons incidents sont perpendiculaires à la surface du cristal, comme nous le supposons, la déviation du faisceau extraordinaire se fait toujours suivant le plan de la section principale, et ensuite que cette déviation devient nulle toutes les fois que les rayons traversent le cristal parallèlement ou perpendiculairement à l'axe.

L'observation a démontré que, lorsque les rayons sont parallèles à l'axe, ils ne suivent pas seulement la même direction, mais parcourent le cristal avec la même vitesse; et quand ils sont perpendiculaires à l'axe, c'est au contraire alors que leurs vitesses de propagation diffèrent le plus, quoiqu'ils suivent encore la même route. La vitesse de propagation des rayons ordinaires est la même dans toutes les directions, et c'est pour cela qu'ils sont assujettis aux lois ordinaires de la réfraction. La vitesse des rayons extraordinaires varie suivant l'angle qu'ils font avec l'axe; et l'on juge de cette vitesse, dans le système des ondulations comme dans celui de l'émission, par le brisement qu'ils éprouvent à leur entrée et leur sortie sous des incidences obliques, lequel donne le rapport entre le sinus des angles d'incidence et de réfraction. Les expériences de Huyghens [a], de M. Wollaston [b] et de Malus [c] sur le carbonate de chaux, et les observations nombreuses de M. Biot [d] sur le cristal de roche, dans lesquelles il a porté à un haut degré de précision les mesures angulaires de la double réfraction, démontrent que la différence entre les carrés des vitesses de propagation des rayons ordinaires et extraordinaires est proportionnelle au carré du sinus de

---

[a] *Traité de la lumière*, ch. V.

[b] *Philosophical Transactions* for 1802.

[c] *Mémoires des Savants étrangers* (2e collection), pour 1809, t. II, p. 303.

[d] *Mémoires de l'Academie royale des Sciences de l'Institut* pour 1818, t. III, p. 177.

N° XXVI. l'angle que la direction de ceux-ci fait avec l'axe, si l'on calcule les vitesses d'après l'hypothèse de l'émission, comme l'a fait le célèbre auteur de la Mécanique céleste; et dans la théorie des ondulations c'est entre les quotients de l'unité divisée par les mêmes carrés qu'existe cette relation; car les rapports des vitesses sont toujours inverses dans les deux systèmes. Cette loi importante, dont la découverte est due au génie de Huyghens, nous représente comme des conséquences les faits que nous venons d'exposer : les deux espèces de rayons auront la même vitesse dans la direction de l'axe, puisque alors ce sinus est égal à zéro; et la différence de vitesse croîtra graduellement avec ce sinus à mesure qu'ils s'éloignent de l'axe, jusqu'à ce qu'ils lui soient perpendiculaires, direction où elle atteindra son maximum.

Cette différence de vitesse est positive dans certains cristaux, et négative dans d'autres; c'est-à-dire que dans les uns les rayons ordinaires marchent moins vite que les rayons extraordinaires, et que dans les autres au contraire ils ont plus de vitesse. Le carbonate de chaux ou spath calcaire offre un exemple du premier cas, et le cristal de roche du second.

Voilà l'exposé succinct des principes généraux de la marche des rayons ordinaires et extraordinaires dans le cristal : revenons maintenant aux propriétés physiques qu'ils manifestent à leur sortie, lorsqu'on leur fait traverser un second cristal capable, comme le premier, de diviser la lumière en deux faisceaux distincts[1].

62. Considérons successivement chacun des deux faisceaux qui sortent du premier rhomboïde de spath calcaire, et d'abord celui qui a été réfracté ordinairement. Les deux nouveaux faisceaux qu'il produit en traversant le second rhomboïde ne sont d'égale intensité qu'autant que la section principale du second cristal fait un angle de 45° avec celle du premier; pour toutes les autres positions, les deux faisceaux, ou les deux images qu'ils donnent, ont des intensités inégales, et même un

[1] J'emploierai dorénavant l'expression de *faisceau*, empruntée à la théorie de l'émission, pour désigner en général un système d'ondes qui se sépare des autres par sa direction, ou même simplement par sa différence de vitesse.

d'eux s'évanouit entièrement, lorsque la section principale du second rhomboïde est parallèle ou perpendiculaire à celle du premier : quand elle lui est parallèle, c'est l'image extraordinaire qui s'évanouit, et l'image ordinaire parvient en même temps à son maximum d'éclat ; quand la section principale du second rhomboïde est perpendiculaire à celle du premier, c'est au contraire l'image ordinaire qui disparaît, et l'image extraordinaire qui atteint son maximum. Le faisceau extraordinaire sorti du premier rhomboïde présente, en traversant le second, des effets inverses : son image ordinaire devient nulle quand la section principale du second cristal est parallèle à celle du premier ; elle atteint son maximum, au contraire, quand la section principale du second cristal est perpendiculaire à celle du premier, et c'est alors l'image extraordinaire qui s'évanouit. En résumant, nous voyons donc que chaque faisceau produit par une des deux réfractions du premier cristal se partage généralement entre les deux réfractions dans le second, mais en portions inégales, tant que la section principale du second cristal ne fait pas un angle de 45° avec celle du premier ; qu'il n'éprouve plus qu'un seul mode de réfraction dans le second cristal quand la section principale de celui-ci est parallèle ou perpendiculaire à celle du premier, et que cette nouvelle réfraction est de même nature dans le premier cas, et de nom contraire dans le second. N° XXVI.

Il résulte de ces faits que les deux faisceaux produits par la double réfraction n'ont pas les mêmes propriétés optiques tout autour de leur direction, puisqu'ils subissent tantôt la réfraction ordinaire et tantôt la réfraction extraordinaire, selon que la section principale du second cristal est dirigée suivant un certain plan ou perpendiculairement à ce plan. Si donc on mène des lignes droites perpendiculaires aux rayons suivant ces plans, et qu'on les conçoive emportées par le système d'ondes dans sa marche, elles indiqueront les deux sens dans lesquels il présente des propriétés optiques opposées.

Malus a donné le nom de polarisation à cette singulière modification de la lumière, d'après une hypothèse que Newton avait imaginée pour expliquer le phénomène : ce grand géomètre supposait que les molé-

N° XXXI. cules lumineuses ont deux sortes de pôles, ou plutôt de faces, jouissant de propriétés physiques différentes; que dans la lumière ordinaire les faces de même espèce des diverses molécules lumineuses sont tournées dans toutes sortes de sens, mais que par l'action du cristal les unes se trouvent dirigées parallèlement à sa section principale et les autres perpendiculairement, et que le genre de réfraction qu'éprouvent les molécules lumineuses tient au sens dans lequel leurs faces sont tournées relativement à la section principale. On conçoit qu'on peut, en effet, représenter les faits avec cette hypothèse. Sans m'arrêter à la discuter et à faire voir les difficultés, je dirais même les contradictions auxquelles elle conduit dans un examen approfondi, je ferai remarquer seulement qu'on peut aussi concevoir cette différence des propriétés optiques que présentent, dans deux sens rectangulaires, les faisceaux séparés par la double réfraction, en supposant dans les ondes lumineuses des mouvements *transversaux*[1] qui ne seraient pas les mêmes dans les deux sens. Mais abandonnons toute idée théorique pour le moment, et continuons à étudier les faits.

63. Ce n'est pas seulement par son passage au travers d'un cristal qui la divise en deux faisceaux distincts que la lumière reçoit cette singulière modification; elle peut encore être polarisée par la simple réflexion sur la surface des corps transparents, ainsi que Malus l'a observé le premier. Si l'on fait tomber sur une glace non étamée un faisceau de lumière directe sous une obliquité de 35° environ comptés à partir de la surface, et qu'on place un rhomboïde de spath calcaire sur le trajet du rayon réfléchi, on remarque que les deux faisceaux dans lesquels il se divise en traversant le cristal ne sont d'égale intensité que lorsque la section principale du rhomboïde fait un angle de 45° avec le plan de réflexion, et que pour toutes les autres directions de la section principale les intensités des images sont inégales : cette inégalité est d'autant plus sensible que la section principale s'écarte plus de l'angle de 45°; et enfin, lorsqu'elle est parallèle ou perpendi-

[1] J'appelle mouvements *transversaux* des oscillations des molécules éthérées qui s'exécuteraient perpendiculairement à la direction des rayons.

culaire au plan d'incidence, l'une des deux images s'évanouit : c'est l'image extraordinaire dans le premier cas, et l'image ordinaire dans le second. On voit que la lumière réfléchie sur le verre, sous l'inclinaison de 35°, se comporte précisément comme le faisceau ordinaire sorti d'un rhomboïde dont la section principale aurait été dirigée dans le plan de réflexion. On dit du faisceau réfléchi qu'*il est polarisé dans le plan de réflexion*, et pareillement du faisceau ordinaire sorti d'un rhomboïde de spath calcaire, qu'il est polarisé dans le plan de la section principale de ce cristal; on doit donc dire aussi que le faisceau extraordinaire est polarisé perpendiculairement à la section principale, puisqu'il présente dans ce sens les mêmes propriétés que le faisceau ordinaire dans le plan de la section principale. N° XXXI

La polarisation complète de la lumière s'opère par réflexion à la surface de l'eau sous l'inclinaison de 37°, et, en général, à la surface des corps transparents sous une incidence telle que le rayon réfléchi soit perpendiculaire au rayon réfracté. La découverte de cette loi remarquable est due au docteur Brewster. Est-ce une loi rigoureuse, ou n'est-elle qu'approximative? La question est difficile à décider; mais la seconde hypothèse paraîtrait la plus probable [a].

Sous les autres incidences la polarisation n'est que partielle, c'est-à-dire qu'en faisant tourner le rhomboïde on ne voit jamais disparaître une image. Elles passent bien à la vérité par des degrés différents de clarté; mais leurs *minima* d'intensité, qui répondent toujours aux mêmes directions de la section principale, ne sont plus égaux à zéro. Enfin, lorsque les rayons incidents sont perpendiculaires ou presque parallèles à la surface, la lumière réfléchie ne présente plus aucune trace de polarisation, c'est-à-dire que les deux images sont toujours d'égale intensité dans toutes les positions du rhomboïde.

Plusieurs corps opaques qui ne sont pas trop réfringents, tels que le marbre, les vernis noirs, etc. peuvent imprimer aussi une polarisation

[a] On sait que Fresnel est parvenu plus tard à donner une démonstration théorique de la loi de M. Brewster. (Voy. le n° XXX, § 6.)

N° XXXI. complète aux rayons qu'ils réfléchissent régulièrement sur leur surface; tandis que d'autres corps parfaitement diaphanes ou demi-transparents, mais très-réfringents, tels que le diamant et le verre d'antimoine, ne la polarisent jamais parfaitement. Mais ce sont surtout les métaux qui polarisent le moins bien la lumière qu'ils réfléchissent, même sous les incidences les plus favorables. Il est à remarquer que les incidences qui répondent au maximum de polarisation se rapprochent d'autant plus de la surface que le corps réfléchissant est plus réfringent, autant qu'on en peut juger du moins par l'abondance de la lumière qu'il réfléchit, quand il est tout à fait opaque comme les métaux.

64. Les corps transparents ne polarisent pas seulement la lumière par réflexion, ils la polarisent encore par réfraction, et d'autant plus que leur surface est plus inclinée relativement aux rayons; mais elle n'est jamais complétement polarisée de cette manière, à moins qu'on ne lui fasse traverser successivement plusieurs plaques parallèles : il en faut d'autant plus qu'elles sont moins inclinées sur les rayons incidents. Malus, auquel on doit encore la découverte de ce mode de polarisation, montra que les rayons transmis étaient polarisés dans un sens perpendiculaire à celui des rayons réfléchis; ainsi les premiers étant polarisés suivant le plan d'incidence, les seconds le sont perpendiculairement à ce plan. M. Arago a reconnu, par des expériences ingénieuses qui lui fournissaient des moyens d'observation très-précis, que la quantité de lumière polarisée par réflexion sur la surface d'un corps diaphane est toujours égale à celle qui se polarise par réfraction [a]. On peut généraliser l'énoncé de ce principe remarquable, et dire que, toutes les fois que la lumière se divise en deux faisceaux (sans qu'il y ait absorption), la même quantité de lumière polarisée dans l'un se retrouve dans l'autre polarisée suivant une direction perpendiculaire.

65. Après avoir étudié les principaux moyens de polarisation, nous allons nous occuper maintenant des phénomènes singuliers que pre-

(a) Arago. Notice sur la polarisation. (*Œuvres complètes*, t. VII, p. 291.)

sente la lumière polarisée lorsqu'on la fait tomber sur la surface des corps transparents : c'est encore à Malus qu'on doit ces découvertes importantes [a]. Nous venons de voir que la lumière réfléchie sous un angle de 35° par une glace non étamée était complétement polarisée : cette propriété doit être générale et indépendante des modifications antérieures que la lumière incidente a pu recevoir : et en effet la lumière polarisée suivant un plan quelconque se trouve toujours, comme la lumière ordinaire après cette réflexion, complétement polarisée dans le plan d'incidence. Or nous avons remarqué qu'un faisceau polarisé ne donnait qu'une image en traversant un rhomboïde de spath calcaire dont la section principale était parallèle ou perpendiculaire à son plan de polarisation, l'image ordinaire dans le premier cas et l'image extraordinaire dans le second, c'est-à-dire toujours l'image dont le plan de polarisation coïncide avec le sien : ainsi un faisceau polarisé suivant un plan ne peut pas fournir, par une division immédiate, de la lumière polarisée dans le plan perpendiculaire. En généralisant ce principe, on doit en conclure qu'un faisceau polarisé qu'on fait tomber sur une glace non étamée sous l'angle de 35°, et suivant un plan d'incidence perpendiculaire à son plan de polarisation, ne peut pas non plus fournir de lumière polarisée dans le plan d'incidence, puisque celui-ci est perpendiculaire à son plan de polarisation. Mais les rayons réfléchis sous l'angle de 35° sont toujours polarisés suivant le plan d'incidence : donc le faisceau incident polarisé perpendiculairement à ce plan ne peut rien donner à la réflexion. Cette conséquence est confirmée par les belles expériences de Malus : dans le cas dont nous parlons il n'y a plus de lumière réfléchie, elle est transmise en entier. Mais si, sans changer l'inclinaison de la glace, on la fait tourner autour du faisceau incident, de manière à placer successivement le plan de réflexion dans tous les

N° XXXI

[a] Malus. Sur une propriété de la lumière réfléchie. (*Mémoires de la Société d'Arcueil*, t. II, p. 143.) — Mémoire sur de nouveaux phénomènes d'optique : Mémoire sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière. (*Mémoires de la Classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut*, pour 1810, p. 105 et 112.)

N° XXXI. azimuts[1], on observe que la lumière réfléchie commence à renaître dès que le plan de réflexion s'écarte du plan perpendiculaire à celui de la polarisation primitive : d'abord très-faible, elle augmente à mesure que le plan de réflexion s'en éloigne davantage, et atteint enfin son maximum quand il est parallèle au plan primitif de polarisation ; puis la lumière réfléchie décroît par les mêmes degrés, et redevient nulle enfin quand le plan d'incidence se retrouve perpendiculaire au plan primitif de polarisation.

On voit que ces phénomènes sont tout à fait analogues à ceux que nous avons observés dans chacune des deux images produites par un faisceau polarisé qui traverse un rhomboïde de spath calcaire, quand on fait tourner ce cristal. C'est aussi par la même formule que Malus a représenté, dans les deux cas, les variations d'intensité de ces images et de la lumière réfléchie. Si l'on appelle i l'angle que le plan primitif fait avec le plan de réflexion, ou celui suivant lequel la double réfraction polarise l'image que l'on considère, l'intensité de cette image et celle de la lumière réfléchie seront représentées par $\cos^2 i$ multipliant leur maximum d'intensité, que nous prendrons pour unité.

66. Vérifions cette formule sur le cas où le faisceau polarisé traverse un rhomboïde de spath calcaire ; appelons i l'angle que le plan de polarisation de l'image ordinaire, c'est-à-dire la section principale du cristal, fait avec le plan primitif ; $90° - i$ sera l'angle que celui-ci fait avec le plan de polarisation de l'image extraordinaire ; ainsi $\cos^2 i$ représentant l'intensité de l'image ordinaire, celle de l'image extraordinaire sera représentée par $\cos^2 (90° - i)$ ou $\sin^2 i$. Quand i égale zéro, $\sin^2 i$ devient nul, c'est-à-dire que lorsque la section principale se confond avec le plan primitif, l'image extraordinaire s'évanouit et toute la lumière passe dans l'image ordinaire, puisque alors $\cos^2 i$ est égal à 1.

[1] On donne le nom général d'*azimut*, dans la description des phénomènes de polarisation, aux angles que les plans menés par le rayon lumineux suivant toutes les directions font avec le plan primitif de polarisation ; c'est un terme emprunté de l'astronomie, où il signifie les angles que font avec le méridien les plans verticaux dirigés sur les divers points de l'horizon.

Quand $i = 45°$, $\sin^2 i$ et $\cos^2 i$ deviennent chacun égaux à $\frac{1}{2}$, et les deux images sont d'égale intensité; enfin, quand $i = 90°$, $\sin^2 i = 1$ et $\cos^2 i = 0$, ce qui signifie que l'image ordinaire s'évanouit et que toute la lumière passe dans l'image extraordinaire. Les mêmes effets se répètent dans les autres quadrants. On voit que ces conséquences de la formule sont conformes à l'observation. Pour que cette formule fût bien démontrée, il faudrait qu'elle eût été vérifiée directement sur des valeurs intermédiaires de i; mais elle a déjà subi dans ce cas l'épreuve de plusieurs vérifications indirectes, qui, sans être décisives, augmentent néanmoins la probabilité de son exactitude. D'ailleurs l'analogie et des considérations mécaniques très-admissibles semblent indiquer qu'elle est rigoureuse. N° XXXI.

67. En exposant les principes fondamentaux de la théorie des ondes, nous avons montré que l'intensité de la lumière est égale à la somme des forces vives comprises dans chaque ondulation, ou simplement pour un même milieu à la somme des carrés des vitesses des divers points de l'onde, et peut être représentée en conséquence par le carré du coefficient commun de ces vitesses; ainsi, $\cos^2 i$ étant l'intensité de lumière de l'image ordinaire, $\cos i$ est le coefficient commun des vitesses d'oscillation dans cette image et représente leur intensité; et, de même, $\sin^2 i$ étant l'intensité de lumière de l'image extraordinaire, $\sin i$ représente l'intensité des vitesses d'oscillation dans le système d'ondes qui a éprouvé la réfraction extraordinaire. Nous voyons donc que la décomposition des vitesses d'oscillation du faisceau polarisé primitif, qui se résout en deux autres en pénétrant le cristal, se fait absolument comme si ces mouvements oscillatoires, au lieu d'être parallèles aux rayons, s'exécutaient suivant une direction perpendiculaire, et parallèlement ou perpendiculairement au plan de polarisation; car alors les deux vitesses composantes seraient aussi proportionnelles à $\sin i$ et $\cos i$, d'après le principe de la composition et de la décomposition des petits mouvements d'un fluide, qui doivent se faire comme celles des forces en statique. La loi de Malus semble donc indiquer que les mouvements oscillatoires des molécules éthérées s'exécutent perpendiculairement aux rayons;

N° XXXI. c'est une hypothèse que rendent encore plus probable d'autres propriétés remarquables de la lumière polarisée que nous allons faire connaître.

68. En étudiant les interférences des rayons polarisés, nous avons trouvé, M. Arago et moi, qu'ils n'exercent plus d'influence les uns sur les autres quand leurs plans de polarisation sont perpendiculaires entre eux, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent plus alors produire de franges, quoique toutes les conditions nécessaires à leur apparition, dans le cas ordinaire, soient d'ailleurs scrupuleusement remplies. Je citerai les trois principales expériences qui nous ont servi à établir ce fait, en commençant par celle qui appartient à M. Arago. Elle consiste à faire traverser aux deux faisceaux émanant du même point lumineux et introduits par deux fentes parallèles deux piles de lames transparentes très-minces, telles que celle de mica ou de verre soufflé, qu'on incline assez l'une et l'autre pour polariser presque complétement chacun des deux faisceaux, en ayant soin que les deux plans suivant lesquels on les incline soient perpendiculaires entre eux : alors on ne peut plus apercevoir de franges, quelque soin que l'on prenne d'ailleurs à compenser les différences de marche en faisant varier très-lentement l'inclinaison d'une des piles[1] ; tandis que, lorsque les plans d'incidence des piles ne sont plus perpendiculaires entre eux, on parvient toujours à faire paraître les franges. À mesure que ces plans s'éloignent du parallélisme, les franges s'affaiblissent, et elles disparaissent tout à fait quand ils sont rectangulaires, si la polarisation des deux faisceaux a été assez complète. Il résulte de cette expérience que les rayons polarisés suivant le même plan s'influencent mutuellement, comme des rayons de lumière non modifiée, mais que cette influence diminue à mesure que les plans de polarisation s'écartent l'un de l'autre, et devient nulle quand ils sont rectangulaires.

[1] On pourrait faire la même expérience avec des lames de verre beaucoup plus épaisses, d'un millimètre par exemple, qui auraient été dressées et polies avec soin, de manière que leurs surfaces fussent bien parallèles, et qu'on aurait ensuite coupées en deux pour former des piles d'égale épaisseur : il faudrait seulement faire varier plus lentement l'inclinaison des piles, afin d'être sûr de ne point laisser passer les franges sans les apercevoir.

Voici une autre expérience qui conduit aux mêmes conséquences. XXXI.
On prend une lame de sulfate de chaux[1] ou de cristal de roche parallèle à l'axe, et d'une épaisseur bien uniforme; on la coupe en deux, et l'on place chacune des moitiés sur une des fentes de l'écran. Je suppose qu'on ait tourné ces deux moitiés de manière que les bords, qui étaient contigus dans la lame avant sa division, soient restés parallèles; les axes le seront aussi. Or, dans ce cas, on n'aperçoit qu'un seul groupe de franges au milieu de l'espace éclairé, comme avant la division de la lame. Mais si l'on fait tourner l'une de ses moitiés dans son plan, en dérangeant ainsi le parallélisme de leurs axes, on fait naître deux autres groupes de franges plus faibles, situés l'un à droite et l'autre à gauche du groupe du milieu, et qui en sont complétement séparés dans la lumière blanche, lorsque les lames de cristal de roche ou de sulfate de chaux dont on se sert ont seulement un millimètre d'épaisseur. Il est à remarquer que le nombre de largeurs des franges comprises entre le milieu d'un de ces groupes et celui du groupe central est proportionnel à l'épaisseur des lames, pour des cristaux de même nature, ou dont la double réfraction a la même énergie, comme le cristal de roche et le sulfate de chaux. A mesure que l'angle des deux axes augmente, ces nouveaux groupes de franges deviennent de plus en plus prononcés, et atteignent enfin leur maximum d'intensité quand les axes des deux lames sont perpendiculaires entre eux: alors le groupe central, qui s'était affaibli graduellement, a tout à fait disparu et est remplacé par une lumière uniforme. Il faut en conclure que les rayons qui les produisaient par leur interférence ne sont plus capables de s'influencer mutuellement. Il est aisé de voir, d'après la

[1] Quoique le sulfate de chaux soit un cristal à deux axes, ainsi que M. Brewster l'a démontré [a], les lames dans lesquelles il se divise naturellement, et qui sont parallèles au plan des deux axes, produisant sur les rayons perpendiculaires les mêmes effets que si elles ne contenaient qu'un seul axe suivant la direction médiale, je ne considérerai ici que cette direction, que j'appellerai l'axe du cristal.

[a] (Brewster, On the Laws of Polarisation and double Refraction in regularly cristallized Bodies. *Philosophical Transactions* for 1816, p. 199.)

N° XXXI. position de ces franges, qu'elles résultaient de l'interférence des rayons qui ont subi le même mode de réfraction dans les deux lames, puisque, les ayant parcourues avec des vitesses égales, ils doivent arriver simultanément dans le milieu de l'espace éclairé, qui répond à des chemins égaux, si d'ailleurs les deux lames sont de même épaisseur et restent toujours l'une et l'autre perpendiculaires aux rayons, comme nous le supposons ici. Ainsi les franges du groupe central étaient formées par la superposition de celles qui résultaient, 1° de l'interférence des rayons ordinaires de la lame de gauche avec les rayons ordinaires de la lame de droite, 2° de l'interférence des rayons extraordinaires de la première lame avec les rayons extraordinaires de la seconde. Les deux groupes excentriques au contraire résultent de l'interférence des rayons qui ont subi des réfractions différentes dans les deux lames; et comme ce sont les rayons ordinaires qui marchent le plus vite dans le cristal de roche ou le sulfate de chaux, on voit que, si l'on emploie une de ces deux espèces de cristaux, le groupe de gauche doit être formé par la réunion des rayons extraordinaires de la lame de gauche avec les rayons ordinaires de la lame de droite, et le groupe de droite par la réunion des rayons extraordinaires de la lame de droite avec les rayons ordinaires de la lame de gauche. Cela posé, il s'agit de déterminer maintenant le sens de polarisation de chacun des faisceaux qui interfèrent, pour en conclure quelles sont les directions relatives des plans de polarisation qui favorisent ou empêchent leur influence mutuelle. L'analogie indique que le mode de polarisation de la lumière doit être dans les lames minces le même que dans les cristaux assez épais pour la diviser en deux faisceaux distincts. Mais comme cette hypothèse peut être l'objet d'une discussion, et contredit même une théorie ingénieuse d'un de nos plus célèbres physiciens, nous ne la présenterons pas d'abord comme un principe certain, et nous aurons recours à une expérience directe pour déterminer les plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires qui sortent de ces lames, auxquelles nous avons supposé un ou deux millimètres d'épaisseur. Cette épaisseur suffit pour qu'on puisse

tailler un de leurs bords en biseau, et obtenir par cette forme prismatique la séparation des rayons ordinaires et extraordinaires; alors on reconnaît qu'ils sont effectivement polarisés, les premiers suivant la section principale et les autres dans un sens perpendiculaire. Si l'on ne regardait pas encore cela comme une preuve suffisante que tel est aussi leur mode de polarisation au sortir de chaque lame quand ces deux surfaces sont parallèles, on en trouverait une nouvelle démonstration dans les faits que nous venons de décrire, en partant des principes établis par l'expérience de M. Arago, et qui sont d'ailleurs confirmés par celle dont nous allons bientôt parler; si, au contraire, on ne met plus en question le sens de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires, l'expérience actuelle devient une seconde démonstration de ces principes. En effet, lorsque les axes des deux lames étaient parallèles, les rayons qui avaient éprouvé les mêmes réfractions dans ces deux cristaux se trouvaient polarisés suivant la même direction, et ceux de noms contraires suivant des directions rectangulaires; voilà pourquoi le groupe de franges du milieu, qui provient de l'interférence des rayons de même nom, était à son maximum d'intensité, et les deux autres, qui résultent de l'interférence des rayons de noms contraires, ne paraissaient pas encore. Mais quand les axes des deux lames formaient entre eux un angle oblique, de 45° par exemple, les rayons de noms contraires et ceux de même nom pouvaient agir à la fois les uns sur les autres, puisque leurs plans de polarisation n'étaient plus rectangulaires, et les trois groupes de franges étaient produits. Lorsque enfin les axes deviennent perpendiculaires entre eux, les rayons de même nom se trouvent polarisés suivant des directions rectangulaires, et le groupe central auquel ils donnaient naissance s'évanouit; tandis que les rayons ordinaires de la lame de gauche sont alors polarisés parallèlement aux rayons extraordinaires de la lame de droite, ce qui fait que le groupe de droite qu'ils produisent atteint son maximum d'intensité. Il en est de même du groupe de gauche, résultant de l'interférence des rayons ordinaires de la lame de droite avec les rayons extraordinaires de la lame de gauche.

N° XXXI.

N° XXXI. Voici une troisième expérience qui confirme encore les conséquences que nous avons tirées de la première. Ayant fait polir un rhomboïde de spath calcaire sur deux faces opposées, dressées avec soin et bien parallèles, je le sciai perpendiculairement à ces faces, et j'obtins de cette manière deux rhomboïdes d'égale épaisseur, et dans lesquels la marche des rayons ordinaires et extraordinaires devait être exactement pareille sous la même incidence. Je les plaçai l'un devant l'autre, de manière que les rayons partis du point lumineux qui avaient traversé le premier rhomboïde parcourussent ensuite le second, en ayant soin que leurs faces fussent perpendiculaires à la direction des rayons incidents; de plus, la section principale du second rhomboïde était perpendiculaire à celle du premier, de sorte que les quatre faisceaux qu'ils produisent en général étaient réduits à deux; le faisceau ordinaire du premier rhomboïde était réfracté extraordinairement dans le second, et le faisceau extraordinaire de celui-là était réfracté ordinairement dans celui-ci. Il résultait de cette disposition que les différences de marche provenant de la différence de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires se trouvaient compensées pour les deux faisceaux sortants. Ils se croisaient d'ailleurs sous un angle très-petit, et tel que les franges devaient avoir une largeur beaucoup plus que suffisante pour être aperçues; et cependant, quoique toutes les conditions nécessaires à la production des franges, pour les circonstances ordinaires, eussent été soigneusement observées, je ne pus jamais parvenir à les faire paraître. Pendant que je les cherchais avec soin en tenant une loupe devant mon œil, je faisais varier lentement la direction d'un des rhomboïdes, en le déviant tantôt à droite, tantôt à gauche, afin de compenser l'effet résultant de quelque différence d'épaisseur s'il s'en trouvait encore; mais malgré ce tâtonnement, réitéré un grand nombre de fois, je n'aperçus point de franges: et cela ne doit plus surprendre, d'après ce que les autres expériences nous ont appris, puisque les deux faisceaux sortants se trouvaient polarisés à angle droit. Ce qui prouvait bien d'ailleurs que l'absence des franges ne tenait point à la difficulté d'arriver par le tâtonnement à une compensation exacte, c'est que je

parvenais aisément à les faire paraître en employant de la lumière qui avait été polarisée avant son entrée dans les rhomboïdes, et en lui faisant éprouver une nouvelle polarisation après sa sortie. Il est donc complétement démontré, par les expériences que je viens de rapporter, que les rayons polarisés à angle droit ne peuvent exercer aucune influence sensible l'un sur l'autre, ou, en d'autres termes, que leur réunion produit toujours la même intensité de lumière, quelles que soient les différences de marche des deux systèmes d'ondes qui interfèrent. N° XXXI.

69. Un autre fait remarquable, c'est qu'une fois qu'ils ont été polarisés suivant des directions rectangulaires, il ne suffit plus qu'ils soient ramenés à un plan commun de polarisation pour qu'ils puissent donner des signes apparents de leur influence mutuelle. En effet si, dans l'expérience de M. Arago, ou celle que j'ai décrite ensuite, on fait passer les rayons sortis des deux fentes, qui sont polarisés à angle droit, au travers d'une pile de glaces inclinées, on n'aperçoit pas de franges, dans quelque direction qu'on tourne son plan d'incidence. Au lieu d'une pile, on peut employer un rhomboïde de spath calcaire; si l'on incline sa section principale de 45° sur les plans de polarisation des faisceaux incidents, de manière qu'elle divise en deux parties égales l'angle qu'ils font entre eux, chaque image contiendra la moitié de chaque faisceau; et ces deux moitiés, ayant le même plan de polarisation dans la même image, devraient y produire des franges, s'il suffisait de ramener les rayons à un plan commun de polarisation pour rétablir les effets apparents de leur influence mutuelle. Mais on ne peut jamais obtenir des franges par ce moyen, tant que les rayons n'ont pas été polarisés suivant un même plan, avant d'être divisés en deux faisceaux polarisés à angle droit.

70. Lorsque la lumière a éprouvé cette polarisation préalable au contraire, l'interposition du rhomboïde fait reparaître les franges. La direction la plus avantageuse à donner au plan primitif de polarisation est celle qui divise en deux parties égales l'angle des plans rectangulaires suivant lesquels les deux faisceaux sont polarisés en second lieu, parce qu'alors la lumière incidente se partage également entre eux.

Nº XXXI. Supposons, pour fixer les idées, que le plan de la polarisation primitive soit horizontal : il faudra que les plans de la polarisation suivante imprimée à chacun des deux faisceaux soient inclinés de 45° sur le plan horizontal, l'un en dessus, l'autre en dessous, de sorte qu'ils restent perpendiculaires entre eux. On peut obtenir cette polarisation rectangulaire, soit à l'aide des deux petites piles employées dans l'expérience de M. Arago, soit avec deux lames dont les axes sont disposés rectangulairement, soit enfin avec une seule lame cristallisée : nous ne considérerons que ce dernier cas, les deux autres présentant des phénomènes absolument analogues.

71. Pour diviser la lumière en deux faisceaux qui se croisent sous un petit angle, et qui puissent ainsi faire naître des franges, l'appareil des deux miroirs est généralement préférable à l'écran percé de deux fentes, parce qu'il produit des franges plus brillantes; il a d'ailleurs ici l'avantage de donner immédiatement aux deux faisceaux la polarisation préalable nécessaire à notre expérience; il suffit pour cela que les deux miroirs soient de verre non étamé, et inclinés de 35° environ sur les rayons incidents; il faut avoir soin de les noircir par derrière, pour détruire la seconde réflexion. On place près d'eux, dans le trajet des rayons réfléchis et perpendiculairement à leur direction, une lame de sulfate de chaux ou de cristal de roche, parallèle à l'axe, d'un ou deux millimètres d'épaisseur, en inclinant sa section principale de 45° sur le plan de la polarisation primitive, que nous avons supposé horizontal. L'appareil étant ainsi disposé, on ne verra qu'un seul groupe de franges au travers de la lame, comme avant son interposition, et il occupera la même position. Mais si l'on met devant la loupe une pile de glaces inclinées dans un sens horizontal ou vertical, on découvrira, de chaque côté du groupe central, un autre groupe de franges, qui en sera d'autant plus éloigné que la lame cristallisée sera plus épaisse. Remplace-t-on la pile de glaces par un rhomboïde de spath calcaire, dont la section principale est dirigée horizontalement ou verticalement, l'on voit, dans chacune des deux images qu'il produit, les deux systèmes de franges additionnelles que l'interposition de la pile de glaces

avait fait naître; et il est à remarquer que ces deux images sont complémentaires l'une de l'autre, c'est-à-dire que les bandes obscures de l'une répondent aux bandes brillantes de l'autre. N° XXXI.

72. Nous voyons dans cette expérience une nouvelle confirmation des principes démontrés par les précédentes. Les rayons qui ont éprouvé des réfractions de noms contraires ne peuvent s'influencer, parce que sortant de la même lame, dans le cas que nous considérons maintenant, ils se trouvent polarisés suivant des directions rectangulaires; en conséquence les groupes de droite et de gauche ne peuvent exister, à moins qu'on ne rétablisse l'influence mutuelle de ces rayons en les ramenant à un plan commun de polarisation: c'est ce que fait l'interposition de la pile de glaces ou du rhomboïde. Les franges ainsi produites sont d'autant plus prononcées que les deux faisceaux de noms contraires qui concourent à leur formation sont plus égaux en intensité; et voilà pourquoi la direction de la section principale du rhomboïde qui fait un angle de 45° avec l'axe de la lame est la plus favorable à l'apparition des franges. Quand la section principale du rhomboïde est parallèle ou perpendiculaire à celle de la lame, les rayons réfractés ordinairement par la lame passent en entier dans une image, au lieu de se partager entre les deux, et tous les rayons extraordinaires passent dans l'autre image, en sorte qu'il ne peut plus y avoir interférence entre eux; et les groupes additionnels disparaissent : chaque image ne présente plus que les franges qui résultent de l'interférence des rayons de même nom, c'est-à-dire celles qui composent le groupe central.

73. Ces deux groupes de franges additionnelles que présentait la lumière polarisée dans la première position du rhomboïde fournissent un des moyens les plus précis de mesurer la double réfraction et d'en étudier la loi. En effet, leur position excentrique tient à la différence de marche des rayons ordinaires et extraordinaires qui sont sortis de la lame; et l'on peut juger du nombre d'ondulations dont les rayons extraordinaires du faisceau de droite sont restés en arrière des rayons ordinaires de gauche, par le nombre de largeurs de franges comprises entre le milieu du groupe de droite et celui du groupe central : on

N° XXXI. détermine encore mieux cette différence de marche, en mesurant l'intervalle compris entre les milieux des deux groupes extrêmes, qui est le double de leur distance au milieu du groupe central. C'est la lumière blanche qu'il est le plus commode d'employer dans ces sortes d'observations; d'abord parce qu'elle est plus vive, et, en second lieu, parce qu'elle rend la bande centrale de chaque groupe plus facile à reconnaître[1]. Comparant ensuite l'épaisseur de la lame à la différence de marche observée, on en conclut le rapport des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires.

Avec l'appareil que je viens de décrire, nous avons fait, M. Arago et moi, une expérience de ce genre sur une plaque de cristal de roche parallèle à l'axe, et le résultat de nos mesures nous a donné la même différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires que M. Biot avait trouvée par l'observation directe de l'angle de divergence de ces rayons dans des prismes de cristal de roche[a]. Le procédé de M. Biot ne le cède pas au nôtre en exactitude, quand il s'agit de mesurer la double réfraction des cristaux qui la possèdent à un haut degré, comme le carbonate de chaux, le cristal de roche, le sulfate de chaux, etc. mais le moyen que fournit la diffraction est bien préférable pour les substances où la double réfraction est beaucoup plus faible : en prenant une plaque assez épaisse, on peut déterminer la différence de vitesse des deux espèces de rayons avec une exactitude presque illimitée; et il n'est pas même nécessaire que cette plaque ait une grande épaisseur pour que la précision des résultats soit déjà portée à un très-haut degré; car il est facile d'apercevoir ainsi des différences d'un cinquième d'ondulation, c'est-à-dire d'un dix-millième de millimètre dans la marche des rayons. Ce procédé servirait égale-

[1] Ce n'est alors, à parler rigoureusement, que la double réfraction des rayons les plus brillants, c'est-à-dire des rayons jaunes, qu'on mesure; mais c'est précisément la double réfraction moyenne, et d'ailleurs celles des autres espèces de rayons en diffèrent généralement très-peu.

[a] Biot, *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de l'Institut*, pour 1818, t. III, p. 177.

ment à vérifier la loi de Huyghens de la manière la plus délicate, pour les rayons dont la direction se rapproche beaucoup de l'axe. N° XXXI.

On voit encore ici, par la concordance des résultats de M. Biot avec les nôtres, quelles relations multipliées le principe des interférences établit entre tous les phénomènes de l'optique.

74. Nous avons supposé que la lumière se polarisait dans les lames cristallisées de la même manière que dans les cristaux les plus épais, c'est-à-dire que les rayons qui éprouvaient la réfraction ordinaire étaient polarisés suivant la section principale et les autres suivant un plan perpendiculaire. Cette hypothèse indiquée par l'analogie ne doit être abandonnée que dans le cas où elle se trouverait en contradiction avec les faits; or, en la suivant dans ses conséquences pour savoir quels faisceaux devaient s'influencer et produire des franges, nous avons toujours vu les résultats de l'observation s'accorder avec elle. D'ailleurs les lames employées dans nos expériences ayant au moins un millimètre d'épaisseur, pouvaient être taillées en biseau sur leur bord et produire par ce moyen la séparation des faisceaux ordinaires et extraordinaires, qu'on trouve alors polarisés parallèlement et perpendiculairement à la section principale. Il n'est nullement probable que ce mode de polarisation soit déterminé par l'inclinaison assez légère des deux faces du cristal, qui divise la lumière en deux faisceaux distincts dès que cet angle a seulement dix degrés; en effet, un prisme de verre d'un angle égal n'imprime à la lumière transmise qu'une polarisation insensible par l'obliquité de ses faces, qui d'ailleurs, si elle était plus prononcée, ne polariserait la lumière que perpendiculairement au plan d'incidence. Ainsi, en considérant l'action polarisante du prisme de cristal comme généralement composée de deux, l'une qui tient à l'inclinaison de ses faces et l'autre à sa double réfraction, on ne peut attribuer qu'à celle-ci la polarisation des deux faisceaux dans des directions parallèles et perpendiculaires à la section principale, et l'on doit conclure qu'ils éprouvent encore le même mode de polarisation lorsque le parallélisme des faces empêche de les distinguer, puisqu'il ne change rien aux lois de la double réfraction.

N° XXXI. 75. Ces conséquences, si conformes aux règles de l'analogie, n'ont cependant point été admises par M. Biot, qui suppose que la lumière reçoit dans les lames minces cristallisées, et même dans celles qui ont plusieurs millimètres d'épaisseur, un mode de polarisation tout à fait différent de celui qu'elle manifeste en sortant d'un cristal assez épais pour la diviser en deux faisceaux distincts. L'opinion de ce savant physicien était d'un assez grand poids pour m'engager à vérifier encore par de nouvelles expériences le sens de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires dans les lames cristallisées; mais les résultats que j'ai obtenus se sont toujours accordés avec l'hypothèse indiquée par l'analogie.

76. Ayant placé les deux moitiés d'une lame de sulfate de chaux d'un millimètre d'épaisseur environ devant deux fentes pratiquées dans un écran, en tournant ces lames de manière que leurs axes fussent perpendiculaires entre eux, suivant la disposition que j'ai déjà indiquée, j'ai cherché avec un rhomboïde de chaux carbonatée le sens de polarisation de chacun des deux groupes de franges qu'elles produisaient. Nous avons vu que le groupe de droite résulte nécessairement, d'après les lois connues des interférences, de la réunion des rayons extraordinaires de droite avec les rayons ordinaires de gauche, puisque ceux-ci marchent plus vite que ceux-là dans le sulfate de chaux: ce groupe doit donc être polarisé perpendiculairement à la section principale de la lame de droite, puisque ce sens de polarisation est à la fois celui des rayons ordinaires de gauche et des rayons extraordinaires de droite, d'après la disposition des lames, et que d'ailleurs les expériences directes d'interférence sur deux faisceaux polarisés dans un même plan démontrent que les franges ainsi produites sont toujours polarisées suivant ce plan. De même, le groupe de gauche résultant de l'interférence des rayons ordinaires de droite avec les rayons extraordinaires de gauche sera polarisé perpendiculairement à la section principale de la lame de gauche. Or ces conséquences de notre hypothèse sont parfaitement conformes à l'expérience; car on trouve que lorsque la section principale du rhomboïde placé devant la loupe est

parallèle à l'axe de la lame de droite, l'image ordinaire ne contient plus que les franges de gauche, et l'image extraordinaire celles de droite; et, réciproquement, quand la section principale du rhomboïde est parallèle à l'axe de la lame de gauche, ou perpendiculaire à celui de la lame de droite, c'est le groupe de gauche qui a disparu de l'image ordinaire, et celui de droite de l'image extraordinaire. N° XXXI

77. On voit que les rayons ordinaires et extraordinaires de chaque lame ne sont plus distingués ici par la différence de leur direction, comme lorsque le cristal est taillé en prisme, mais par la différence de leurs effets d'interférence. Ainsi, par exemple, dans l'espace occupé par les franges du groupe de droite, qui résultent de l'interférence des rayons extraordinaires de droite avec les rayons ordinaires de gauche, il arrive en même temps des rayons ordinaires de droite et des rayons extraordinaires de gauche qui, étant polarisés suivant une direction commune, s'influencent nécessairement, mais n'y produisent pas de franges sensibles, à cause de la trop grande différence de marche qui se trouve entre eux à cet endroit, ou, en d'autres termes, à cause de son trop grand éloignement de la bande centrale, qui pour ces deux faisceaux est située vers la gauche; car nous avons vu que dans la lumière blanche on ne peut distinguer qu'un nombre très-limité de franges à partir de la bande centrale, et qu'au delà de celles du septième ou huitième ordre la réunion des deux faisceaux ne produit plus qu'une lumière uniforme. Les rayons ordinaires et extraordinaires de chaque lame se trouvent toujours ensemble au même point de l'espace éclairé, mais les uns y forment des franges sensibles par leur interférence avec les rayons de nom contraire qui viennent de l'autre lame, tandis que les autres n'y apportent qu'une lumière uniforme : voilà ce qui permet de les distinguer et de juger du sens de leur polarisation[1].

[1] Quand deux faisceaux qui interfèrent sont polarisés dans le même sens, leurs franges sont aussi polarisées suivant la même direction, ainsi que nous l'avons déjà dit; mais lorsqu'ils sont polarisés suivant deux directions différentes formant entre elles un angle aigu, les franges plus faibles qu'ils produisent sont polarisées à la fois

N° XXVI 78. Après avoir montré que ces phénomènes d'interférences confirment l'hypothèse que nous avons adoptée, nous allons prouver qu'ils sont en contradiction avec la théorie ingénieuse de la *polarisation mobile*, dont nous rappellerons d'abord les principes fondamentaux.

M. Biot suppose que lorsqu'un faisceau polarisé traverse un cristal doué de la double réfraction, et dont la section principale n'est ni parallèle ni perpendiculaire au plan primitif de polarisation, *les axes des molécules lumineuses*, d'abord dirigés suivant ce plan, éprouvent en pénétrant dans le cristal des oscillations qui les portent alternativement à droite et à gauche de la section principale, tantôt dans le plan primitif, tantôt dans un plan situé de l'autre côté à la même distance angulaire, qu'il appelle l'azimut $2i$, représentant par i l'angle de la section principale avec le plan primitif, à partir duquel se comptent tous les azimuts. Ainsi, par exemple, si la section principale fait un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation, les axes des molécules se porteront alternativement de ce plan dans un autre incliné aussi de 45° sur la section principale, et qui sera en conséquence perpendiculaire au premier: dans ce cas particulier $2i$ est égal à 90°. M. Biot suppose que ces oscillations se répètent un très-grand nombre de fois avant que les molécules lumineuses éprouvent la polarisation *fixe*, qui range leurs axes parallèlement et perpendiculairement à la section principale; il faut une épaisseur de plusieurs millimètres, et même de plusieurs centimètres, suivant cet habile physicien, pour que la polarisation mobile se change en polarisation fixe dans le cristal de roche ou le sulfate de chaux: du moins tant que le parallélisme des faces d'entrée et de sortie empêche la séparation des faisceaux ordinaire et extraordinaire, qui est toujours accompagnée de la polarisation fixe. Mais lorsque les faces sont parallèles et que l'épaisseur de la plaque

suivant les deux directions, c'est-à-dire qu'elles disparaissent également de l'image extraordinaire, soit qu'on tourne la section principale du rhomboïde suivant la première ou la seconde direction; ce dont il est facile de sentir la raison, puisque dans un cas comme dans l'autre un des faisceaux interférents est exclu de l'image extraordinaire, qui ne peut plus présenter en conséquence qu'une lumière uniforme.

n'excède pas celles que nous venons d'indiquer, les molécules lumineuses qui l'ont traversée, au lieu d'être polarisées suivant sa section principale et la direction perpendiculaire, le sont définitivement dans le plan primitif ou l'azimut $2i$, selon que la dernière oscillation de leurs axes les portait vers le premier ou le second plan, et soit qu'elle fût achevée ou seulement commencée au moment de leur sortie; au moins, selon M. Biot, se comportent-elles toujours dans le rhomboïde qui sert à analyser la lumière émergente comme si leur dernière oscillation avait été terminée. La durée de ces oscillations, ou l'épaisseur de cristal dans laquelle chacune d'elles s'exécute, est constante pour les molécules lumineuses de même nature, et varie d'une espèce à l'autre proportionnellement aux longueurs des accès. N° XXXI.

Suivons maintenant les conséquences de cette théorie; et considérons le cas où les deux moitiés d'une lame de sulfate de chaux, d'un ou deux millimètres d'épaisseur, sont placées devant deux miroirs de verre noir sur le trajet des rayons réfléchis. Supposons que les miroirs, disposés de manière à produire des franges, soient en outre inclinés de 35° sur les rayons qui émanent du point lumineux, afin de les polariser complétement par réflexion avant leur introduction dans les lames cristallisées, comme dans l'appareil que nous avons décrit précédemment; supposons de plus que les axes des deux lames sont perpendiculaires entre eux, et font chacun un angle de 45° avec le plan de réflexion. D'après la théorie de la polarisation mobile, tous les rayons émergents doivent être polarisés parallèlement ou perpendiculairement à ce plan, qui est celui de la polarisation primitive; ainsi chacun des deux groupes de franges, qu'on observe à droite et à gauche, résulte de l'interférence de deux faisceaux polarisés l'un et l'autre suivant ce plan, ou l'un et l'autre suivant la direction perpendiculaire; car il ne peut y avoir de franges produites par l'interférence de rayons polarisés suivant ce plan avec des rayons polarisés suivant la direction perpendiculaire; par conséquent, si les deux groupes de franges pouvaient donner des signes de polarisation, ce ne devrait être que dans l'une ou l'autre de ces deux directions rectangulaires; or,

N° XXXI. l'expérience est aussi opposée qu'elle peut l'être à cette conséquence, puisque c'est précisément quand on place la section principale du rhomboïde dans l'une ou l'autre de ces directions que les deux images de chaque groupe ont la même intensité; et pour qu'une d'elles s'évanouisse, il faut au contraire que la section principale du rhomboïde fasse un angle de 45° avec ces directions, c'est-à-dire qu'elle soit parallèle ou perpendiculaire aux sections principales des deux lames. Quand elle est parallèle à celle de la lame de gauche, c'est le groupe de gauche qui disparaît de l'image ordinaire, et quand elle est parallèle à celle de la lame de droite, c'est le groupe de droite. On voit que le sens de polarisation des franges est le même que dans l'expérience précédemment rapportée, où la lumière incidente n'avait pas éprouvé de polarisation préalable avant de traverser les lames cristallisées. Ainsi, soit qu'on emploie de la lumière directe ou polarisée, les faisceaux ordinaires et extraordinaires dans lesquels elle se divise en traversant une lame cristallisée sont toujours polarisés, le premier suivant sa section principale, et le second dans un sens perpendiculaire.

79. Jusqu'à présent nous avons employé des lames d'un millimètre d'épaisseur au moins, et nous avons constamment trouvé pour les rayons ordinaires et extraordinaires les mêmes sens de polarisation qu'ils manifestent lorsqu'ils sont séparés en deux faisceaux distincts. Il était intéressant de s'assurer aussi par les procédés d'interférence si le même mode de polarisation avait encore lieu dans des lames beaucoup plus minces, telles que celles qui colorent la lumière polarisée, quand on l'analyse à sa sortie avec un rhomboïde de spath calcaire; car ce sont ces phénomènes de coloration qui ont conduit M. Biot à une supposition contraire. Pour cela j'ai pris une lame de sulfate de chaux de deux à trois dixièmes de millimètre d'épaisseur, qui se colorait fortement, et cependant était encore assez épaisse pour qu'on ne pût confondre les groupes de droite et de gauche; et l'ayant divisée en deux parties, je les ai disposées de la manière indiquée précédemment. Les deux groupes de franges, au lieu d'être entièrement séparés, comme dans le cas où ces lames avaient un millimètre d'épaisseur, se mêlaient un peu

dans l'espace intermédiaire; mais il était facile néanmoins de distinguer dans chacun d'eux les bandes des trois premiers ordres, et de s'assurer que le groupe de droite, par exemple, était polarisé perpendiculairement à l'axe de la lame de droite; car lorsqu'on tournait la section principale du rhomboïde suivant cette direction, il disparaissait entièrement de l'image extraordinaire; et quand, au lieu du rhomboïde, on plaçait devant la loupe une pile de glaces suffisamment inclinée dans ce sens, on ne distinguait plus que le groupe de gauche, qui se trouvait alors entièrement purgé du mélange des franges de droite, et présentait l'aspect ordinaire d'un groupe unique. En faisant l'expérience avec deux miroirs métalliques, et détruisant par une pile de trois ou quatre glaces convenablement inclinée la faible polarisation qu'ils impriment aux rayons réfléchis, avant leur introduction dans les lames, on trouve encore le même sens de polarisation pour chaque groupe de franges. Ainsi il est bien prouvé que, dans un cas comme dans l'autre, les lames minces polarisent les rayons ordinaires et extraordinaires parallèlement et perpendiculairement à leur axe. N° XXXI

Après avoir démontré que l'hypothèse de la polarisation mobile est contredite par les faits, toutes les fois qu'on peut distinguer d'une manière quelconque les rayons ordinaires des rayons extraordinaires, je vais maintenant m'occuper spécialement des phénomènes de coloration des lames cristallisées qui ont conduit M. Biot à cette hypothèse, et faire voir qu'elle n'est pas nécessaire à leur explication.

COLORATION DES LAMES CRISTALLISÉES.

80. Quand un faisceau de lumière polarisée passe au travers d'un rhomboïde de spath calcaire dont la section principale est parallèle au plan de polarisation, on sait que l'image extraordinaire s'évanouit ; elle reparaît quand on place devant le rhomboïde une plaque cristallisée douée de la double réfraction, et dont la section principale n'est ni parallèle ni perpendiculaire au plan primitif de polarisation; son intensité devient même égale à celle de l'image ordinaire, lorsque cette section principale fait un angle de 45° avec le plan primitif. Dans ce cas comme

XXXI. dans les autres, les deux images sont blanches, si la plaque interposée est assez épaisse, si elle a, par exemple, au moins un demi-millimètre pour le cristal de roche et le sulfate de chaux; mais quand elle est plus mince, les deux images se colorent de teintes complémentaires, qui changent de nature avec l'épaisseur de la lame et varient seulement d'intensité quand on la fait tourner dans son plan, en la laissant toujours perpendiculaire aux rayons incidents.

Cette brillante découverte, qui est due à M. Arago[a], a beaucoup occupé depuis plusieurs années tous les physiciens de l'Europe, et particulièrement MM. Biot, Young et Brewster, qui ont le plus contribué à faire connaître les lois de ces phénomèmes. M. Biot a remarqué le premier[b] que les couleurs des lames cristallisées suivaient, à l'égard de leurs épaisseurs, des lois analogues à celles des anneaux colorés, c'est-à-dire que les épaisseurs de deux lames cristallisées de même nature qui donnaient deux teintes quelconques étaient entre elles comme les épaisseurs des lames d'air qui réfléchissent des teintes semblables dans les anneaux colorés. Peu de temps après la publication des beaux Mémoires de M. Biot sur ce sujet, M. Young remarqua[c] que la différence de marche entre les faisceaux ordinaires et extraordinaires qui sortent d'une lame cristallisée était précisément égale à celle des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air qui donne la même teinte, et que cette identité numérique se soutenait pour toutes les inclinaisons des rayons relativement à l'axe du cristal. Cette observation théorique d'une haute importance, et à laquelle on parut faire peu d'attention à l'époque où elle fut publiée, donnait cependant une nouvelle preuve de la généralité et de la fécondité du principe des interférences, en établissant la relation numérique la

---

[a] Mémoire sur une modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passage à travers certains corps et sur quelques autres phénomènes d'optique. (*Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut*, t. XII, p. 93.)

[b] *Traité de physique expérimentale et mathématique* et *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut*, t. XIII.

[c] *Quarterly Review*, for may 1814.

plus intime entre deux classes de phénomènes très-différents, tant par la grande disproportion entre les épaisseurs des lames cristallisées et des lames d'air des anneaux colorés qui donnent les mêmes teintes, que par la diversité des circonstances nécessaires à leur production. N° XXXI

M. Young s'est borné à démontrer par ses calculs que les couleurs des lames cristallisées devaient être attribuées à l'interférence des ondes ordinaires avec les ondes extraordinaires: il n'a pas expliqué dans quelles circonstances cette interférence pouvait avoir lieu, pourquoi il était nécessaire que la lumière reçût une polarisation préalable avant d'entrer dans la lame cristallisée et fût polarisée de nouveau après sa sortie; comment l'intensité des teintes variait avec les directions relatives du plan primitif de la section principale de la lame et celle du rhomboïde, etc. L'objet principal du Mémoire que j'ai soumis à l'Académie des sciences, le 7 octobre 1816, et du supplément que j'y ai joint dans le mois de janvier 1818, était d'expliquer l'influence de ces diverses circonstances, et de représenter les lois du phénomène par des formules générales qui donnassent pour chaque image l'intensité des diverses espèces de rayons colorés : je vais exposer maintenant cette théorie, en continuant à tirer de l'expérience les principes sur lesquels elle repose. Je supposerai que la lumière employée est homogène pour réduire les phénomènes à leur plus grand degré de simplicité.

Si après avoir polarisé par la réflexion sur une glace noircie à sa seconde surface les rayons divergents partis d'un point éclairant, on les fait passer à travers deux rhomboïdes d'égale épaisseur, placés l'un devant l'autre et disposés de manière que leurs sections principales, étant perpendiculaires entre elles, soient en même temps inclinées de 45° sur le plan de réflexion, on sait que les deux faisceaux produits par ces rhomboïdes accouplés ne peuvent donner des franges qu'autant qu'on les ramène à des plans communs de polarisation, à l'aide d'un troisième rhomboïde ou d'une pile de glaces placée devant ou derrière la loupe. La direction la plus avantageuse de la section principale du troisième rhomboïde est celle qui fait un angle de 45° avec les sections principales des deux autres, parce qu'alors chacun des deux

N° XXXI. faisceaux qui sortent de ceux-ci se partage également entre les images ordinaires et extraordinaires produites par le troisième rhomboïde, et cette égalité des deux systèmes d'ondes qui interfèrent dans chaque image rend aussi sombres que possible les points de discordance complète. Ils seraient même parfaitement noirs si la lumière employée était parfaitement homogène. L'appareil étant ainsi disposé, si l'on considère un point quelconque du groupe de franges, par exemple celui qui en occupe le centre et répond à des chemins égaux parcourus par les deux faisceaux constituants de chaque image, on remarquera que c'est un maximum de lumière dans l'image ordinaire, lorsque la section principale du rhomboïde est parallèle au plan de la polarisation primitive, que je supposerai horizontal, pour fixer les idées, et que le même point est au contraire parfaitement noir dans l'image extraordinaire, c'est-à-dire que sa lumière y est réduite à zéro. Elle renaît quand on fait tourner le rhomboïde, et son intensité augmente à mesure que la section principale s'éloigne de la direction horizontale : quand celle-ci est inclinée de 45°, la lumière de ce point a autant d'intensité dans l'image extraordinaire que dans l'image ordinaire; enfin elle disparaît entièrement de l'image ordinaire, et atteint en même temps son maximum d'intensité dans l'autre, lorsque la section principale est verticale. On voit donc que *la lumière totale réunie en ce point* présente tous les caractères d'une polarisation complète suivant le plan horizontal. Si l'on considère maintenant le point qui répond à une différence d'un quart d'ondulation dans la marche des deux faisceaux, on reconnaîtra qu'il conserve toujours des intensités égales dans les deux images quand on fait tourner le rhomboïde, et que sa lumière se comporte comme si elle avait été complétement dépolarisée. Que l'on passe maintenant au point qui répond à une différence d'une demi-ondulation entre les deux systèmes d'ondes, on le trouvera parfaitement noir dans l'image ordinaire et au maximum d'éclat dans l'image extraordinaire, lorsque la section principale du rhomboïde est horizontale, et quand elle est verticale, il devient au contraire tout à fait obscur dans l'image extraordinaire et atteint son maximum d'éclat dans l'autre: ainsi la lu-

mière totale réunie en ce point est polarisée verticalement. En continuant à parcourir les divers points d'interférence des deux faisceaux lumineux, on trouve en général que *leur réunion* produit une lumière polarisée complétement[1] suivant le plan horizontal, c'est-à-dire suivant le plan primitif de polarisation, lorsque leur différence de marche est nulle ou égale à un nombre pair de demi-ondulations; que la lumière *totale* est polarisée verticalement, c'est-à-dire ici, suivant l'azimut $2i$, lorsque la différence de marche est un nombre impair de demi-ondulations; que la lumière totale est au contraire complétement dépolarisée lorsque cette différence est un nombre entier et impair de quarts d'ondulation, et qu'enfin dans tous les cas intermédiaires il n'y a qu'une polarisation partielle. Pour étudier commodément le genre de polarisation des diverses lignes d'accord ou de discordance, il faut fixer son attention sur celle qu'on veut observer, en y amenant le fil placé au foyer de la loupe du micromètre, ou, mieux encore, en substituant à ce fil un écran percé d'une petite fente, qui ne laisse passer que la lumière de cette partie de la frange. La polarisation horizontale ou verticale des points d'accord ou de discordance complète cesse d'avoir lieu quand on intercepte un des faisceaux et qu'on ne reçoit dans la fente que la lumière de l'autre; alors elle se trouve polarisée comme N° XXXI.

[1] Il n'y a de polarisation bien complète en apparence que dans les franges des trois premiers ordres; mais il est clair que si les milieux des bandes obscures et brillantes des autres ordres ne paraissent polarisés que partiellement, cela tient au défaut d'homogénéité de la lumière employée, qu'on ne peut simplifier davantage sans l'affaiblir beaucoup.

M. Arago a imaginé un moyen précieux d'augmenter considérablement l'intensité de la lumière dans les expériences de diffraction, et qui peut être avantageusement appliqué à celles dont nous nous occupons. Il consiste à substituer à la petite lentille qui forme le point lumineux, une lentille dont la surface n'est courbe que dans un seul sens, et qui produit alors à son foyer une ligne lumineuse au lieu d'un point: il faut avoir soin de tourner cette lentille cylindrique dans une direction parallèle à celle des franges, afin qu'elles aient toute la netteté possible: ce à quoi l'on parvient aisément par le tâtonnement en les regardant avec la loupe, tandis qu'une autre personne fait tourner lentement la lentille cylindrique. Les franges sont alors incomparablement plus brillantes que lorsqu'on emploie une lentille sphérique, parce que la lentille cylindrique ne fait diverger les rayons que dans un seul sens, et leur conserve ainsi beaucoup plus d'intensité.

N° XXXI. celui-ci, c'est-à-dire suivant une direction inclinée de 45° sur le plan horizontal. Ainsi la polarisation suivant le plan primitif ou l'azimut $2i$ résulte de la réunion des deux faisceaux, et n'a plus lieu dans chaque faisceau pris séparément, qu'on trouve toujours polarisé parallèlement ou perpendiculairement aux sections principales des deux rhomboïdes, soit qu'on l'observe avec la loupe en interceptant l'autre, ou sans la loupe, ce qui permet alors de distinguer les deux points lumineux et d'étudier séparément le sens de polarisation de chacun, sans être obligé de cacher l'autre. La loupe, en empêchant la vision distincte des deux points lumineux par l'élargissement de leurs images, qui mêle leurs rayons au fond de l'œil, y reproduit les interférences qui avaient eu lieu à son foyer; voilà pourquoi elle est nécessaire à la vision des phénomènes d'interférence, lorsque les deux images du point lumineux ne se confondent pas, ou, en d'autres termes, lorsque les deux systèmes d'ondes qui interfèrent font entre eux un angle sensible. On peut d'ailleurs s'assurer que la loupe ne produit pas ici d'autre effet, et qu'elle n'exerce aucune action polarisante appréciable, en regardant au travers un faisceau lumineux polarisé suivant une direction connue: car on verra que l'interposition de la loupe ne la change en rien. Ainsi la polarisation que nous venons d'observer dans le plan primitif et l'azimut $2i$ tient uniquement à la réunion des deux faisceaux sortant des rhomboïdes croisés.

82. Si, en laissant toujours leurs sections principales perpendiculaires entre elles, on fait tourner les deux rhomboïdes, on remarquera, dans toutes les positions du système, que les lignes des franges qui répondent à une différence de marche d'un nombre pair de demi-ondulations sont polarisées parallèlement au plan primitif, que celles qui répondent à une différence d'un nombre impair de demi-ondulations le sont dans l'azimut $2i$, et qu'enfin les autres ne présentent qu'une polarisation partielle.

L'expérience des deux rhomboïdes nous offre le singulier exemple des rayons polarisés suivant deux plans rectangulaires, qui produisent par leur réunion de la lumière polarisée complétement dans une di-

rection intermédiaire; ce qui appuie encore l'hypothèse dont nous N° XXXI
avons déjà parlé à l'occasion de la loi de Malus, et d'après laquelle les vibrations lumineuses s'exécuteraient dans une direction transversale, parallèlement ou perpendiculairement au plan de polarisation.

83. Les lames minces cristallisées présentent des phénomènes analogues dans les mêmes circonstances, c'est-à-dire lorsque les rayons ont été polarisés suivant un plan commun avant leur entrée dans la lame cristallisée, et que la différence de marche entre les deux systèmes d'ondes à leur sortie est égale à un nombre entier de demi-ondulations; quand ce nombre est pair, la lumière totale qui sort de la lame cristallisée se trouve polarisée suivant le plan primitif; quand il est impair elle est polarisée dans l'azimut $2i$; ainsi, par exemple, si l'angle i est égal à 45°, c'est-à-dire si l'axe de la lame fait un angle de 45° avec le plan primitif, la lumière totale sera polarisée, dans le premier cas, suivant le plan primitif à 45° de l'axe, et, dans le second cas, suivant l'azimut de 90°, ou perpendiculairement au plan primitif; mais de ce que la lumière totale est ainsi polarisée, il n'en faut pas conclure que tel est aussi le sens de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires qui la composent, comme nous venons de le voir par l'expérience des deux rhomboïdes. Et en effet les circonstances du phénomène sont semblables; la seule différence, c'est que les deux systèmes d'ondes qui sortent de la lame cristallisée sont parallèles entre eux, tandis que ceux qui sortent des rhomboïdes se croisent sous un angle sensible; d'où résulte la nécessité d'employer un point lumineux et une loupe pour apercevoir les effets de leur interférence. Mais aussi, en raison de cette inclinaison, ils présentent à la fois toutes les différences de marche dans les divers points du groupe de franges qu'ils produisent, et rassemblent ainsi dans un seul tableau tous les cas que peuvent offrir les lames cristallisées de différentes épaisseurs.

M. Biot, guidé par la théorie de l'émission, ne pouvait soupçonner que de la lumière polarisée suivant un plan pût être composée de rayons polarisés suivant des directions différentes, et jugea naturellement du

N° XXXI. sens de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires qui sortaient de la lame cristallisée par celui de la lumière totale. C'est ce qui lui fit penser que ces rayons n'éprouvaient pas dans les lames cristallisées le même mode de polarisation que dans les cristaux assez épais pour diviser la lumière en deux faisceaux distincts. Mais ce n'est point une conséquence nécessaire du phénomène, puisque l'expérience des deux rhomboïdes démontre que les mêmes apparences sont produites par la réunion de deux faisceaux distincts polarisés parallèlement et perpendiculairement à la section principale du cristal; et cette hypothèse serait d'ailleurs en opposition avec d'autres faits, puisque nous avons trouvé toujours les rayons ordinaires et extraordinaires polarisés parallèlement et perpendiculairement à la section principale dans les lames cristallisées. Ainsi ce n'est pas aux rayons ordinaires ou extraordinaires considérés séparément qu'il faut appliquer ce que M. Biot a dit sur le mode de polarisation de la lumière qui a traversé une lame cristallisée, mais à l'ensemble de ces rayons: encore est-il nécessaire de modifier la proposition énoncée par ce célèbre physicien, pour la rendre tout à fait exacte, car il semblerait, d'après la manière dont il s'exprime, que chaque espèce de rayons homogènes est toujours polarisée *en entier* ou dans le plan primitif ou dans l'azimut $2i$; or nous avons vu, par l'expérience des deux rhomboïdes, que ce n'est que dans des cas particuliers qu'elle présente cette polarisation *complète*; et l'expérience directe sur les lames cristallisées conduit au même résultat.

84. Tous les phénomènes que présentent les lames cristallisées sont faciles à expliquer et même à prévoir par les règles ordinaires du calcul des interférences et le petit nombre de lois particulières relatives à l'influence mutuelle des rayons polarisés que nous avons déduites de l'expérience.

Les rayons polarisés à angle droit ne s'influencent pas; voilà pourquoi les deux systèmes d'ondes qui sortent des lames cristallisées ne présentent immédiatement aucun effet de ce genre, alors même que la différence de marche est assez petite pour que ces effets dussent

être très-apparents et produire dans la lumière blanche des couleurs très-vives[1]. X XXXI

Il ne suffit pas que les rayons qui ont été polarisés à angle droit soient ramenés à un plan commun de polarisation pour que cette influence mutuelle ait lieu; il faut encore qu'ils aient été originairement polarisés suivant le même plan; d'où résulte la nécessité d'employer de la lumière polarisée quand on veut développer des couleurs dans les lames cristallisées.

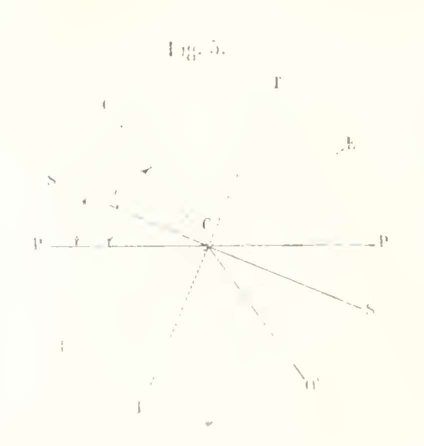
Nous avons vu aussi par l'expérience des rhomboïdes croisés, que lorsque deux faisceaux lumineux, partis originairement d'un même plan de polarisation, sont polarisés ensuite à angle droit, ils produisent deux images complémentaires en traversant le nouveau rhomboïde qui les ramène à des plans communs de polarisation, car lorsque la bande centrale, par exemple, était noire dans l'image extraordinaire, elle se trouvait au maximum d'éclat dans l'image ordinaire, et la même opposition se faisait remarquer entre toutes les bandes brillantes et obscures des deux images. Les deux images que donne la lumière polarisée qui a traversé une lame mince cristallisée doivent donc être aussi complémentaires. Il en résulte nécessairement que si l'une répond à la différence de marche de deux systèmes d'ondes sortant de la lame cristallisée, l'autre répond à la même différence, augmentée ou diminuée d'une demi-ondulation, puisque, lorsqu'il y a accord parfait dans l'une, il y a discordance complète dans l'autre.

85. Voici la règle générale qui fait connaître pour laquelle des deux images il faut ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus : *L'image dont la teinte correspond précisément à la différence des chemins parcourus est celle dont les plans de polarisation des deux faisceaux constituants, après s'être écartés l'un de l'autre, se rapprochent en-*

[1] On doit se rappeler qu'il est nécessaire que la différence de marche ne comprenne qu'un petit nombre d'ondulations, pour que les différents degrés d'intensité qu'elle détermine dans les ondes de diverses longueurs occasionnent une coloration sensible, ainsi que nous l'avons remarqué en expliquant la coloration des franges produites par deux miroirs et celle des anneaux réfléchis.

N° XXXI. *suite par un mouvement contraire pour se réunir; tandis que les plans de polarisation des deux faisceaux constituants de l'image complémentaire continuent à s'éloigner l'un de l'autre (considérés d'un seul côté de leur commune intersection) jusqu'à ce qu'ils se soient placés sur le prolongement l'un de l'autre.*

Cette règle devient plus facile à entendre à l'aide de la figure 5, dans laquelle PP' représente le plan primitif de polarisation des rayons incidents, OO' la section principale de la lame cristallisée et SS' celle du rhomboïde au travers duquel on la regarde.



On voit que la lumière incidente, d'abord polarisée suivant CP, se divise, en traversant la lame cristallisée, en deux parties, l'une qui éprouve la réfraction ordinaire et reçoit une nouvelle polarisation suivant CO, l'autre qui éprouve la réfraction extraordinaire et se trouve polarisée dans un plan CE' perpendiculaire à CO. Représentons la première par F_o et la seconde par F_e. Le passage au travers du rhomboïde divise F_o, polarisé suivant CO, en deux autres systèmes d'ondes, l'un polarisé suivant la section principale CS, que je représente par $F_{o+o'}$, et le second polarisé suivant un plan perpendiculaire CT, que j'appellerai $F_{o+e'}$. De même F_e, polarisé suivant CE, se divise dans le rhomboïde en deux systèmes d'ondes, le premier F_{e+o} polarisé suivant CS, et le second $F_{e+e'}$ polarisé suivant CT'. Si l'on suit le mouvement des plans de polarisation des deux faisceaux $F_{o+o'}$ et $F_{e+o'}$, qui concourent à la formation de l'image ordinaire (en les considérant d'un seul côté de leur commune intersection projetée en C), on voit que, partis primitivement de CP, ils s'écartent l'un de l'autre pour prendre les directions CO et CE', et, se rapprochant ensuite, se réunissent en CS. Or dans ce cas l'image ordinaire répond précisément à la différence des chemins parcourus au même instant par les rayons ordinaires et extraordinaires sortis de la lame cristallisée. Si

l'on suit de même la marche des plans de polarisation des deux faisceaux constituants de l'image extraordinaire F_{o+e} et F_{e+e}, on voit que partis l'un et l'autre de CP, et après avoir pris dans la lame cristallisée les directions CO et CE', au lieu de se rapprocher ensuite, ils continuent à s'écarter jusqu'à ce qu'ils se soient placés sur le prolongement l'un de l'autre dans des directions CT et CT' : ainsi, d'après la règle que nous venons de donner, il faut ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus par ces deux systèmes d'ondes, ou, ce qui revient au même, changer dans l'un d'eux les signes des mouvements oscillatoires, pour calculer par la formule d'interférence le système d'ondes qui résulte de la réunion de ces deux faisceaux. On voit que les choses se passent absolument comme s'il s'agissait de la combinaison de forces dirigées dans le plan de la figure, c'est-à-dire perpendiculairement aux rayons, suivant leurs plans de polarisation, ou perpendiculairement à ces plans; car les composantes des deux forces CO et CE', qui se réuniraient en CS, auraient le même signe, comme les deux faisceaux F_{o+o} et F_{e+o}, qui s'y sont réunis, et les deux autres composantes CT et CT', agissant en sens opposés, devraient être affectées de signes contraires. N° XXXI

86. Le principe de la conservation des forces vives indiquait d'avance que les deux images doivent être complémentaires l'une de l'autre; mais il ne désignait pas laquelle des deux répond à la différence des chemins parcourus, et laquelle répond à la même différence augmentée d'une demi-ondulation; c'est pourquoi j'ai eu recours aux faits, et j'ai déduit des expériences de M. Biot la règle que je viens d'énoncer. On peut également la déduire de l'expérience des deux rhomboïdes.

Elle explique pourquoi deux faisceaux de lumière directe qui ont été polarisés à angle droit ne présentent aucune apparence d'influence mutuelle, lorsqu'on les ramène à un plan commun de polarisation par l'action d'une pile de glaces ou d'un rhomboïde de spath calcaire. Ce n'est pas qu'ils n'exercent alors aucune influence l'un sur l'autre; car, indépendamment des considérations mécaniques, cette supposition serait trop contraire à l'analogie; mais c'est que les effets produits par

N° XXXI les différents systèmes d'ondes de la lumière directe se compensent et se neutralisent mutuellement. En effet, on peut concevoir la lumière directe comme l'assemblage, ou, plus exactement, la succession rapide d'une infinité de systèmes d'ondes polarisés dans tous les azimuts, et de telle sorte qu'il y a toujours autant de lumière polarisée dans un plan quelconque que dans le plan perpendiculaire : or il résulte de la règle que nous venons d'énoncer que si, par exemple, l'on doit ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus pour calculer l'image extraordinaire produite par la lumière polarisée suivant le premier plan, il ne faut point l'ajouter pour l'image extraordinaire qui résulte de la lumière polarisée suivant le second; en sorte que les deux teintes qu'elles apportent ensemble ou successivement dans l'image extraordinaire sont complémentaires. La compensation qui s'établit ainsi, et de la même manière pour tous les azimuts, empêche d'apercevoir les effets d'interférence.

Reprenons le cas représenté par la figure 5, où la lumière incidente a éprouvé une polarisation préalable suivant le plan PP′ avant de traverser la lame cristallisée, dont la section principale OO′ fait un angle i avec ce plan, et cherchons, pour une espèce particulière de lumière homogène d'une longueur d'ondulation égale à λ, quelles doivent être les intensités des images ordinaire et extraordinaire données par le rhomboïde de spath calcaire, dont la section principale SS′ fait un angle s avec le plan primitif PP′. Je ferai abstraction dans ce calcul de la perte de lumière occasionnée par les réflexions partielles aux deux surfaces de la lame cristallisée et du rhomboïde, parce qu'elle n'a d'influence que sur les intensités absolues des images, et aucune sur leurs intensités relatives, les seules qui nous intéressent ici. Je représente par F l'intensité des vitesses des molécules éthérées dans leurs oscillations, pour le faisceau incident polarisé; son intensité de lumière sera représentée par F^2, ou l'intensité de la force vive, d'après le sens même qu'on attache à cette expression, et la manière dont on évalue les intensités de lumière dans toutes les expériences d'optique, puisque c'est la somme des forces vives, et non celle des vitesses d'os-

cillation, qui reste constante, comme l'intensité totale, dans les diverses subdivisions que la lumière peut éprouver. Cela posé, le faisceau incident, en traversant la lame cristallisée, se divise en deux autres, dont les intensités lumineuses doivent être égales, d'après la loi de Malus, à $F^2 \cos^2 i$, pour celui qui subit la réfraction ordinaire, et $F^2 \sin^2 i$, pour celui qui subit la réfraction extraordinaire; l'intensité des vitesses d'oscillation sera donc dans le premier $F \cos i$ et dans le second $F \sin i$. Ainsi la lumière incidente en traversant la lame cristallisée se divise en deux systèmes d'ondes qu'on peut représenter de la manière suivante :

$\cos i . F_o$	$\sin i . F_e$
P. O.	P. E'.

Les petites lettres o et e placées au bas de F ne changent en rien la valeur de cette quantité; elles indiquent seulement la longueur des chemins parcourus au même instant par les rayons ordinaires et extraordinaires après qu'ils sont sortis de la lame cristallisée, et déterminent ainsi, par leur différence $o - e$, l'intervalle qui sépare les points correspondants des deux systèmes d'ondes. Les majuscules P. O et P. E montrent la marche successive du plan de polarisation de chaque faisceau, pour faciliter l'application de la règle énoncée précédemment.

Chacun de ces deux systèmes d'ondes se divisera en deux autres par l'action du rhomboïde de spath calcaire, ce qui produira en tout les quatre faisceaux suivants, dont les deux premiers sont produits par le premier système d'ondes, et les deux autres par le second :

$\cos i \cos (i - s) F_{o+o'}$	$\cos i \sin (i - s) F_{o+e'}$
P. O. S.	P. O. T.
$\sin i \sin (i - s) F_{e+o'}$	$\sin i \cos (i - s) F_{e+e'}$
P. E'. S.	P. E'. T'.

Le premier avec le troisième composent l'image ordinaire, et le second avec le quatrième, l'image extraordinaire. Calculons d'abord l'intensité de celle-ci.

XXXI. On voit, d'après la marche des plans de polarisation indiquée par les majuscules placées sous chaque faisceau, que le second et le quatrième, ramenés à un plan commun de polarisation, doivent différer d'une demi-ondulation, indépendamment de la différence $o-e$ entre les chemins parcourus; il faut donc ajouter une demi-ondulation à $o-e$, ou, ce qui revient au même, changer le signe d'une des expressions qui représentent l'intensité ou le facteur commun des vitesses d'oscillation. Il s'agit donc de trouver la résultante de deux systèmes d'ondes dont la différence de marche est $o-e$ et les intensités des vitesses d'oscillation sont respectivement égales à

$$F.\cos i \sin(i-s) \qquad \text{et} \qquad F.\sin i \cos(i-s).$$

En appliquant ici la formule générale que j'ai donnée dans l'extrait de mon Mémoire sur la diffraction, page 258 du tome XI des Annales de chimie et de physique[1],

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos 2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right),$$

dans laquelle a et a' représentent les intensités des vitesses d'oscillation des deux systèmes d'ondes, 2π la circonférence dont le rayon est 1, c la différence des chemins parcourus et λ la longueur d'ondulation, on trouve pour l'intensité de la lumière homogène dans l'image extraordinaire :

$$F^2\left[\cos^2 i \sin^2(i-s) + \sin^2 i \cos^2(i-s) - 2\sin i \cos i \sin(i-s)\cos(i-s)\cos 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\right],$$

ou

$$F^2\left\{[\cos i \sin(i-s) - \sin i \cos(i-s)]^2 + 2\sin i \cos i \sin(i-s)\cos(i-s)\left[1-\cos 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\right]\right\},$$

ou enfin,

$$F^2\left[\sin^2 s + \sin 2i \sin 2(i-s)\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\right].$$

En faisant un calcul semblable sur les deux faisceaux constituants de l'image ordinaire, et observant que les deux expressions

$$F.\cos i \cos(i-s) \qquad \text{et} \qquad F.\sin i \sin(i-s)$$

---

[1] Voyez tome Ier, page 291.

doivent avoir le même signe, en raison de la marche des plans de polarisation, on trouve, pour l'intensité de la lumière dans l'image ordinaire : N° XXXI

$$F^2\left[\cos^2 s - \sin 2i \sin 2(i-s) \sin^2 \pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)\right].$$

Voilà les formules générales qui donnent l'intensité de chaque espèce de lumière homogène dans les images ordinaire et extraordinaire en fonction de sa longueur d'ondulation et de la différence des chemins parcourus $o-e$ par les rayons qui ont traversé la lame cristallisée. Connaissant son épaisseur et les vitesses des rayons ordinaires et des rayons extraordinaires dans ce cristal, il sera facile de déterminer $o-e$. Dans le sulfate de chaux, le cristal de roche et la plupart des autres cristaux jouissant de la double réfraction, $o-e$ n'éprouve que de très-légères variations en raison de la différence de nature des rayons lumineux, en sorte qu'on peut le regarder comme une quantité constante, du moins pour les cristaux que nous considérons ici, où la *dispersion de double réfraction* est très-petite relativement à la double réfraction. Si après avoir calculé la différence de marche $o-e$, on la divise successivement par la longueur moyenne d'ondulation de chacune des sept principales espèces de rayons colorés, et si l'on substitue successivement ces différents quotients dans les expressions ci-dessus, on aura les intensités de chaque espèce de rayons colorés dans les images ordinaire et extraordinaire, et l'on pourra déterminer alors les teintes de ces images à l'aide de la formule empirique que Newton a donnée pour trouver la teinte résultant d'un mélange quelconque de rayons divers dont on connaît les intensités relatives. C'est pourquoi l'on doit considérer les formules générales qui donnent l'intensité de chaque espèce de lumière homogène en fonction de sa longueur d'ondulation, comme l'expression même de la teinte produite par la lumière blanche. C'est du moins tout ce qu'on peut déduire à présent de la théorie, et pour le reste il faut avoir recours à la construction empirique de Newton, qui s'accorde assez bien avec l'expérience, du moins quant aux principales divisions des couleurs.

N XXXI. 87. Reprenons les formules ci-dessus, en supprimant le facteur commun F^2, qu'on peut prendre pour unité de lumière :

Image ordinaire. . . . . . $\cos^2 s - \sin 2i \sin 2(i-s) \sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$.

Image extraordinaire. . . $\sin^2 s + \sin 2i \sin 2(i-s) \sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$.

On voit à l'inspection de ces formules que les deux images doivent devenir blanches lorsque le terme qui contient $\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$ s'évanouit, puisque c'est le seul qui varie avec la longueur d'ondulation et qui rende l'intensité différente pour les divers rayons colorés. Ainsi les images deviendront blanches quand on aura

$$\sin 2i \sin 2(i-s) = 0;$$

équation à laquelle on satisfait en égalant à zéro

$$\sin 2i, \quad \text{ou} \quad \sin 2(i-s),$$

ce qui donne pour i les quatre valeurs

$$i=0, \quad i=90°, \quad i=180°, \quad i=360°,$$

et pour s,

$$s=i, \quad s=90°-i, \quad s=180°-i, \quad s=360°-i.$$

Il suffit donc, pour que les images deviennent blanches, qu'une de ces huit conditions soit satisfaite, c'est-à-dire que la section principale de la lame cristallisée soit parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation, ou à la section principale du rhomboïde; ce qu'on pouvait déduire aisément de la théorie sans le secours de la formule : car lorsque la section principale de la lame est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif, la lumière incidente ne subit qu'une espèce de réfraction dans ce cristal, et lorsque cette section principale est parallèle ou perpendiculaire à celle du rhomboïde, chaque image ne contient que des rayons qui ont éprouvé la même réfraction dans la lame cristallisée; ainsi, dans un cas comme dans l'autre, chaque image ne contient qu'un seul système d'ondes; partant plus de couleurs, puisqu'il n'y a plus d'interférences.

Les deux images sont au contraire colorées l'une et l'autre avec le plus de vivacité possible, quand le coefficient du terme variable est égal à l'unité, ce qui arrive lorsque $s = 0$ et $i = 45°$; alors les deux expressions deviennent : N° XXXI

Image ordinaire. . . $1 - \sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$ ou $\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$.

Image extraordinaire. . . . . $\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$.

Il est à remarquer que la seconde expression est semblable à celle qui donne, pour les anneaux colorés, la résultante des deux systèmes d'ondes réfléchies sous l'incidence perpendiculaire à la première et à la seconde surface de la lame d'air, lorsque son épaisseur est égale à $\frac{1}{2}(o-e)$, ce qui rend la différence des chemins parcourus égale à $o-e$. En effet, représentons par $\frac{1}{2}$ l'intensité d'oscillation de chaque système d'ondes, et remarquons que leurs vitesses d'oscillation doivent être prises avec des signes contraires, parce que l'un est réfléchi en dedans du milieu le plus dense et l'autre en dehors: ce qui entraîne l'opposition de signe, comme nous l'avons remarqué précédemment en expliquant le phénomène des anneaux colorés. Cela posé, on trouve pour l'intensité de la lumière résultante, d'après la formule que nous avons déjà employée :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cos 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right),$$

ou enfin $$\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right).$$

Ainsi, les teintes de l'image extraordinaire produites par les lames cristallisées doivent être semblables à celles des anneaux réfléchis, comme les observations de M. Biot l'avaient démontré [1], du moins

[1] Les formules que M. Biot a fondées sur cette ressemblance représentent avec une grande fidélité les couleurs produites par une seule lame. Au lieu de donner immédiatement les intensités de chaque espèce de rayons colorés, comme celles que nous venons de calculer, elles renvoient à la table de Newton sur les teintes des anneaux réfléchis, et elles indiquent en même temps la proportion de lumière blanche qui doit se joindre à ces teintes en raison des directions relatives du plan primitif, de la section principale de la lame et de celle du rhomboïde de spath calcaire.

N° XXXI. tant que la différence de marche $o-e$ produite par le cristal ne varie pas sensiblement avec la nature des rayons; car, dans les anneaux colorés, cette différence de marche étant le double de l'épaisseur de la lame d'air sous l'incidence perpendiculaire, est rigoureusement la même pour toutes les espèces de rayons.

88. Les expressions ci-dessus,

$$\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right) \quad \text{et} \quad \sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right),$$

qui donnent les intensités respectives des images ordinaire et extraordinaire dans une lumière homogène dont la longueur d'ondulation est λ, lorsque l'axe de la lame cristallisée fait un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation et que la section principale du rhomboïde est parallèle à ce plan, font voir que l'*ensemble* des deux systèmes d'ondes qui sortent de la lame cristallisée doit être polarisé suivant le plan primitif de polarisation quand $o-e$ est égal à zéro ou à un nombre entier d'ondulations, puisqu'alors $\sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$ devenant égal à zéro, l'image extraordinaire s'évanouit. Au contraire, quand $o-e$ est égal à un nombre impair de demi-ondulations, c'est $\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$ qui devient nul, et par conséquent l'image ordinaire qui s'évanouit; d'où l'on doit conclure que la lumière *totale* est polarisée dans le plan perpendiculaire à la section principale, qui est précisément ici l'azimut $2i$. Mais pour toutes les valeurs intermédiaires de λ, l'*ensemble* des deux systèmes d'ondes ne peut présenter qu'une polarisation partielle, et même il doit paraître complétement dépolarisé lorsque $o-e$ est égal à un nombre impair de quarts d'ondulation, parce qu'alors

$$\cos^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right) \quad \text{et} \quad \sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)$$

devenant l'un et l'autre égaux à $\frac{1}{2}$, les deux images sont de même intensité, et que cela a lieu quel que soit l'azimut dans lequel on tourne la section principale du rhomboïde, comme on peut s'en convaincre par les formules générales présentées plus haut, en y faisant

$$i=45^\circ \quad \text{et} \quad \sin^2\pi\left(\frac{o-e}{\lambda}\right)=\frac{1}{2};$$

car alors elles deviennent

Image ordinaire. . . . . . $\cos^2 s = \frac{1}{2}\cos 2s + \frac{1}{2}$, XXXVI

Image extraordinaire. . . $\sin^2 s = -\frac{1}{2}\cos 2s + \frac{1}{2}$.

Il est aisé de voir de même sur les formules générales, quelle que soit la valeur de i, que lorsque $o-e$ est égal à zéro ou à un nombre pair de demi-ondulations, l'image extraordinaire s'évanouit pour $s=i$, et que lorsque $o-e$ est égal à un nombre impair de demi-ondulations, la même expression devient nulle si l'on y fait $s=2i$, et que, par conséquent, la lumière totale est polarisée suivant le plan primitif dans le premier cas, et dans le second suivant l'azimut $2i$; tandis que pour toutes les valeurs intermédiaires de $o-e$ il ne peut y avoir disparition complète d'aucune image, de quelque manière qu'on tourne la section principale du rhomboïde. Toutes ces conséquences de la théorie sont confirmées par l'expérience.

89. Lorsqu'on fait traverser à la lumière polarisée plusieurs lames cristallisées dont les sections principales se croisent d'une manière quelconque, les phénomènes se compliquent beaucoup, mais peuvent toujours être calculés par la même théorie. La lumière incidente se divise d'abord, dans la première lame, en deux systèmes d'ondes, dont on détermine les intensités d'oscillation par la loi de Malus et les positions relatives par leur différence de marche, ainsi que nous venons de le faire pour une seule lame; ensuite chacun de ces systèmes d'ondes se divise lui-même en deux autres dans la seconde lame; chacun de ces quatre nouveaux systèmes d'ondes se divise encore en deux autres dans la troisième lame, et ainsi de suite. On conçoit que lorsqu'on connaît les azimuts des sections principales des diverses lames superposées et du rhomboïde qui donne les deux images, on peut déterminer les intensités relatives de tous les systèmes d'ondes qui entrent dans chaque image, et qu'il est également facile de déterminer leurs différences de marche, en ayant égard aux diverses espèces de réfractions qu'ils ont successivement éprouvées, quand les épaisseurs des lames sont connues ainsi que les rapports de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires qui les traversent; on aura donc, pour chaque image, les intensités et

N° XXXI. les positions relatives de tous les systèmes d'ondes dont elle se compose, et l'on trouvera leur résultante par la méthode générale indiquée dans mon Mémoire sur la diffraction, page 256[a]. Dans ces calculs tout est déterminé d'avance par les principes fondamentaux que nous avons déduits des faits et l'on n'a plus besoin de rien emprunter à l'expérience, même pour les cas les plus compliqués. C'est en cela surtout que cette théorie est bien supérieure à celle de la polarisation mobile, qui devient si embarrassante quand on veut savoir comment *les oscillations des axes des molécules lumineuses* se renouent dans le passage d'une lame à une autre dont la section principale fait un angle quelconque avec celle de la première. Aussi l'hypothèse de M. Biot ne lui a-t-elle fourni le moyen de déterminer tous les coefficients de ses formules pour deux lames superposées que dans des cas très-particuliers, et même il en est un où ses formules ne représentent pas les faits avec exactitude, comme j'en ai été averti par les miennes; c'est celui où deux lames de même nature et de même épaisseur ont leurs axes croisés à 45°. On trouvera la discussion de ce cas particulier et les formules générales des teintes données par deux lames dans la seconde note jointe au rapport de M. Arago sur mon Mémoire, page 267 du tome XVII des Annales de chimie et de physique[b].

90. J'ai fait voir dans la même note qu'on pourrait expliquer de la manière la plus simple les principales propriétés de la lumière polarisée, la loi de Malus et les caractères singuliers de la double réfraction, en supposant que, dans les ondes lumineuses, les oscillations des molécules s'exécutent perpendiculairement aux rayons et à ce que nous avons appelé le plan de polarisation. En adoptant cette hypothèse, il serait plus naturel de donner ce nom au plan suivant lequel se font les oscillations; mais je n'ai rien voulu changer au sens des expressions reçues. Cette hypothèse, indiquée particulièrement par les lois que nous avons remarquées, M. Arago et moi, dans les interférences des rayons

---

[a] Voyez tome Ier, page 288.

[b] N° XXII de la présente édition.

polarisés, fait voir comment ces lois résultent nécessairement de la nature même des ondes lumineuses: en sorte que les formules que je viens de donner pour les lames cristallisées, ainsi que celles qui représentent les phénomènes de la diffraction, de la réflexion, de la réfraction et des anneaux colorés, reposent maintenant sur une supposition unique: car elle s'accorde aussi bien que celle que nous avions adoptée d'abord avec les calculs d'interférences qui nous ont servi à expliquer les lois de ces phénomènes, puisqu'il est indifférent dans ces calculs, ainsi que nous l'avons remarqué dès le commencement, que les mouvements oscillatoires s'exécutent parallèlement ou perpendiculairement aux rayons, pourvu qu'ils aient la même direction dans les ondes qui interfèrent. D'après cette nouvelle hypothèse, la lumière ordinaire est la réunion ou plutôt la succession rapide d'une infinité d'ondes polarisées dans toutes sortes de directions; et l'acte de la polarisation ne consiste plus à créer des mouvements transversaux, qui existent déjà dans la lumière ordinaire, mais à les décomposer suivant deux plans rectangulaires invariables, et à séparer les uns des autres les systèmes d'ondes polarisés dans ces deux sens, soit par la direction de leurs rayons, soit simplement par leur différence de vitesse. N° XXXI.

91. L'expérience et le principe des interférences nous ont appris que lorsqu'un faisceau lumineux polarisé se trouve divisé en deux systèmes d'ondes d'égale intensité, polarisés suivant des directions rectangulaires et séparés par un intervalle d'un quart d'ondulation, il présente, dans la réunion de ces deux systèmes d'ondes, les apparences d'une dépolarisation complète; c'est-à-dire que la lumière totale analysée avec un rhomboïde de spath calcaire donne toujours des images égales en intensité, dans quelque sens qu'on tourne sa section principale. La lumière ainsi modifiée ressemble en cela à la lumière directe: mais elle en diffère par des propriétés optiques très-curieuses, qui font l'objet principal d'un autre Mémoire que j'ai soumis à l'Académie des sciences, le 24 novembre 1817[a].

---

[a] N° XVI de la présente édition.

N° XXXI.

MODIFICATION QUE LA RÉFLEXION IMPRIME À LA LUMIÈRE POLARISÉE.

92. J'ai trouvé que la double réflexion complète dans l'intérieur du verre, sous une inclinaison de 50° environ comptés de la normale à la surface, faisait éprouver ce genre de modification à la lumière incidente, lorsque celle-ci avait été primitivement polarisée dans un azimut de 45° relativement au plan de réflexion; c'est-à-dire que la lumière réfléchie était alors composée de deux systèmes d'ondes égaux, polarisés à angle droit et différant d'un quart d'ondulation. Cette lumière réfléchie, qui ne présente plus aucune trace de polarisation quand on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire, jouit cependant, comme la lumière polarisée, de la propriété de développer de très-vives couleurs dans les lames minces cristallisées; mais ces couleurs sont d'une autre nature. Elle diffère encore de la lumière polarisée en ce qu'elle ne développe pas sensiblement de couleurs dans l'essence de térébenthine et les plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe. Quand on lui fait éprouver de nouveau deux réflexions complètes sous la même incidence et suivant le même plan ou une direction perpendiculaire, elle reprend tous les caractères et toutes les propriétés de la lumière polarisée ordinaire; quand on lui fait éprouver deux nouvelles réflexions semblables dans les mêmes directions, elle est complétement dépolarisée, et recouvre en même temps les autres propriétés que lui avaient données les deux premières réflexions, et ainsi de suite. Je n'entrerai pas dans de plus amples détails sur cette singulière modification de la lumière, qui se trouve imprimée à la fois à toutes les espèces de rayons, comme la polarisation elle-même, et, sous ce rapport, présente des propriétés aussi générales. Je me contenterai de dire que c'est la nature des teintes que la lumière ainsi modifiée développe dans les lames cristallisées qui m'a fait reconnaître qu'elle était composée de deux systèmes d'ondes polarisés à angle droit et différant d'un quart d'ondulation, et qu'en partant de ce fait je suis parvenu facilement à expliquer et à calculer les phénomènes variés qu'elle présente, à l'aide des mêmes principes dont nous venons de nous

servir pour calculer les teintes produites par la lumière polarisée ordinaire. N° XXXI

93. Avant de découvrir ces modifications imprimées par la réflexion complète à la lumière polarisée, j'avais étudié celles que produit la réflexion partielle à la surface extérieure des corps transparents, et j'avais reconnu que la lumière n'est alors jamais dépolarisée, même partiellement, quelle que soit l'inclinaison des rayons et l'azimut du plan d'incidence relativement au plan primitif, et qu'il n'en résulte qu'une simple déviation du plan de polarisation. La nouvelle hypothèse que j'ai adoptée sur la constitution des ondes lumineuses m'a indiqué la loi de ces déviations, que j'avais vainement cherchée jusqu'à présent en essayant de la représenter par des formules empiriques. Elles s'accordaient bien avec les faits dans les trois cas principaux des rayons parallèles à la surface, de l'incidence perpendiculaire et de celle de la polarisation complète, mais ne les représentaient plus fidèlement dans les incidences intermédiaires. La formule à laquelle j'ai été conduit en dernier lieu par des considérations théoriques, et qu'on trouvera dans une addition à la note dont j'ai déjà parlé, page 312 du tome XVII des Annales de chimie et de physique, paraît exprimer la loi du phénomène, si l'on en juge par son accord avec les observations. Je l'ai déduite des formules générales d'intensité de la lumière réfléchie, que ces considérations m'ont fait découvrir, et que j'ai aussi données dans la même note.

94. Je bornerai ici cet extrait de mes Mémoires, et je passerai sous silence les recherches théoriques et expérimentales que j'ai faites sur les phénomènes de polarisation découverts par M. Biot dans certains liquides homogènes, tels que l'essence de térébenthine, l'essence de citron, etc. J'ai cru devoir me borner à exposer les propriétés les plus générales de la lumière et les faits élémentaires, si je puis m'exprimer ainsi, c'est-à-dire ceux qui reviennent le plus fréquemment et dont les autres ne sont en quelque sorte que des combinaisons plus ou moins complexes. J'ai montré comment la théorie des ondulations pouvait les expliquer et fournir les moyens d'en représenter les lois par des ex-

N° XXXI. pressions analytiques. Pour calculer les phénomènes si variés de la diffraction, celui des anneaux colorés produits par une lame mince d'air ou d'eau ou de tout autre milieu réfringent, la réfraction même, dans laquelle le rapport du sinus d'incidence au sinus des rayons réfractés est précisément celui des longueurs d'ondulation dans les deux milieux, les couleurs et les singuliers modes de polarisation que présentent les lames cristallisées, il suffit de connaître les diverses longueurs d'ondulation de la lumière dans les milieux qu'elle traverse; c'est la seule quantité qu'on soit obligé d'emprunter à l'expérience, et elle est la base de toutes les formules. Si l'on fait attention à ces relations intimes et multipliées que la théorie des ondulations établit entre les phénomènes les plus différents, on doit être frappé à la fois de sa simplicité et de sa fécondité, et convenir que, lors même qu'elle n'aurait pas sur le système de l'émission l'avantage d'expliquer plusieurs faits absolument inconcevables dans celui-ci, elle mériterait déjà la préférence par les moyens qu'elle donne de lier entre eux tous les phénomènes de l'optique en les embrassant dans des formules générales.

Sans doute il reste encore beaucoup de points obscurs à éclaircir, surtout ceux qui tiennent à l'absorption de la lumière, tels que la réflexion sur les surfaces métalliques et les corps noirs, le passage de la lumière à travers les milieux imparfaitement transparents et les couleurs propres des corps. Il est probable que dans ces différents cas une partie de la lumière se trouve dénaturée et changée en vibrations calorifiques, qui ne sont plus sensibles pour nos yeux, parce qu'elles ne peuvent plus en pénétrer la substance ou faire vibrer le nerf optique à leur unisson, en raison des modifications qu'elles ont éprouvées. Mais la quantité totale de force vive doit rester la même, à moins que l'action de la lumière n'ait produit un effet chimique ou calorifique assez puissant pour changer l'état d'équilibre des particules des corps et avec lui l'intensité des forces auxquelles elles sont soumises; car on conçoit que si ces forces s'affaiblissaient tout à coup, il en résulterait une diminution subite dans l'énergie des oscillations des particules du corps échauffé, et par conséquent une absorption de chaleur, pour me servir

de l'expression usitée. C'est peut-être ainsi que les choses se passent quand un solide se liquéfie ou quand un liquide se vaporise. X XXXI

Si la lumière n'est qu'un certain mode de vibrations d'un fluide universel, comme les phénomènes de la diffraction le démontrent, on ne doit plus supposer que son action chimique sur les corps consiste dans une combinaison de ses molécules avec les leurs, mais dans une action mécanique que les vibrations de ce fluide exercent sur les particules pondérables, et qui les oblige à de nouveaux arrangements, à de nouveaux systèmes d'équilibre plus stables, pour l'espèce ou l'énergie des vibrations auxquelles elles sont exposées. On voit combien l'hypothèse que l'on adopte sur la nature de la lumière et de la chaleur peut changer la manière de concevoir leurs actions chimiques, et combien il importe de ne pas se méprendre sur la véritable théorie pour arriver enfin à la découverte des principes de la mécanique moléculaire, dont la connaissance jetterait un si grand jour sur toute la chimie. Si quelque chose doit contribuer puissamment à cette grande découverte et révéler les secrets de la constitution intérieure des corps, c'est l'étude approfondie des phénomènes de la lumière.

N° XXXI.

POST-SCRIPTUM.

ACTION CHIMIQUE DE LA LUMIÈRE.

Dans l'exposé de ses recherches sur la lumière, M. Fresnel avait fait observer, ainsi qu'on a pu le voir, page 136 de ce volume [le Supplément à la Chimie de Thomson], ce qui suit [a] :

En adoptant le système des ondulations, le seul qui puisse se concilier avec les phénomènes de la diffraction, on ne pouvait pas considérer l'action chimique de la lumière comme résultant d'une combinaison des molécules lumineuses avec les corps, puisque d'après cette théorie l'intensité de la lumière ne tient plus à l'abondance du fluide lumineux, mais à la vivacité de ses vibrations. Il en résulte évidemment que l'action chimique de la lumière doit consister dans une action mécanique de l'éther sur les molécules des corps qu'il environne de toutes parts, et qu'il oblige à de nouveaux arrangements d'équilibre, à de nouvelles combinaisons plus stables, quand les vibrations augmentent d'énergie. On conçoit que la nature des vibrations doit influer sur les effets chimiques qu'elles produisent.

M. Arago vient de confirmer, par une expérience très-intéressante [b], cette opinion de M. Fresnel, et démontrer ainsi directement que l'action chimique de la lumière ne peut être attribuée à une combinaison de ses molécules avec celles des corps.

---

[a] Préambule de Riffault, traducteur de la Chimie de Thomson.

[b] L'impression de ce volume était déjà avancée lorsque cette expérience de M. Arago a été connue. Son objet est d'un si grand intérêt, et le fait qu'elle établit si important pour la science de la chimie, qu'on a cru devoir la présenter ici par addition à l'article de la lumière qui commence ce supplément. [RIFFAULT.]

EXPÉRIENCE.

En faisant tomber sur du muriate d'argent fraîchement préparé les franges produites par l'interférence de deux faisceaux réfléchis sur deux miroirs légèrement inclinés entre eux, M. Arago a reconnu qu'elles y traçaient des lignes noires également espacées et séparées par des intervalles blancs: ce qui prouve que l'influence chimique des rayons lumineux est modifiée par leur interférence comme leurs propriétés optiques, et qu'elle varie d'intensité selon la différence des chemins parcourus. Quand cette différence est égale à un nombre entier d'ondulations, les deux systèmes d'ondes sont en accord parfait, et leurs vibrations ont le plus d'énergie possible: c'est alors que leurs effets chimiques doivent atteindre leur *maximum;* au contraire, dans les points où la différence des chemins parcourus est un nombre impair de demi-ondulations, la discordance étant complète, les effets chimiques doivent être nuls comme la sensation de lumière que les mêmes points produisent sur l'œil: c'est aussi ce que confirme l'expérience. Il faut seulement remarquer que les rayons violets extrêmes étant ceux qui ont le plus d'action chimique, les lignes noires tracées sur le muriate d'argent ne doivent pas correspondre aux bandes les plus brillantes des franges produites par la lumière blanche, qui répondent à peu près aux points d'accord parfait des rayons jaunes. Cette expérience fournit un moyen simple et très-exact de déterminer la longueur moyenne des ondulations lumineuses qui ont le plus d'influence chimique: car il suffit pour cela de mesurer les intervalles compris entre les milieux des lignes noires tracées sur le muriate d'argent, et d'en conclure, par la formule que nous avons donnée, la longueur des ondulations qui les produisent.

En faisant tomber sur du muriate d'argent la lumière modifiée par le phénomène des anneaux colorés, M. Young a montré depuis longtemps que les mêmes modifications se soutenaient dans son action chimique [a]

---

[a] Experiments and Calculations relative to physical Opticks (*Philosophical Transactions*, 1804.)

N° XXXI. mais l'expérience de M. Arago a sur la sienne l'avantage de prouver directement que l'inégale action de la lumière aux différents points de l'espace où les deux faisceaux se réunissent tient à leur influence mutuelle, puisqu'en soustrayant un des faisceaux on voit le muriate d'argent prendre une teinte uniforme dans le même espace où se formaient des lignes alternativement noires et blanches, quand les deux faisceaux y arrivaient simultanément: tandis que dans l'expérience de M. Young, faite au moyen des anneaux colorés, il était impossible de séparer les deux systèmes d'ondes. On peut démontrer aussi par l'expérience de M. Arago, que dans les points qui répondent à des différences de chemins parcourus égales à un nombre impair de demi-ondulations, l'action chimique de la lumière est insensible lorsque les deux faisceaux réfléchis y arrivent ensemble, tandis qu'elle reparaît quand on soustrait un des faisceaux. On voit que ce fait, *indépendamment de toute théorie*, renverse l'hypothèse adoptée par plusieurs savants, d'après laquelle les effets chimiques de la lumière résulteraient de sa combinaison avec les corps: car, s'il en était ainsi, il y aurait toujours d'autant plus d'effet produit que la quantité de molécules lumineuses serait plus considérable, et l'on ne devrait, dans aucun cas, augmenter l'action chimique de la lumière en soustrayant une partie des rayons incidents.

L'expérience de M. Arago renferme encore un fait remarquable, qui ne se trouvait pas dans celle de M. Young, où les rayons qui interfèrent sont parallèles, et ne se quittent plus après leur réunion: c'est que les deux faisceaux réfléchis par les miroirs formant entre eux un angle sensible, il arrive que les mêmes rayons qui perdent dans un point leurs propriétés lumineuses et chimiques par leur discordance complète avec ceux qu'ils y rencontrent, se trouvant un peu plus loin dans des circonstances différentes, recouvrent ces propriétés, ce qui montre, comme l'observe M. Arago, qu'elles n'étaient pas détruites en eux, mais seulement neutralisées momentanément là où des mouvements en sens opposé contre-balançaient leurs vibrations. On concevra aisément ce jeu d'interférences à l'aide de la figure 1, page 51 [55].

L'expérience de M. Arago exige plusieurs précautions pour être répétée avec succès. Il faut d'abord que les rayons solaires réfléchis dans la chambre obscure soient maintenus dans une direction constante par un bon héliostat, afin que les franges qui se projettent sur la surface enduite de muriate d'argent n'éprouvent pas de déplacement sensible, au moins pendant dix minutes; et pour que les très-petits déplacements qu'elles pourraient encore éprouver pendant cet intervalle de temps ne nuisent pas à la netteté des lignes noires qu'elles impriment peu à peu sur le muriate d'argent, il est bon de donner aux franges le plus de largeur possible, en dirigeant les surfaces des deux miroirs presque sur le prolongement l'une de l'autre. Au lieu de placer une lentille sphérique dans le volet de la chambre obscure, pour former un point lumineux, ce qui donnerait une lumière beaucoup trop faible, il faut se servir d'une lentille cylindrique, moyen précieux d'augmenter considérablement l'intensité de la lumière; mais comme on produit ainsi une ligne lumineuse au lieu d'un point, il est indispensable de la tourner dans une direction bien exactement parallèle à celle des franges, ainsi que nous l'avons déjà dit en indiquant ce procédé ingénieux imaginé par M. Arago. On reconnaît aisément à la netteté des franges quand cette condition est remplie. La lentille cylindrique employée dans l'expérience que nous venons de rapporter avait 1 centimètre de foyer; les deux miroirs métalliques n'en étaient guère éloignés que de 60 centimètres, et la plaque enduite de muriate d'argent était à peu près à la même distance des miroirs. Ce grand rapprochement des différentes parties de l'appareil était nécessaire pour conserver aux rayons une intensité suffisante. Il faut remarquer qu'il rendrait très-confuses des franges un peu fines, en raison de la largeur sensible de la ligne lumineuse produite par une lentille de 1 centimètre de foyer; et voilà principalement pourquoi il est très-important de donner aux franges le plus de largeur possible. On obtiendrait bien une ligne éclairante plus fine avec une lentille d'un plus court foyer; mais l'intensité de la lumière serait affaiblie dans le même rapport, et, pour compenser cet affaiblissement, il faudrait rapprocher en proportion les miroirs et le

N° XXVI.

N° XXXI. muriate d'argent de la lentille, ce qui ramènerait la même confusion dans les franges si elles n'avaient pas une largeur suffisante. C'est la condition la plus difficile à remplir, mais avec un peu d'adresse et beaucoup de patience on en vient toujours à bout [1].

---

[1] Cet exposé de l'expérience de M. Arago est de M. Fresnel [a]. (R.)

[a] Arago lui-même n'a jamais publié de description de cette expérience. On en trouve seulement la mention très-sommaire dans le procès-verbal de la séance du Bureau des longitudes du 22 août 1821. (Voyez *Œuvres complètes d'Arago*, t. X, p. 484.) [E. Verdet.]

N° XXXII.

NOTE

SUR

LES ACCÈS

DE FACILE RÉFLEXION ET DE FACILE TRANSMISSION

DES MOLÉCULES LUMINEUSES

DANS LE SYSTÈME DE L'ÉMISSION

LUE À LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE.[1]

PREMIÈRE PARTIE.

1. Dans la partie de mon Mémoire sur la diffraction, qui n'a pas encore été publiée, où je passais en revue les principales difficultés que présente le système de l'émission, j'avais remarqué combien il est embarrassant de concilier la théorie des accès avec la régularité de la réflexion et de la réfraction produites par les corps polis. M. Biot, en parlant des accès, dans la dernière séance[2], m'a rappelé les objections qu'on peut opposer à cette singulière hypothèse du système de l'émission, et m'a inspiré le désir de les communiquer à la Société, en leur donnant un peu plus de développement que je ne l'avais fait dans mon Mémoire.

Ces affections périodiques de la lumière ramènent si naturellement à des idées d'ondulations, que c'est par des mouvements de ce genre

[1] Les premiers travaux d'Augustin Fresnel avaient remis en présence la théorie de l'émission et celle des ondulations. *La Société philomathique était l'arène où combattaient les partisans des différentes doctrines scientifiques* (Lettre à Léonor Fresnel du 23 avril 1818, n° LIX), et Augustin y rencontrait souvent Biot et Poisson pour adversaires (Lettres à L. F. des 15 septembre et 15 novembre 1818). Le Bulletin de la Société n'a pas conservé la trace de ces controverses, mais les écrits suivants en donnent la preuve et en font connaître le sujet.

[2] On n'a pu retrouver la date de cette séance, mais on peut conclure d'un passage du § 13 qu'elle a dû être l'une de celles des premiers mois de 1821.

N° XXXII. que Newton lui-même a essayé d'expliquer les accès de facile réflexion et de facile transmission, pour ceux qui désirent qu'on diminue autant que possible par des considérations mécaniques le nombre des propriétés occultes de la matière. Il supposait que les molécules lumineuses mettaient en vibration, en le traversant, un fluide plus subtil répandu dans l'espace, et que les ondulations ainsi excitées devançaient les molécules lumineuses qui les avaient fait naître et favorisaient leur entrée ou leur réflexion à la surface du milieu réfringent, selon que leur mouvement oscillatoire conspirait avec celui de la molécule lumineuse, ou lui était contraire. On pourrait faire à cette explication des objections très-embarrassantes; mais je ne me propose pas de l'examiner ici, non plus que celles qui ont pu lui être substituées depuis par les partisans du système de l'émission.

2. Sans chercher quelle pourrait être la cause mécanique des accès, je les considérerai simplement comme des modifications périodiques de l'action exercée par le milieu réfringent sur chaque molécule lumineuse en vertu desquelles la molécule peut être attirée ou repoussée par le même corps, selon l'état physique où elle se trouve en approchant de sa surface. Cette manière abstraite d'envisager les accès étant indépendante de toute supposition particulière sur la cause qui les produit, les conséquences que j'en déduirai seront générales, et resteront les mêmes, quelque hypothèse qu'on adopte à cet égard.

Si les molécules lumineuses sont tantôt repoussées et tantôt attirées par le milieu réfringent, selon l'accès dans lequel elles se trouvent en arrivant auprès de sa surface, il résulte de la loi générale de continuité, que, ne passant pas brusquement, mais graduellement d'une espèce d'accès à l'autre, elles doivent éprouver successivement dans les différentes périodes de ces accès tous les degrés intermédiaires de la disposition à être réfléchies ou transmises. Cette disposition, d'après la définition même, n'est pas simplement virtuelle et sans effet mécanique : elle est tellement agissante, au contraire, que la même molécule lumineuse est tantôt réfléchie ou transmise, selon l'accès et la période de cet accès dans lesquels elle se trouve, toutes les autres circonstances

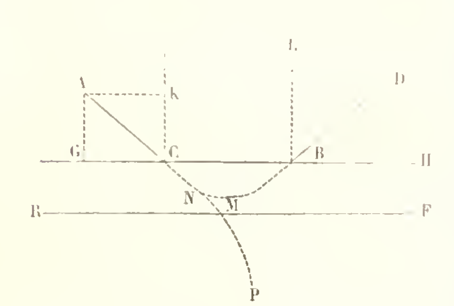
restant d'ailleurs les mêmes. Il faut donc considérer ces accès comme modifiant l'action attractive ou répulsive que le corps réfringent exerce sur les molécules lumineuses, en augmentant ou diminuant cette force accélératrice, et lui faisant même changer de signe. N° XXXII

3. Cela posé, remarquons d'abord que les molécules lumineuses en arrivant auprès de la surface du milieu réfringent, au moment où elles entrent dans sa sphère d'activité, ne peuvent se trouver toutes dans le même accès et à la même période de cet accès, et qu'il doit arriver au contraire, à cause de la multitude des chances, ainsi que l'a observé M. Biot, qu'elles s'y présentent dans les deux espèces d'accès et tous leurs degrés intermédiaires; or c'est précisément cette diversité de dispositions physiques des molécules lumineuses, qui me paraît très-difficile à concilier avec l'uniformité de leur marche dans la réflexion et la réfraction.

Pour exposer clairement mes idées sur ce sujet, et laisser moins de vague à l'objection, je vais passer en revue successivement les trois hypothèses qu'on peut faire sur l'étendue de la sphère d'activité dans laquelle le corps réfringent exerce une action sensible sur la lumière.

4. On peut supposer : 1° qu'elle est du même ordre qu'un accès, c'est-à-dire égale à la longueur d'un accès, ou à cette longueur multipliée ou divisée par un nombre peu considérable; 2° que cette sphère d'activité est beaucoup plus étendue que la longueur d'un accès; 3° enfin qu'elle est beaucoup plus petite.

Raisonnons d'abord dans la première hypothèse, et considérons, pour fixer les idées, le cas particulier de la réflexion. Soit RF la surface du milieu réfléchissant, GH la limite de sa sphère d'activité, AC la direction du rayon incident, BD celle du rayon réfléchi. La loi de la réflexion consiste en ce que, pour toutes les molécules réfléchies, ou du moins le très-grand nombre, BD fait avec la surface le même angle



N° XXXII. que AC. Il est très-facile d'en rendre raison par la symétrie des deux branches de la courbe CMB que décrit la molécule lumineuse, lorsque la force répulsive à laquelle elle est soumise n'éprouve point de perturbation, quelque fonction qu'elle soit d'ailleurs de la distance à la surface. En effet, représentons par la longueur AC la vitesse de la molécule lumineuse au moment où elle va commencer à ressentir l'action du corps réfléchissant, et décomposons cette vitesse en deux autres KC et GC, la première perpendiculaire et la seconde parallèle à la surface. Celle-ci n'éprouvera ni augmentation ni diminution par l'action de la surface, puisqu'elle lui est parallèle; en sorte que lorsque la molécule lumineuse arrivera en B, à la limite de la sphère d'activité, sa vitesse suivant BH, parallèlement à la surface, sera la même que celle qu'elle avait primitivement suivant GC. Il faut donc que sa vitesse suivant BL, perpendiculairement à la surface, soit égale et de signe contraire à celle qu'elle avait originairement suivant CK. On conçoit aisément que si la force répulsive n'éprouve point de perturbation, si elle est toujours la même à la même distance de la surface, soit que la molécule lumineuse s'en approche ou s'en éloigne, cette force, après avoir diminué progressivement la vitesse perpendiculaire jusqu'à la réduire à zéro, doit lui rendre successivement et en sens contraire tout ce qu'elle lui a ôté; en sorte qu'arrivée en B, la molécule lumineuse est animée suivant BL d'une vitesse égale à celle qu'elle avait suivant KC.

5. Mais ce raisonnement n'est plus applicable au cas où la force répulsive éprouverait des perturbations, à moins qu'elles ne fussent les mêmes aux points correspondants des deux branches de la trajectoire. Il faudrait donc que l'accès dans lequel se trouve la molécule lumineuse lorsqu'elle est réfléchie atteignît toujours son *maximum* à l'instant où la molécule arrive en M au sommet de la courbe, de façon que ce point répondît exactement au milieu de cet accès, afin que les modifications apportées dans la force répulsive fussent les mêmes de part et d'autre. En effet, puisque la molécule lumineuse en décrivant cette courbe parcourt, au moins par hypothèse, une partie sensible

de son accès (ou même en parcourt la période entière, ou plusieurs périodes), si le point M ne correspondait pas au milieu d'un accès, il arriverait que les actions successives de la force répulsive sur la molécule lumineuse ne seraient pas les mêmes pour la seconde branche de la trajectoire, et qu'en général la vitesse imprimée par la répulsion dans la direction BL ne serait pas égale à la vitesse KC, que cette force a détruite. Il s'ensuivrait que la résultante BD ne ferait plus avec la surface le même angle que AC, c'est-à-dire que l'angle de réflexion ne serait plus égal à l'angle d'incidence. On voit donc que, pour que cette condition soit remplie, il faut que la molécule lumineuse se trouve au milieu de son accès à l'instant où elle arrive au sommet de sa trajectoire: or il est impossible, à cause de la multiplicité des chances, que cette condition soit remplie dans le plus grand nombre des molécules réfléchies. Il est clair au contraire que le hasard ne doit la réaliser que pour le plus petit nombre. Il en résulterait donc, dans l'hypothèse où nous raisonnons, que la plus grande portion de la lumière réfléchie le serait toujours irrégulièrement, ce qui est contraire à l'observation, puisqu'on sait par expérience que les surfaces bien polies présentent des images très-nettes des objets, et que la presque totalité des rayons qu'elles réfléchissent font un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence. X XXXII

6. Raisonnons maintenant dans la seconde hypothèse, celle où la sphère d'activité du corps réfléchissant serait très-grande par rapport à la longueur d'un accès. Dans cette supposition, la condition dont nous venons de parler paraît beaucoup moins nécessaire pour la régularité de la réflexion. En effet, dans le cas le plus ordinaire, où la molécule ne se trouverait pas précisément au milieu d'un accès en arrivant au sommet de la trajectoire, il arriverait à la vérité que les points des deux branches de la trajectoire où la molécule se trouverait dans les mêmes dispositions physiques ne seraient pas exactement à la même distance de la surface; mais comme ces différences ne seraient que des fractions de la demi-longueur d'un accès (quantité très-petite relativement au rayon de la sphère d'activité), elles n'auraient qu'une

N° XXXII. très-faible influence sur l'action exercée par cette surface, si du moins son énergie décroissait graduellement à mesure que la distance augmente, comme il est naturel de le supposer.

Mais il résulterait une nouvelle difficulté de cette manière d'envisager l'action du milieu réfringent; car si la différence d'une fraction sensible d'un demi-accès ne pouvait pas altérer la symétrie des deux branches de la courbe, on ne voit pas comment la différence d'un accès entier pourrait l'altérer tellement que la seconde branche, au lieu de suivre la direction MB, suivît la direction NP, ce qui arrive pour les molécules transmises. Si la différence d'une fraction sensible d'un accès n'apportait aucun changement appréciable dans la vitesse imprimée à la molécule lumineuse perpendiculairement à la surface, on ne voit pas comment la différence d'un accès pourrait la changer tellement que, au lieu d'être égale à la vitesse primitive et de signe contraire, elle devînt plus grande et de même signe.

Ainsi l'on n'éviterait la première difficulté qu'en tombant dans une autre tout aussi embarrassante.

7. J'aurais pu, à la rigueur, me dispenser de discuter cette seconde hypothèse, parce qu'elle est en contradiction avec les raisonnements par lesquels Newton a déduit de ses belles expériences sur les anneaux colorés la loi même de la périodicité des accès: puisqu'il a supposé dans ses calculs que les rayons étaient réfléchis à la surface même de la lame mince, ou du moins à une distance très-petite par rapport à la longueur d'un accès, et qu'il n'a pas tenu compte du développement de la trajectoire dans le cas des incidences obliques.

8. Cherchons enfin dans la troisième hypothèse, où l'on supposerait la sphère d'activité du milieu réfringent très-petite relativement à la longueur d'un accès, s'il serait possible de concilier la théorie des accès avec la régularité de la réflexion et de la réfraction.

Considérons d'abord le cas de la réflexion. Si l'espace dans lequel la molécule lumineuse est repoussée de la surface réfléchissante est une très-petite fraction de la longueur d'un accès, la molécule lumineuse n'éprouvera pas de variation sensible dans ses dispositions phy-

siques pendant ce court intervalle, et la seconde branche de la trajectoire sera presque exactement pareille à la première. Les différents degrés de l'accès de facile réflexion dans lesquels se trouveront les molécules lumineuses en pénétrant la sphère d'activité de la surface, feront varier l'énergie de la réflexion, la longueur et la forme de la courbe décrite, sans altérer sensiblement la symétrie de ses deux branches. Ainsi cette hypothèse s'accorderait assez bien avec la régularité de la réflexion. N° XXXII

Mais il n'en est pas de même de la réfraction, car la direction des rayons réfractés varierait nécessairement avec la disposition physique où se trouveraient les molécules lumineuses en entrant dans la sphère d'activité, si son rayon n'était qu'une petite fraction de la longueur d'un accès, puisque ces dispositions périodiques modifient l'action du milieu réfringent sur la lumière à tel point qu'elles peuvent changer l'attraction en répulsion; en sorte que l'énergie de l'attraction, et par conséquent l'angle de réfraction, dépendrait du degré d'accès de facile transmission dans lequel se trouveront les molécules lumineuses en traversant la sphère d'activité du milieu réfringent. Or comme il est impossible, ainsi que nous l'avons déjà remarqué plus haut, que le plus grand nombre se trouvent à cet instant dans la même période de leur accès, il arriverait nécessairement, d'après cette hypothèse, que la majeure partie des rayons seraient réfractés dans des directions diverses, ce qui est contraire à l'observation, puisque à travers des prismes achromatisés on voit des images très-nettes des objets.

Nous ne nous sommes point occupé de la réfraction dans les deux hypothèses précédentes; il nous suffisait de remarquer qu'elles ne pouvaient pas se concilier avec la régularité de la réflexion, ou la théorie même des accès. Il serait d'ailleurs facile d'appliquer des raisonnements analogues au cas de la réfraction. Les mêmes causes qui altéreraient la symétrie de la courbe décrite par les molécules réfléchies feraient varier la direction des rayons transmis.

On voit donc que, sans sortir des phénomènes dont Newton s'est particulièrement occupé, la réflexion et la réfraction, on trouve beau

N° XXXII. coup de difficultés à concilier les faits avec sa théorie des accès. Dans une seconde note j'essayerai de prouver que cette théorie est nécessaire au système de l'émission, et qu'on ne peut pas lui substituer le principe des interférences emprunté à la théorie des ondulations.

SECONDE PARTIE.

9. Les observations que j'ai faites sur la théorie des accès, dans une des dernières séances, ont donné lieu à une discussion où il m'a paru que plusieurs de mes idées n'avaient pas été bien saisies, sans doute parce que je ne les avais pas présentées avec assez de clarté. Je demanderai donc à la Société la permission d'ajouter quelques réflexions à ce que j'ai déjà dit. Je ne me propose pas de renouveler cette discussion; je sais que le résultat ordinaire des discussions verbales, dans lesquelles presque toujours chacun abonde dans son sens au lieu de chercher à suivre les raisonnements de son adversaire, est de laisser chacun attaché à son opinion. Il n'y a que les discussions écrites et surtout imprimées, c'est-à-dire mises sous les yeux du public, qui avancent la question, parce qu'on ne se hasarde pas à présenter au public beaucoup d'objections faibles ou de réponses insuffisantes, qui échappent aisément dans une discussion verbale et la prolongent inutilement.

10. En me renfermant dans l'idée la plus abstraite et la plus dégagée d'hypothèses mécaniques qu'on puisse se former sur les accès des molécules lumineuses, j'ai fait remarquer combien cette théorie était difficile à concilier avec la régularité de la réflexion et de la réfraction, quelque supposition que l'on fît sur l'étendue de la sphère d'activité du milieu réfringent relativement à la longueur d'un accès.

11. M. Poisson, en admettant que cette sphère d'activité est infiniment petite relativement à la longueur d'un accès, a limité la question et rendu l'objection plus pressante. Car si, comme le supposait Newton et comme on l'a dit après lui, les accès sont la cause qui détermine essentiellement la réflexion et la réfraction, qui modifie l'action répulsive et l'action attractive jusqu'à les changer l'une en l'autre, il

est clair que la molécule lumineuse sera plus ou moins attirée par le milieu réfringent et plus ou moins déviée de sa direction primitive selon le degré d'accès de facile transmission dans lequel elle se trouvera en traversant cette sphère d'activité, puisque par hypothèse sa disposition physique n'éprouvant pas de variation sensible pendant ce trajet, à cause de sa petitesse relativement à la longueur d'un accès, c'est de cette disposition physique que dépend l'énergie de la réfraction, qui doit en conséquence varier avec elle. N° XXXII.

Si l'on suppose maintenant quelque autre disposition physique qui vienne tout exprès modifier la première de manière à rendre l'attraction constante pour tous les différents degrés d'accès, j'avoue qu'il n'y aura plus rien à répondre. Aussi m'étais-je proposé seulement de faire voir les difficultés que présente la théorie des accès telle qu'on la conçoit ordinairement, telle qu'elle est exposée, par exemple, dans le Traité de physique de M. Biot [a], et non d'épuiser toutes les hypothèses qu'on peut ajouter à celle de Newton pour la faire cadrer avec les faits.

12. M. Poisson nous a présenté le système de l'émission comme une espèce de Protée qui échappe aux objections en prenant toutes les formes, en adoptant toutes les hypothèses dont il a besoin. La multiplicité des hypothèses n'est pas une probabilité en faveur d'un système, et il peut d'ailleurs arriver, si on les multiplie trop, qu'elles deviennent difficiles à concilier entre elles, quand on les suit un peu avant dans leurs conséquences. En lisant le traité de physique où M. Biot a exposé la théorie newtonienne et ses principales conséquences avec autant de détail que de sagacité, on a de la peine à concevoir, surtout quand on étudie la polarisation mobile, comment chaque molécule lumineuse peut posséder tant de propriétés à la fois, porter avec elle tant de modifications diverses!

J'ai dit tout à l'heure qu'il n'y avait rien à répondre à la nouvelle supposition par laquelle on ferait intervenir une autre cause physique qui compenserait exactement les augmentations ou diminutions que

---

[a] *Traité de physique expérimentale et mathématique*, t. IV, p. 88.

N° XXXII. les différents degrés d'accès de facile transmission apportent dans l'action attractive du milieu réfringent. Mais un esprit difficile pourrait n'être pas encore satisfait de cette hypothèse, en la suivant dans ses conséquences. En effet, comment cette nouvelle cause qui balancerait toujours les variations de la force attractive de manière à la rendre constante lui permettrait-elle de se changer en répulsion? Car ordinairement on ne passe pas brusquement du positif au négatif sans passer par zéro et tous les autres degrés intermédiaires.

Mais je laisse ces objections sur les accès (qui paraîtront de quelque solidité à ceux qui voudront y réfléchir mûrement) et je passe aux objections que les phénomènes de la diffraction présentent contre le système de l'émission; non que je me propose de les exposer ici de nouveau. Je n'ai que quelques mots à dire sur ce sujet, où je crains de n'avoir pas été bien entendu de M. Poisson.

13. Ce savant géomètre ayant avancé, je crois, dans le cours de la discussion, qu'il fallait que la théorie des ondulations fût tout à fait éclaircie avant d'abandonner le système de l'émission, j'ai répondu que lorsqu'on avait à choisir entre deux systèmes, il n'était pas nécessaire que l'un ne laissât plus rien à désirer pour qu'on pût rejeter l'autre, et qu'il suffisait qu'un seul fait bien constaté se trouvât en contradiction manifeste avec celui-ci. J'ai cité pour exemple les phénomènes de la diffraction, qu'il me semble impossible de concilier avec le système de l'émission, et j'ai rappelé particulièrement l'objection qui se trouve au commencement de la partie de mon Mémoire sur la diffraction publiée dans les Annales de chimie, objection que M. Poisson doit très-bien connaître, car je la lui ai présentée plusieurs fois avec beaucoup de détail, en le priant d'avoir la bonté d'y réfléchir et de voir s'il était possible d'y répondre[a].

M. Biot est convenu franchement qu'on n'y avait pas encore répondu (quoiqu'elle soit publiée depuis près de deux ans)[b]. M. Poisson

[a] Voyez le N° XIV, § 33 [t. I, p. 283, note].

[b] L'extrait publié dans les Annales de chimie et de physique a paru dans le cahier de juillet 1819, ce qui donne à peu près la date du présent écrit.

a dit que parce qu'on n'avait pas expliqué dans le système de l'émission le fait sur lequel elle repose, il ne fallait pas en conclure qu'il fût inconciliable avec ce système. Cette réponse de M. Poisson, que je ne rapporte peut-être pas avec les expressions qu'il a employées, mais dont je ne crois pas avoir altéré le sens, m'a fait penser qu'il ne m'avait pas bien compris. Je ne demande point qu'on explique les phénomènes de la diffraction dans le système de l'émission; ce serait être beaucoup trop exigeant. Je demande seulement qu'on fasse voir qu'ils ne sont pas en contradiction manifeste avec ce système, ce qui est bien différent. Car, tant qu'on ne l'aura pas fait, je serai en droit de soutenir que le système de l'émission est inadmissible. N° XXXII

14. Sans vouloir vanter la promptitude à changer de système, qui pourrait quelquefois n'être pas philosophique, je remarquerai en passant que presque tous les plus célèbres chimistes, excepté M. Berzélius, ont abandonné l'ancienne hypothèse sur l'acide muriatique oxygéné et le regardent maintenant comme un corps simple, quoiqu'on puisse, non-seulement concilier avec la première hypothèse, mais expliquer à la rigueur dans cette théorie tous les phénomènes connus jusqu'à présent. On n'avait pas d'autre raison pour adopter le nouveau système que sa plus grande probabilité dans l'état actuel de la science; et cette raison suffisait en effet pour le préférer à l'ancien.

On est bien plus invariablement attaché à ses opinions en physique! Non-seulement il est évident pour tout esprit juste qui voudra comparer attentivement les deux systèmes sur la lumière, en envisageant l'ensemble des phénomènes et les rapports que la théorie des ondulations fait découvrir entre eux, que toutes les probabilités sont en sa faveur, quoiqu'elle soit peu avancée; mais, ce qui est bien plus décisif, des faits positifs se trouvent en contradiction palpable avec le système de l'émission. Et cependant il est encore préféré, du moins dans l'enseignement. Car je dois rappeler ici que MM. Biot et Poisson ont dit qu'ils n'avaient point d'opinion arrêtée sur cette question. J'ignore quelle était autrefois l'opinion de M. Poisson, mais celle de M. Biot a déjà

N° XXXII. changé, puisqu'il regardait la théorie des ondulations comme inadmissible, et qu'à présent il ne penche guère plus pour un système que pour l'autre. Si mon amour-propre ne me fait pas illusion, je pourrais me flatter peut-être d'avoir un peu contribué à cette demi-conversion. Mais je conviendrai que vouloir opérer une conversion entière, ce serait porter bien haut mes prétentions.

15. En présentant des objections contre le système de l'émission, j'avais pris l'offensive. La suite de la discussion m'a mis sur la défensive, position beaucoup moins avantageuse, car il est plus facile d'attaquer que de soutenir un système. Je ne reculerai pas néanmoins sur le nouveau terrain où l'on m'a placé. Dans un essai sur la théorie physique de la lumière, que je me propose de commencer aussitôt que mes occupations me le permettront, je ferai voir que la théorie des ondulations, quoique négligée pendant longtemps, présente déjà beaucoup plus de ressources que le système de l'émission pour expliquer et surtout calculer les phénomènes de l'optique, et indiquer les rapports secrets qui les unissent. Je n'en citerai pour le moment qu'un exemple, tiré des beaux phénomènes de coloration que M. Arago a observés le premier dans les lames cristallisées, en les faisant traverser par la lumière polarisée.

M. Biot, qui a cherché avec autant de persévérance que de sagacité les lois de cette modification singulière de la lumière polarisée, à laquelle il a donné le nom de *polarisation mobile*, a remarqué que les épaisseurs des lames d'un même cristal produisant des teintes diverses étaient dans le même rapport que les épaisseurs des lames d'air beaucoup plus minces qui réfléchissent des teintes semblables dans les anneaux colorés [a]. Sans doute cette relation, à laquelle on pouvait être conduit par la seule analogie, indépendamment de toute théorie, était déjà bien importante et bien remarquable. Mais M. Young, à l'aide du principe des interférences, qui est une conséquence immé-

---

[a] *Traité de physique expérimentale et mathématique*, livre VI, chap. II.

diate de la théorie des ondulations [a], a découvert aisément un rapport bien plus intime encore entre ces deux classes de phénomènes, qui avait échappé à M. Biot, et qu'il était presque impossible de deviner avec le système de l'émission : c'est que la quantité dont les rayons ordinaires se trouvent en arrière ou en avant des rayons extraordinaires, en sortant d'une lame cristallisée, par suite de leur différence de vitesse, est exactement égale à la différence des chemins parcourus par les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air qui donne la même teinte que cette lame cristallisée. Ce n'est plus ici une simple proportion, c'est une identité numérique. N° XXVII.

16. Je pourrais encore citer, comme une preuve des ressources de calcul que présente déjà le système des ondulations, la découverte des lois générales de la diffraction, lois qui sont toutes représentées par une seule fonction transcendante qu'on ne peut débarrasser du signe de l'intégration qu'en la développant en série. Il est clair qu'une fonction de cette nature, une intégrale non intégrable en termes finis, n'aurait jamais été indiquée par la simple observation : il n'y avait que des idées théoriques qui pussent y conduire, et donner la patience de la vérifier sur les observations par les longs calculs numériques qu'elle nécessite.

Il ne faut pas confondre les formules ainsi déduites de considérations théoriques (alors même que la justesse de ces raisonnements ne serait pas encore rigoureusement démontrée) avec les formules empiriques que l'on calcule immédiatement sur les observations mêmes par la méthode des interpolations, en prenant un polynôme de la forme $A + Bx + Cx^2 + Dx^3 +$ etc. et y introduisant assez de constantes arbitraires pour le faire cadrer avec les mesures dans l'étendue des faits où elles ont été prises. Les premières formules, par cela seul qu'elles reposent sur des considérations théoriques, ont déjà

[a] *Review of Malus, Biot, Seebeck and Brewster on Light*, from *the Quarterly Review*, for April 1814, vol. XI, p. 42. (*Miscellaneous Works of Th. Young*, t. I, p. 260.)

N° XXXII. en leur faveur une grande probabilité que n'ont pas les autres. D'ailleurs celles-ci décèlent toujours leur inexactitude lorsqu'on s'éloigne assez des limites entre lesquelles elles ont été calculées. Un de leurs caractères les plus marqués encore, c'est la multiplicité des constantes arbitraires qu'elles nécessitent, lorsque les faits qu'elles doivent représenter sont un peu étendus et variés.

Tous les phénomènes de la diffraction sont représentés maintenant par une même formule, qui ne contient qu'une seule constante arbitraire : c'est la longueur de l'ondulation lumineuse; encore cette longueur d'ondulation pourrait-elle être tirée des observations de Newton sur les épaisseurs des anneaux colorés, ce qui établit entre ces deux classes de phénomènes une relation intime que le système de l'émission aurait en vain cherché à découvrir. Ainsi l'on peut calculer tous les phénomènes de la diffraction sans y prendre aucune constante arbitraire, et en tirant la seule qui entre dans la formule d'une classe de faits tout différents.

Si l'on y réfléchit bien, et que l'on fasse attention en même temps aux aspects si dissemblables et quelquefois si bizarres que présentent les phénomènes de la diffraction, et qui feraient croire, au premier abord, qu'ils ne sont pas soumis à la même loi, on sentira que pour les suivre ainsi fidèlement dans toutes leurs métamorphoses, il faut que la formule déduite de la théorie des ondulations soit véritablement la loi de la diffraction.

17. Le principe des interférences, et plus généralement celui de la superposition des petits mouvements, qui m'ont indiqué les lois de la diffraction, expliquent aussi d'une manière très-satisfaisante, à mon avis, les lois connues de la réflexion et de la réfraction pour une surface continue et indéfinie; et, qui plus est, ils font connaître la marche des rayons réfléchis et réfractés dans le cas général où cette surface est discontinue ou limitée d'une manière quelconque. Dans ce cas, la marche et la distribution de la lumière sont beaucoup plus compliquées, et le système de l'émission n'avait pu jusqu'à présent en découvrir les lois.

« Mais, m'a dit M. Poisson, ces calculs sur les ondulations n'ont « aucune rigueur mathématique, alors même qu'il ne s'agit que d'expli- « quer la loi ordinaire de la réfraction, la seule chose que je vous « demande. » N° XXXII.

Il est cependant assez singulier que cette mauvaise manière de raisonner appliquée à des cas plus généraux, et même à tous les phénomènes de l'optique, donne des résultats toujours conformes à l'observation. Elle aurait l'avantage qu'on doit le plus rechercher dans les théories, celui d'annoncer d'avance les lois des phénomènes et les rapports secrets qui les unissent; car voilà le principal mérite d'une théorie. Elle ne doit pas seulement être une méthode de mnémonique qui aide à retenir les faits en les rattachant tant bien que mal les uns aux autres à l'aide de nombreuses hypothèses, ou venir, lorsque leurs lois sont connues, en donner l'explication, comme on place un bouquet sur le faîte d'un édifice après avoir terminé la construction. Le service le plus essentiel que les théories puissent rendre à la science, c'est d'aider à découvrir les faits, ou du moins les relations qui existent entre ceux que l'on connaît déjà, surtout lorsqu'ils appartiennent à des classes bien distinctes; autrement la physique expérimentale serait obligée de faire tous les frais des découvertes.

18. Si l'on en jugeait par les résultats, il me semble que cette manière abrégée de raisonner, dont M. Poisson paraît faire peu de cas, n'est point à dédaigner et a peut-être déjà rendu à la physique plus de services que l'analyse générale. A l'aide du seul principe des interférences, M. Young a découvert en optique un grand nombre de relations numériques d'une haute importance, entre les phénomènes les plus différents et en apparence les plus indépendants. Par un raisonnement très-court, et avec deux lignes de calcul, il a trouvé l'expression de l'intensité des ondes réfléchies à la surface de contact de deux milieux élastiques de densités différentes [a]. M. Poisson a été conduit

[a] Chromatics, from the *Supplement to the Encyclopædia Britannica*, Art. 6 (sect. V). (*Miscellaneous Works*, t. I, p. 336.)

N° XXXII. de son côté au même résultat par une méthode plus savante et plus rigoureuse[a]. Mais enfin M. Young est encore dans ce cas arrivé le premier au but; et en rendant justice au beau travail de M. Poisson, qui a achevé de donner à ces formules toute la certitude mathématique, on n'oubliera pas que c'est M. Young qui les a trouvées le premier.

Je ne vois pas en outre qu'avec cette manière de raisonner, qui mène si promptement au but, M. Young se soit trompé plus souvent dans la solution des questions physico-mathématiques que les géomètres qui les ont attaquées avec tout l'appareil des équations différentielles. Il faut donc en conclure que l'instrument dont il se sert conduit assez vite et même assez sûrement à la vérité.

19. Sur la fin de la discussion, M. Poisson m'a défié de donner dans la théorie des ondulations une démonstration mathématique de la loi de la réfraction. Si je me suis contenté de citer à ce savant géomètre l'explication d'Huyghens, et n'ai pas relevé sur-le-champ le gant qu'il m'avait jeté, en donnant cette explication au tableau, avec les développements qui me paraissent nécessaires pour la rendre plus convaincante, c'est d'abord parce que je sentais que l'attention de la Société devait être fatiguée par une discussion aussi longue, et que la nouvelle discussion dans laquelle cette démonstration allait nous engager a besoin d'être traitée par écrit. Je me propose donc d'ajouter à mon Mémoire sur la diffraction, qui doit bientôt être imprimé en entier, une explication détaillée des lois ordinaires de la réflexion et de la réfraction dans la théorie des ondes; et même, si sa publication tardait trop à mon gré, je ferais imprimer cette démonstration à part[b]. J'aurai l'honneur d'en offrir un exemplaire à M. Poisson. Si les nouveaux développements que j'y donnerai ne satisfont pas encore ce savant géomètre, j'espère qu'il ne dédaignera pas de réfuter mes raison-

---

[a] Voir N° XXIX.
[b] Voir N° XIV, Note II.

nements de la même manière, c'est-à-dire par la voie de l'impression, N° XXXII.
puisque c'est lui-même qui a porté le défi.

20. Pour la réfraction, comme dans ma théorie de la diffraction, dont j'emprunterai les principaux raisonnements, je ne prétends déterminer rigoureusement la résultante des ondes élémentaires, qu'on peut concevoir produites par chaque petite partie de l'onde primitive, qu'à une distance de cette onde incomparablement plus grande que la longueur d'une ondulation. Mais si les formules qui donnent cette résultante sont mathématiquement exactes à la limite, c'est-à-dire lorsque cette distance est infiniment grande relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse, il est clair qu'elles seront encore aussi exactes que les observations mêmes à des distances très-petites, puisqu'une ondulation lumineuse, celle des rayons jaunes par exemple, n'est guère que la moitié d'un millième de millimètre, et qu'ainsi un millimètre est deux mille fois plus grand que les ondulations moyennes.

21. Si j'ai bien compris M. Poisson, ce n'est pas la généralité que je suppose au principe de la coexistence des petits mouvements, et l'emploi que j'en fais qui lui paraissent illégitimes, mais seulement la supposition que les ondes élémentaires qui arrivent dans des directions obliques à la ligne de plus court chemin se détruisent mutuellement. Or il me semble qu'on peut le démontrer rigoureusement à la limite, c'est-à-dire lorsque la distance à l'onde primitive est infiniment plus grande qu'une ondulation. Alors la démonstration de la réfraction et des lois de la diffraction, ne reposant plus que sur le principe de la superposition des petits mouvements, sera tout aussi rigoureuse que les conséquences que l'on déduit, par exemple, du principe de la conservation des forces vives, ou de tout autre principe général de mécanique, conséquences auxquelles on n'a jamais refusé la certitude mathématique.

22. Je conviendrai néanmoins que dans les questions délicates il est utile et même nécessaire de vérifier ces conséquences par les équations générales du mouvement, qui, basées sur les lois fondamentales de la mécanique et contenant en elles-mêmes tous les principes qui en

N° XXXII. découlent, ne permettent pas d'en faire une fausse application. Mais si l'on doit un juste tribut d'éloges et de reconnaissance au géomètre qui achève de démontrer par une analyse élevée des formules déjà connues, en surmontant toutes les difficultés que présente l'application des équations générales du mouvement, on ne doit pas compter pour rien le travail mathématique d'un physicien moins savant, qui aura trouvé le premier ces formules en les déduisant simplement de quelques-uns des principes plus particuliers de la mécanique, tel que celui de la conservation des forces vives, ou de la coexistence des petits mouvements.

Ainsi, par exemple, si quelque géomètre habile parvient à expliquer la loi de la réfraction dans la théorie des ondes, avec tout l'appareil des équations différentielles, on n'oubliera pas qu'Huyghens a dit le premier que cette loi était une conséquence nécessaire de l'hypothèse des ondulations, et l'a prouvé, d'une manière assez satisfaisante, avec le seul secours du principe de la superposition des petits mouvements[a].

23. S'il m'était permis de me citer après avoir parlé d'Huyghens, je dirais que j'ai donné la loi du décroissement de l'intensité des ondes qui se répandent derrière un obstacle, en la déduisant aussi du principe de la superposition des petits mouvements, et que mes formules, que je crois rigoureuses à la limite, c'est-à-dire lorsqu'on est éloigné de l'écran d'une distance infiniment plus grande que la longueur d'une ondulation, ont été jusqu'à présent confirmées par des expériences nombreuses et variées sur la diffraction[b]; qu'une conséquence de ces mêmes formules qui m'avait échappé, et que M. Poisson m'a fait remarquer, s'est trouvée également vérifiée par les faits, ce qui ajoute encore à la grande probabilité que ces formules tirent déjà des considérations théoriques très-simples sur lesquelles elles reposent. Or il peut arriver qu'un géomètre habile, en employant une analyse plus

---

(a) Voyez le Traité de la Lumière, chap. II.

(b) Voyez N° XIV, Note additionnelle I.

savante et plus rigoureuse, soit conduit aux mêmes formules. Je me N° XXXII
plais à croire que dans ce cas, tout en rendant justice à la supériorité de son talent, on n'oublierait pas celui qui les a données le premier.

Je demande pardon à la Société de l'avoir entretenue si longuement de cette discussion et de mes propres travaux; j'espère que le silence que j'avais gardé jusqu'à présent me servira d'excuse.

N° XXXIII.

QUELQUES OBSERVATIONS

SUR

LES PRINCIPALES OBJECTIONS DE NEWTON

CONTRE LE SYSTÈME DES VIBRATIONS LUMINEUSES

ET SUR

LES DIFFICULTÉS QUE PRÉSENTE SON HYPOTHÈSE DES ACCÈS[1]

1. Une des objections les plus spécieuses que Newton ait faites contre le système des vibrations lumineuses est sans doute celle où il compare la marche du son avec celle de la lumière qui, selon lui, ne se répand jamais dans les ombres, tandis que le son se fait entendre derrière les obstacles placés entre le corps sonore et celui qui écoute.

Mais d'abord il est inexact de dire que la lumière ne s'infléchit

[1] Insérées dans la Bibliothèque universelle de Genève (Sciences et arts, nouvelle Série, t. XXII, p. 73, année 1823).

Il convient de lire, comme introduction à ces Observations, les articles de la Bibliothèque universelle (Sciences et arts, nouvelle Série, t. XXI, p. 79 et 159, n[os] 2-3, octobre et novembre 1822). Ils ont pour objet l'hypothèse de Newton sur la lumière, et sont extraits de l'Histoire de la Société royale de Londres, par Birch (4 vol. in-4°, Londres 1756-1757).

Ce morceau, communiqué aux rédacteurs de la Bibliothèque universelle, a été traduit par Fulgence Fresnel, frère d'Augustin. (Voyez lettres de M. Maurice à A. Fresnel, du 21 septembre 1822, et de M. Pictet à A. Fresnel, du 20 décembre 1822, N° LVIII.

N° XXXIII. point dans les ombres; les bandes brillantes et obscures qui subdivisent les ombres des corps étroits sont une preuve du contraire. Ces franges intérieures n'avaient pas échappé à l'attention de Grimaldi, et il est surprenant que Newton n'en parle pas dans le dernier livre de son Optique, qu'il a consacré aux phénomènes de la diffraction. La lumière infléchie dans l'ombre devient encore plus sensible quand le corps opaque, au lieu d'être un cylindre, est une sphère ou un disque circulaire; alors on aperçoit, au centre de l'ombre, un point lumineux entouré de petits anneaux alternativement brillants et obscurs, toutes les fois que le point éclairant est assez éloigné et qu'on reçoit l'ombre à une distance suffisante de l'écran, quel que soit d'ailleurs le diamètre de celui-ci. La partie éclairée dans le centre de l'ombre est d'autant plus étroite que le diamètre de l'écran est plus grand relativement à la distance où l'on reçoit l'ombre: mais l'intensité de la lumière centrale reste à peu près la même.

L'affaiblissement de la lumière résultant d'une plus grande inflexion, quand on augmente le diamètre de l'écran, se trouve alors compensé par le plus grand nombre de rayons venant des divers points de sa circonférence.

Lorsque l'écran, au lieu d'être circulaire, est beaucoup plus long que large, ou très-étendu dans les deux sens, l'intensité de la lumière décroît promptement à partir du bord de l'ombre, à mesure que l'angle d'inflexion augmente. Mais cet affaiblissement rapide, loin d'offrir une objection contre le système des vibrations lumineuses, en est une conséquence nécessaire, ainsi que nous allons essayer de le montrer en peu de mots.

2. On admet dans ce système que les ondes lumineuses sont produites dans l'*éther*, ou fluide universel, par les petites oscillations des molécules des corps éclairants, de même que le son est excité dans l'air par les vibrations des corps sonores. Les ondes lumineuses résultant de mouvements oscillatoires, c'est-à-dire de mouvements qui ont lieu alternativement dans deux sens opposés, devront en conséquence être composées chacune de deux demi-ondulations parfaitement sem

blables quant à l'intensité des vitesses absolues qu'elles impriment aux molécules éthérées, mais contraires quant aux signes de ces vitesses: c'est-à-dire que si l'une pousse ces molécules en avant, l'autre les ramènera en arrière; que si la première demi-ondulation les porte à droite, la seconde les portera vers la gauche, et précisément de la même quantité. Il résulte de là que lorsque deux séries d'ondes lumineuses, de même nature et d'égale intensité, se propageant suivant la même direction, diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation, ou, en général, d'un nombre impair de demi-ondulations, de manière qu'il y ait superposition des demi-ondes de signes contraires, l'effet d'une des séries doit être détruit par celui de l'autre, puisqu'elles apportent alors aux mêmes points de l'éther des impulsions égales et en sens opposés: dans ce cas, la lumière ajoutée à la lumière produit l'obscurité. Cette loi remarquable, à laquelle M. Young a donné le nom de *principe des interférences*, et qui se trouve démontrée ou confirmée maintenant par une multitude d'expériences diverses, paraît bien difficile à expliquer, dans le système newtonien, d'une manière satisfaisante et qui s'accorde avec tous les faits connus, tandis qu'elle est au contraire une conséquence immédiate de l'hypothèse des vibrations, dont elle pouvait être déduite d'avance sans les indications de l'expérience. N° XXVIII

3. Après avoir rappelé ce principe des interférences, dont on trouvera une explication plus détaillée dans le Supplément à la traduction française de la Chimie de Thomson, par M. Riffault [a], nous allons l'appliquer au cas dont nous nous étions occupé d'abord, où les ondes émanées d'un point lumineux se répandent derrière un écran qui intercepte une partie de leur étendue.

Je supposerai, pour plus de simplicité, que le point lumineux est infiniment éloigné de l'écran, de sorte que les ondes incidentes seront sensiblement planes.

---

[a] Voyez le chapitre sur la lumière depuis la page 34 jusqu'à la page 48 (N° XXXI de cette édition, du § 25 au § 32).

N° XXXIII. Soit AB un écran indéfini dans le sens AB et dans celui du bord rectiligne de cet écran projeté en A ; soit CD le plan sur lequel on reçoit l'ombre, et AN la section faite par le plan de la figure dans la surface de l'onde, au moment où celle-ci atteint le bord de l'écran : AN sera la seule partie de l'onde qui puisse propager le mouvement lumineux, le reste étant intercepté par l'écran indéfini AB.

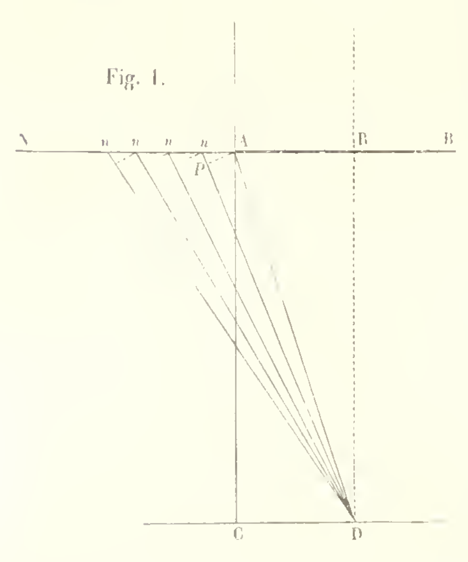


Fig. 1.

Il résulte du principe général de la composition des petits mouvements, que si l'on conçoit la surface de l'onde divisée en une infinité d'éléments, et que l'on considère l'effet que chacun d'eux aurait produit en agissant isolément, le mouvement imprimé en un point quelconque D est la résultante statique de toutes les impulsions qui auraient été envoyées au même instant par chacun de ces divers centres d'ébranlement. On peut diviser la surface de l'onde en éléments infiniment petits, par deux suites de plans parallèles et perpendiculaires au plan de la figure. Nous n'allons considérer d'abord que les éléments compris dans le plan même de cette figure; et nous supposerons le point D distant de l'écran d'un très-grand nombre d'ondulations lumineuses. Pour satisfaire à cette condition, il n'est pas nécessaire qu'il soit très-éloigné, puisque la plus grande longueur des ondulations lumineuses n'est pas d'un millième de millimètre [1].

Cela posé, divisons par la pensée l'onde AN en petites parties An, nn', n'n'', n''n''', etc. telles que deux rayons menés de deux points de division consécutifs en D diffèrent d'une quantité égale à la longueur

[1] J'appelle *longueur de l'onde* l'espace parcouru par la lumière pendant la durée des deux oscillations en sens contraire de la molécule vibrante qui la produit ; c'est en effet l'étendue de l'espace où se manifestent simultanément toutes les impulsions successives que la molécule vibrante a imprimées à l'éther pendant une oscillation complète.

d'une demi-ondulation; alors deux points de division consécutifs quelconques $n''n'$, considérés comme des centres d'ébranlement, enverraient en D, s'ils agissaient isolément, deux systèmes d'ondes élémentaires dont l'un serait en retard sur l'autre d'une demi-ondulation. Il en serait de même de tous les autres points correspondants des deux parties $n''n'$ et $n'n$. Maintenant, vu la grande distance de D comparée à la longueur d'une ondulation lumineuse, les parties nn' et $n'n''$ seront très-petites relativement à cette distance, en sorte que les rayons qu'elles envoient en D pourront être considérés comme sensiblement parallèles et par conséquent égaux en intensité; car, quelle que soit la loi suivant laquelle varie l'intensité de l'onde élémentaire envoyée par chaque centre d'ébranlement autour de ce centre, il est évident d'abord que ces variations devront être assujetties à la loi de continuité, et conséquemment négligeables pour des rayons ayant des directions peu différentes; si, de plus, l'onde incidente AN a la même intensité, dans toute l'étendue que nous considérons, on voit que les rayons sensiblement parallèles nD, $n'D$, $n''D$ et tous les autres rayons intermédiaires auront la même intensité pour des longueurs égales des éléments qui les envoient. Or, dès que l'obliquité de ces rayons sur l'onde AN est un peu prononcée, les deux parties nn' et $n'n''$ deviennent sensiblement égales, ainsi que tous les éléments correspondants, en lesquels on peut les concevoir divisées; donc les systèmes d'ondes élémentaires correspondants envoyés en D par ces deux parties de l'onde sont presque exactement de même intensité; mais de plus ils diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation : donc ils se détruisent deux à deux et n'apportent point de lumière en D. L'on peut à plus forte raison négliger les autres rayons $n'''D$, etc. d'une obliquité encore plus prononcée. Mais il faut observer qu'en continuant ainsi indéfiniment, on aura négligé une infinité de quantités infiniment petites du premier ordre, qui peuvent équivaloir à une quantité finie; c'est pourquoi, au lieu de supposer la lumière envoyée en D par la partie $n'n''$ de l'onde incidente, comme détruite par la lumière qu'y envoie la partie nn', il faut concevoir que les rayons qui

N° XXXIII

N° XXVIII. émanent de chaque partie $n'n''$ sont détruits par la moitié (en intensité) des rayons correspondants qui émanent des deux parties contiguës nn' et $n''n'''$; parce que, si les intensités des rayons de ces trois parties de l'onde incidente diffèrent d'un infiniment petit du premier ordre, la différence d'intensité entre les rayons de la partie intermédiaire $n'n''$ et la demi-somme des rayons des deux autres parties contiguës nn' et $n''n'''$ ne sera plus qu'un infiniment petit du second ordre. Il est aisé de voir qu'en suivant ce système de réduction on rend aussi tout à fait négligeables les effets résultant du petit défaut de parallélisme des rayons correspondants des parties nn', $n'n''$, $n''n'''$.

Si l'écran AB n'existait pas, le point D recevrait des rayons directs, tels que RD perpendiculaire à l'onde, et près de R, les points de division correspondant à des différences d'une demi-ondulation dans la longueur des rayons envoyés en D seraient très-inégalement espacés: car la géométrie démontre que les distances de D à ces points de division suivraient la progression $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$, etc. et les parties comprises entre eux, $1, \sqrt{2}-1, \sqrt{3}-\sqrt{2}$, etc. On voit qu'elles ne deviennent sensiblement égales qu'après un nombre considérable de demi-ondulations, et c'est alors seulement qu'on peut négliger les rayons qu'elles envoient en D, comme se détruisant mutuellement. Mais D étant par hypothèse très-éloigné de AB relativement à la longueur d'une ondulation, cette condition peut être remplie avant que les rayons aient une obliquité prononcée; c'est pourquoi l'on peut considérer, dans ce cas, tous ceux qui concourent efficacement à la production de la lumière en D comme sensiblement parallèles et d'égale intensité pour des éléments égaux de l'onde incidente. C'est au moyen de cette considération que je suis parvenu à calculer l'intensité de la lumière dans les circonstances variées que présentent les phénomènes de la diffraction, et à donner une table de son décroissement pour les rayons qui s'infléchissent dans l'ombre d'un écran indéfini. On trouvera cette table dans mon Mémoire sur la diffraction, page 350 du tome XI des Annales de chimie et de physique[a].

[a] Voyez N° XIV, § 68.

4. Sans entrer dans le détail de ces calculs, il est aisé de concevoir, N° XXXIII.
à l'aide de ce que nous venons de dire, pourquoi la lumière infléchie diminue rapidement d'intensité à mesure que l'obliquité augmente. Supposons que le point D soit déjà assez distant du bord de l'ombre pour que le rayon AD venant du bord de l'écran ait une obliquité prononcée, et que les parties An, nn', $n'n''$, etc. de l'onde incidente soient sensiblement égales entre elles; alors le calcul de l'intensité de la lumière envoyée en D devient très-simple, puisqu'on peut considérer les rayons émanés de chacune d'elles, excepté An, comme détruits par la moitié des rayons de la partie précédente et de la partie suivante. Quant à la partie An qui touche l'écran, une moitié seulement de l'intensité de ses rayons est détruite par la moitié de ceux de la partie suivante nn', et l'autre moitié va éclairer le point D. Ainsi, dans le cas que nous considérons, la lumière apportée en D est proportionnelle à An. Mais appelant i l'angle CAD que le rayon AD fait avec la normale à l'onde, et λ la longueur d'une ondulation lumineuse; puisque la différence np entre les rayons nD et AD est, par hypothèse, égale à une demi-ondulation, ou à $\frac{1}{2}\lambda$, on a $An = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{\sin i}$. Supposons, par exemple, que l'angle i soit de 1 degré, et qu'on veuille calculer An pour les rayons jaunes les plus brillants, dont la longueur d'ondulation est $0^{mm}.000571$, alors on trouve que $An = 0^{mm}.033$, c'est-à-dire que la seule partie de l'onde qui puisse envoyer la lumière en D (et qui n'envoie que la moitié de ses rayons, affaiblie encore par la discordance entre les rayons extrêmes) n'est que de trois centièmes de millimètre; si l'obliquité était de 2°, An n'aurait plus qu'un centième de millimètre et demi; pour 3° d'obliquité, An serait réduit à un centième de millimètre. On voit avec quelle rapidité la partie éclairante de l'onde incidente diminue d'étendue à mesure que l'obliquité augmente.

5. A la vérité, nous n'avons considéré jusqu'à présent que la section de l'onde comprise dans le plan de la figure; mais il est aisé de reconnaître qu'on arriverait à des résultats semblables en envisageant l'onde suivant deux dimensions. En effet, supposons-la divisée par une suite de plans perpendiculaires au premier et infiniment rappro-

XXXVIII. chés : on pourra appliquer aux parties de l'onde qu'ils comprennent les raisonnements que nous avons faits tout à l'heure pour la section de l'onde comprise dans le plan de la figure, en supprimant l'écran : on démontrera de même que les rayons d'une obliquité prononcée se détruisent mutuellement, et que ceux qui concourent efficacement à la production des vibrations lumineuses en D peuvent être considérés comme sensiblement parallèles et d'égale intensité. Ces parties de l'onde parallèles au bord de l'écran, étant indéfiniment étendues dans le cas dont nous nous occupons, où l'onde lumineuse n'est interceptée que d'un seul côté, l'intensité de la résultante de toutes les vibrations qu'elles envoient en D sera la même pour chacune d'elles : car les rayons qui en émanent doivent être considérés comme d'égale intensité, du moins dans la partie très-peu étendue de l'onde génératrice, qui a une influence sensible sur la lumière envoyée en D. De plus, chaque résultante élémentaire sera en arrière de la même quantité relativement au rayon parti du point le plus voisin de D, c'est-à-dire du point où l'élément de l'onde rencontrera le plan de la figure. Ainsi les intervalles entre les résultantes élémentaires seront égaux aux différences des chemins parcourus par les rayons compris dans le plan de la figure, et les intensités de ces résultantes seront proportionnelles aux largeurs des éléments dont elles émanent, comptées sur la ligne AA. Nous nous trouvons donc ainsi ramenés au calcul que nous venons de faire, en ne considérant que la section de l'onde par un plan perpendiculaire au bord de l'écran.

Les phénomènes de la diffraction, qui ne sont au fond que ceux des ombres portées dans le cas le plus simple, celui où l'objet éclairant est réduit à un point lumineux, ces phénomènes, loin d'être contraires au système des vibrations, sont peut-être ceux qui en présentent les confirmations les plus frappantes. C'est avec le secours de cette théorie que je suis parvenu à en découvrir les lois rigoureuses et générales, et à les représenter par une formule dans laquelle il n'entre qu'une seule constante arbitraire qu'il faille déterminer par l'observation, la longueur d'ondulation, qu'on peut d'ailleurs déduire immédiatement

des mesures que Newton a données des épaisseurs des lames d'air qui réfléchissent les anneaux colorés. Si l'on fait attention à la variété extrême des effets de la diffraction, on sentira que, pour qu'une même formule, dans laquelle il n'entre qu'une seule constante arbitraire *tirée d'une autre classe de faits*, puisse représenter tous les phénomènes de la diffraction jusque dans leurs aspects les plus bizarres et en apparence les plus irréguliers, il faut nécessairement qu'elle soit l'expression véritable de la loi de ces phénomènes. N° XXXIII.

6. Les raisonnements que nous venons de faire sur les ondes lumineuses sont sans doute applicables aux ondes sonores, quelle que soit d'ailleurs la différence de nature de ces deux sortes de vibrations et des fluides qui les propagent; mais, pour que l'application fût juste, il faudrait que le point D, où l'on recevrait le son, fût aussi éloigné de l'écran, relativement à la longueur des ondulations sonores, que nous l'avons supposé par rapport à la longueur des ondes lumineuses: or, comme les plus petites ondes sonores sont dix mille fois plus grandes que celles-ci, on voit combien on doit augmenter l'échelle des expériences, en passant de la lumière au son. Il serait nécessaire en outre de s'assurer que l'écran ne transmet aucune partie du son, et de distinguer ou de séparer le son infléchi par ses bords de celui qui est réfléchi sur le sol ou sur la surface des corps voisins. Telles sont les précautions qu'il faudrait apporter dans ces expériences et les conditions qu'il faudrait remplir, pour qu'on pût conclure des phénomènes observés sur le son, ceux que la lumière devrait présenter dans des circonstances analogues.

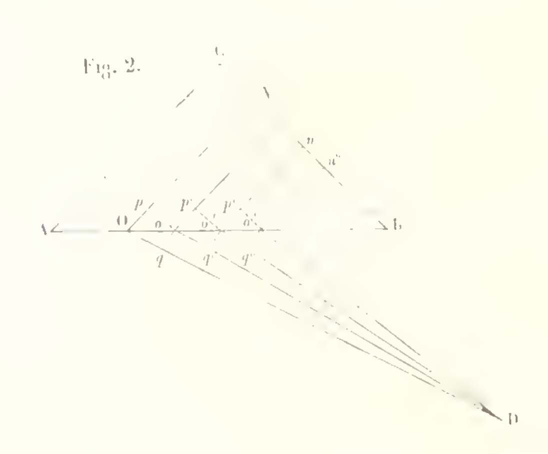
7. Je crois avoir fait sentir suffisamment ici, et par mon Mémoire sur la diffraction, que cette objection de Newton, si souvent répétée, n'est point aussi solide qu'on serait porté à le croire au premier abord, et que les phénomènes des ombres, sur lesquels il l'appuie, loin d'être contraires à l'hypothèse des ondulations, en offrent des confirmations frappantes et multipliées.

Je vais passer maintenant à une autre objection de ce grand géomètre, qui paraît aussi très-spécieuse, mais qui n'est pas mieux fondée

N XXXIII Newton, en suivant dans ses conséquences l'explication ingénieuse qu'il a donnée de la réfraction, a expliqué aussi d'une manière satisfaisante comment avait lieu la réflexion complète dans l'intérieur des corps transparents : or c'est un des phénomènes qui lui paraît le plus difficile à concilier avec l'hypothèse des ondulations. En effet, dit-il, qui peut empêcher l'ébranlement apporté dans l'intérieur du prisme (par les ondes lumineuses) de se propager au dehors, et comment se fait-il que les vibrations de la surface du prisme ne se communiquent pas à l'éther extérieur avec lequel elle est en contact, et n'arrivent pas toujours jusqu'à l'œil de l'observateur, quelle que soit l'inclinaison des ondes ou des rayons par rapport à cette surface?

Il semblerait difficile de répondre à cette objection dans le cas général d'un ébranlement quelconque : mais il s'agit ici de vibrations, c'est-à-dire, comme le mot l'indique, de mouvements oscillatoires qui apportent alternativement des impulsions contraires ; alors on peut leur appliquer le principe des interférences, au moyen duquel on démontre aisément que, sous l'incidence de la réflexion complète, tous les systèmes d'ondes élémentaires qui émaneraient des différents points de la base du prisme et se propageraient à l'extérieur doivent se détruire mutuellement, du moins à une distance du prisme très-grande relativement à la longueur d'une ondulation.

Fig. 2.



8. En effet, soit ABC un prisme de verre, dans lequel des ondes lumineuses sont entrées par la face AC et vont ensuite rencontrer la base AB sous une obliquité suffisante pour éprouver la réflexion complète. D'après l'explication que Huyghens a donnée des lois de la réfraction dans le système des ondes, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, pour le

passage de la lumière de l'air dans le verre est précisément le rapport de la vitesse de la lumière dans l'air à sa vitesse dans le verre; ainsi la réflexion complète a lieu quand le sinus de l'angle d'incidence sur la face intérieure du prisme est plus grand que la vitesse de la lumière dans le verre divisée par la vitesse de la lumière dans l'air. N° XXVIII

Pour simplifier les raisonnements nous supposerons le point lumineux à l'infini, et conséquemment l'onde incidente sera plane; nous supposerons en outre que la face d'entrée AC est parallèle à cette onde, qui n'éprouve ainsi aucune déviation en pénétrant dans le verre et s'y propage en restant parallèle à sa direction primitive. Soit ON la position de cette onde à un certain instant; *on* une seconde position de la même onde après une unité de temps prise arbitrairement; *o'n'* une troisième position de l'onde après deux unités de temps; *o''n''* une quatrième position de l'onde après trois unités de temps, etc. Ces divers plans ON, *on*, *o'n'*, *o''n''*, etc. seront également distants les uns des autres, et les intervalles *op*, *o'p'*, *o''p''*, etc. qui les séparent, seront égaux à l'espace que la lumière parcourt dans le verre pendant l'unité de temps. L'angle d'incidence, ou l'angle du rayon incident avec la normale à la base AB, est égal à celui que l'onde ON, qui est perpendiculaire aux rayons, fait avec la base AB; ou à l'angle *p*O*o*; or le sinus de cet angle a pour valeur $\frac{po}{Oo}$, et, par hypothèse, doit être plus petit que le rapport de la vitesse de la lumière dans le verre à sa vitesse dans l'air; donc la première étant représentée par *po*, la seconde sera plus grande que O*o*; c'est-à-dire que, tandis que l'onde lumineuse parcourra dans le verre l'intervalle *po*, l'onde élémentaire partie du point O, considéré comme centre d'ébranlement, parcourra dans l'air un espace plus grand que O*o*.

9. Cela posé, soit D un point très-éloigné de la face AB, relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse; cherchons s'il est possible, dans le cas que nous considérons, qu'il se manifeste des vibrations lumineuses en D. Pour fixer les idées, supposons que le temps employé par la lumière à parcourir dans le verre l'espace *po* soit plus grand d'un centième que celui qu'elle met à parcourir la longueur O*o*

XXXIII. dans l'air; ce n'est pas nous écarter beaucoup de la limite de la réflexion complète : alors, si Oo contient cinquante ondulations, l'onde lumineuse qui aura parcouru le chemin po dans le verre sera en avance d'une demi-ondulation sur celle qui aurait parcouru le trajet Oo dans l'air. Or la différence Oq entre OD et oD est plus courte que Oo (quelle que soit l'inclinaison de ces rayons sur AB); donc le rayon qui aura suivi le trajet OD dans l'air sera en arrière de plus d'une demi-ondulation sur celui qui aura parcouru po dans le verre, puis oD dans l'air; et pour réduire cette différence à une demi-ondulation, il faudrait prendre Oo moindre que cinquante ondulations, c'est-à-dire moindre que trois centièmes de millimètre environ, pour les rayons jaunes. Si donc on conçoit AB divisé en petites parties Oo, oo', $o'o''$, etc. telles que la différence de marche entre deux rayons partis de deux points de division consécutifs et arrivant en D soit égale à une demi-ondulation, on pourra considérer ces deux rayons comme sensiblement parallèles, puisque, par hypothèse, D est éloigné des divers points de AB d'un très-grand nombre d'ondulations lumineuses, et qu'en conséquence Oo, oo', etc. et à plus forte raison les intervalles oq, $o'q'$, etc. sont très-petits relativement aux distances OD, oD, o'D, etc. Il résulte aussi des mêmes hypothèses, que deux intervalles consécutifs Oo et oo', donnant la même différence d'une demi-ondulation, seront sensiblement égaux entre eux; car si l'on prend $oo' = Oo$ et que l'on décrive du point D comme centre, les petits arcs oq et $o'q'$, les différences Oq et oq' entre les chemins parcourus dans l'air seront sensiblement égales : ainsi le temps que la lumière emploie à parcourir po dans le verre, moins celui qu'elle met à parcourir Oq dans l'air, sera égal au temps employé à parcourir $p'o'$ dans le verre, moins le temps employé à parcourir oq' dans l'air; donc la différence de marche entre les deux ondes élémentaires parties des points O et o, au moment où elles arrivent en D, sera sensiblement la même que la différence de marche entre les deux ondes élémentaires parties des points o et o'; donc réciproquement, si cette différence est d'une demi-ondulation dans les deux cas, les intervalles Oo et oo' seront sensiblement égaux entre eux; et l'on peut

toujours prendre le point D assez loin pour que cette égalité soit aussi N° XXXIII
approchée qu'on voudra.

10. Si l'on conçoit les intervalles Oo, oo, $o'o''$, etc. divisés en un même nombre de parties égales et infiniment petites, on voit que les séries d'ondes élémentaires envoyées en D par deux parties correspondantes quelconques de deux intervalles consécutifs, ayant sensiblement la même intensité et la même direction, et différant d'ailleurs d'une demi-ondulation, se détruiront mutuellement ; ou, plus rigoureusement, que les vibrations envoyées en D par les différents éléments de chaque intervalle oo' seront complétement détruites par la moitié (en intensité) de celles qui émanent des éléments correspondants des deux intervalles contigus Oo et $o'o''$. Il en sera de même pour toute l'étendue de la base AB du prisme, excepté ses deux divisions extrêmes, qui pourront à la rigueur envoyer un peu de lumière diffractée en D.

11. Les raisonnements que nous venons de faire reposent sur l'hypothèse que la distance de D contient un très-grand nombre de fois la longueur d'une ondulation lumineuse ; ce qui ne suppose pas à la vérité un très-grand éloignement de ce point, puisque les ondes lumineuses les plus longues n'ont pas un millième de millimètre. Mais enfin la même démonstration n'est plus applicable aux points très-rapprochés de la surface réfringente. Il serait bien important de résoudre le problème de la réfraction d'une manière plus complète, et de calculer la marche et l'intensité de la lumière dans le voisinage de la surface réfringente. On trouverait sans doute alors qu'auprès de cette surface la marche des rayons n'est plus assujettie à la loi de Descartes ; car l'expérience démontre que la lumière peut sortir du prisme jusqu'à une distance appréciable, sous les incidences de la réflexion complète. En effet, qu'on fasse toucher par leurs bases deux prismes dont l'un a une légère convexité, et qu'on regarde un espace éclairé, au travers du parallélipipède formé par la réunion de ces deux prismes, en augmentant graduellement l'obliquité des deux bases en contact, sur les rayons incidents : quand on arrivera à l'incidence de la réflexion complète, on ne recevra plus de lumière que de la partie où les prismes se touchent et des

N° XXXIII. points voisins : or, si l'on mesure la largeur de cette espèce d'ouverture par laquelle passent les rayons lumineux, et qu'on la compare aux diamètres des anneaux colorés du même appareil, observés sous une incidence peu oblique, on reconnaîtra que l'ouverture lumineuse peut s'étendre à des points de la lame d'air où l'intervalle entre les verres est de plus d'une ondulation. Ainsi une partie de la lumière peut s'écarter de la loi ordinaire de la réfraction, jusqu'à une distance appréciable de la surface réfringente.

12. Comme Huyghens le remarque, après avoir expliqué la réfraction dans le système des ondulations, la réflexion complète étant une conséquence de la loi de Descartes, démontrer cette loi c'est rendre raison en même temps du phénomène de la réflexion complète. Pour répondre à l'objection de Newton, j'aurais donc pu me borner à renvoyer le lecteur à l'explication de la réfraction que j'ai publiée dans le Bulletin de la Société philomathique (mois d'octobre 1821)[a] et qui n'est autre chose que celle de Huyghens rendue plus rigoureuse par l'application du principe des interférences. Mais j'ai pensé qu'une réponse directe paraîtrait plus satisfaisante en faisant voir comment les petits ébranlements, que les vibrations des divers points de la base du prisme communiquent au milieu extérieur, se détruisent mutuellement dans ce milieu quand le sinus de l'angle d'incidence intérieure excède le rapport de la vitesse de la lumière dans le prisme à sa vitesse en dehors. Le défaut d'espace ne m'a pas permis de donner à cette démonstration tous les développements dont elle aurait besoin ; mais on les suppléera aisément après avoir lu l'explication que je viens de citer, et l'on y trouvera la réponse aux différentes objections dont celle-ci paraîtrait susceptible.

13. Les difficultés que présente la théorie newtonienne, quand on veut l'accorder avec les faits, sont très-nombreuses et souvent insurmontables, surtout pour la diffraction de la lumière : on peut en voir un exemple au commencement du Mémoire sur la diffraction, pu-

---

[a] Voyez le N° XIV, Note additionnelle II.

blié dans le tome XI des Annales de chimie et de physique, p. 246, N° XXXIII.
247 et 248 [a]. Mon intention n'est point ici de passer en revue la multitude d'objections très-solides qu'on peut opposer au système de l'émission, mais seulement de montrer combien l'hypothèse des accès est à la fois nécessaire à ce système et difficile à concilier avec la régularité de la réfraction.

L'influence mutuelle des rayons lumineux, ayant été prouvée ou confirmée par un grand nombre de phénomènes divers, est maintenant un des principes de l'optique les plus solidement établis. Quelque embarrassant qu'il puisse être de concevoir tous ces faits, quand on adopte le système de l'émission, on doit toujours considérer le principe des interférences comme une vérité d'expérience, et rien n'empêche alors de l'appliquer au phénomène des anneaux colorés, dont il fournit une explication aussi simple que satisfaisante par l'influence mutuelle des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air comprise entre les deux verres superposés. Il semblerait en conséquence que l'hypothèse des accès devient inutile, puisque c'était le phénomène des anneaux colorés qui l'avait suggérée à Newton. Mais cette hypothèse est toujours indispensable dans le système de l'émission, pour expliquer le partage de la lumière incidente à la surface des corps transparents en lumière réfléchie et lumière transmise.

On ne voit pas en effet ce qui pourrait déterminer des molécules lumineuses animées de la même vitesse à être tantôt réfléchies et tantôt réfractées par la même surface réfringente et sous la même incidence, si ce n'est certaines dispositions physiques, telles que les accès, qui modifieraient les forces attractives et répulsives exercées par cette surface sur les molécules lumineuses, au point de changer l'attraction en répulsion et la répulsion en attraction. Mais, d'après la loi générale de continuité, les molécules lumineuses ne peuvent éprouver successivement des accès opposés sans passer par des dispositions intermédiaires avec lesquelles le plus grand nombre de ces molécules doivent

[a] N° XIV, § 33, en note [Tome I, p. 283].

XXVIII. arriver dans la sphère d'activité de la surface réfringente, le cas où elles y pénètrent au maximum de leur accès de facile réflexion ou de facile transmission étant un cas beaucoup plus particulier, et par conséquent plus rare. Si, en vertu des dispositions extrêmes, la force exercée peut changer de signe, et, d'attractive qu'elle était d'abord devenir répulsive, on conçoit une multitude d'états intermédiaires des molécules lumineuses, où la force attractive sera seulement diminuée et pourra même devenir égale à zéro: car, d'après la même loi de continuité dont nous venons de parler, une fonction quelconque ne peut passer du positif au négatif sans passer par zéro. On voit donc que les molécules lumineuses, en entrant dans le milieu réfringent, seront soumises à des forces attractives dont l'intensité devra varier avec le degré d'accès de facile transmission dans lequel elles se trouveront à cet instant, et qu'en conséquence elles devront être généralement réfractées suivant des directions différentes, puisque, par hypothèse, l'angle de réfraction dépend de l'énergie de cette force attractive[1]. Or on sait, au contraire, que lorsqu'un faisceau de lumière homogène passe à travers un prisme, tous les rayons émergents font le même angle avec les rayons incidents, ou du moins ceux qui se dispersent dans d'autres directions ne sont qu'une très-petite partie de la lumière régulièrement réfractée.

(1) On peut dire, en d'autres termes que, puisque la seconde branche de la trajectoire décrite par la molécule lumineuse, tantôt s'éloigne du milieu réfringent et tantôt le pénètre en s'y prolongeant indéfiniment, selon les dispositions physiques de cette molécule, il devra se présenter une foule de cas intermédiaires où la seconde branche de la trajectoire, sans sortir du milieu réfringent, s'écartera davantage, et dans des degrés variables, de la normale à sa surface.

N° XXXIV (A).

CONTROVERSE AVEC POISSON

SUR

LA THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

LETTRE D'A. FRESNEL À M. POISSON [a].

Paris, le 5 mars 18[illegible].

Monsieur,

Si j'ai bien compris l'objection que vous m'avez faite lundi dernier à l'Institut, sur la manière dont j'explique la loi de Descartes, elle consiste en ce que je ne puis pas conclure de la nature oscillatoire de l'ébranlement primitif que les quantités positives et négatives sont égales dans les ondes élémentaires réfractées, parce que, dites-vous, en subdivisant l'oscillation en une infinité d'instants très-courts, et considérant à part chacune des ondes résultant de ces subdivisions de l'oscillation, je néglige dans la recomposition de ces ondes les *queues* dont chacune est suivie : d'où il résulte que je ne suis pas en droit de conclure que les vitesses absolues imprimées en un point du second milieu sont proportionnelles au sinus du temps, parce qu'elles seraient soumises à cette loi dans l'onde primitive.

[a] En marge du brouillon de cette lettre, l'auteur a inséré puis bâtonné la note suivante :

«Je suis ici notre conversation, au lieu de discuter la démonstration imprimée.»

N° XXXIV (A) Quand on considère une série régulière et *indéfinie* de vibrations successives (seul cas pour lequel j'aie prétendu avoir démontré rigoureusement la loi de Descartes), il est facile de prouver que, quelles que soient la force et la nature de ces queues, qui suivent chacune des ondes partielles correspondant aux divers instants de chaque oscillation, leur superposition reproduira toujours une série d'ondes sinusoïdales, ou, en d'autres termes, que la vitesse absolue du point que l'on considère sera proportionnelle au sinus du temps. Il suffit d'admettre que ces ondes partielles ont la même forme, qu'elles ne diffèrent que par le coefficient commun des vitesses absolues qu'elles apportent, et que ce coefficient est proportionnel à l'impulsion partielle qui a produit chacune d'elles; ce qui résulte de la supposition même de petits mouvements. J'ai déjà répondu à cette objection dans le Supplément à mon Mémoire sur la double réfraction, [feuille . . .][a], mémoire pour lequel vous avez été nommé commissaire. En en parlant je ne puis m'empêcher de vous exprimer le désir qu'on en discute enfin la théorie. J'aimerais beaucoup mieux qu'elle fût critiquée publiquement que dans des conversations particulières. En général, il ne résulte presque jamais rien des discussions verbales; chacun reste de son avis. Les discussions écrites, et dans lesquelles on prend le public pour juge, sont bien plus avantageuses à la science. C'est ce que j'eus l'honneur de vous dire, il y a déjà longtemps, à la Société philomathique, à l'occasion de cette même explication de la réfraction[b]. Je vous prévins alors, Monsieur, que je la publierais, et qu'aussitôt qu'elle serait imprimée, j'aurais l'honneur de vous en donner un exemplaire. J'ai tenu ma promesse. J'ajoutai que, si cette démonstration ne vous satisfaisait pas, j'espérais que vous ne dédaigneriez pas de la réfuter par la même voie, c'est-à-dire celle de l'impression. Je ne puis maintenant que vous

---

[a] Voyez N° XLIII, § 30.

[b] Il s'agit toujours de l'explication de la réfraction qui fait l'objet de la deuxième Note additionnelle au Mémoire sur la diffraction, (N° XIV) et qui avait été imprimée à part, tant dans le Bulletin de la Société philomathique que dans les Annales de chimie et de physique. (V.)

exprimer encore le même désir. Ne dédaignez pas d'entrer en lice avec votre ancien élève ; ne craignez pas de le choquer en attaquant publiquement ses raisonnements, et si vous en démontrez l'insuffisance, soyez persuadé qu'il est trop sincère ami de la vérité pour vous savoir mauvais gré de l'avoir éclairé, et avec lui peut-être quelques physiciens que sa démonstration aurait induits en erreur. N° XXXIV (A).

Je suis, etc.

A. FRESNEL

N° XXXIV (B).

LETTRE DE M. POISSON À A. FRESNEL.

Paris, ce 6 mars 1823.

Mon cher Fresnel,

Vous me demandez de mettre par écrit les observations que je vous ai faites, dans des conversations particulières, sur vos hypothèses relatives aux ondulations de la lumière. Vous désirez aussi que ces observations soient rendues publiques; j'y consens : vous ferez ce qu'il vous plaira de ma lettre, et vous pourrez l'imprimer si vous le croyez utile.

1° Je vous ai dit qu'à de grandes distances du centre de l'ébranlement les ondulations des particules fluides étaient sensiblement dirigées suivant la droite qui les joint à ce centre, et qu'elles ne pouvaient rester ni inclinées ni perpendiculaires à ce rayon, comme vous le supposez. C'est un point admis de tous les géomètres; vous en pouvez voir la raison dans mon Mémoire sur la théorie du son [a], où j'observe que l'angle compris entre la direction des vitesses propres de l'air et le rayon sonore est toujours de l'ordre de la largeur des ondes divisée par ce rayon.

2° Vous me dites que vous avez démontré que le mouvement oscillatoire du corps lumineux produit toujours dans le fluide des vibrations qui suivent la même période, sont semblables en avant et en arrière, et que vous appelez *sinusoïdales*. Ici ce n'est pas votre démonstration que j'attaque; je n'examine pas comment vous partagez chaque oscillation en parties infiniment petites, et comment vous les réunissez ensuite : c'est le résultat même que je nie, car je trouve, de mon côté, que les oscillations du fluide, à de grandes distances du centre d'ébranlement, sont composées d'une partie périodique et d'un terme exprimé par une exponentielle, ce qui met une différence essentielle entre les ondes qui se propagent dans un canal cylindrique et celles qui se répandent sphériquement dans l'espace. A la vérité le terme exponentiel diminue plus ou

[a] *Journal de l'École Polytechnique*, t. VII, p. 319.

moins rapidement, et finit par être insensible : mais il ne se détruit pas de la manière que vous paraissez le croire. Au reste le résultat que j'annonce, et dont vous trouverez la démonstration dans le Mémoire que je lirai très-prochainement à l'Académie, n'est pas contraire aux combinaisons des ondes que l'on suppose dans la théorie des interférences, autant que j'en puis juger par un premier examen [1]. N° XXXIV (3)

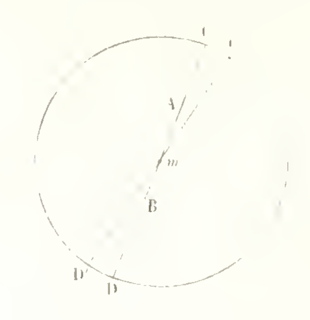
3° Les observations principales que je vous ai faites sont relatives à l'usage que vous croyez pouvoir faire du principe de la coexistence des petites oscillations. Ce principe, sur lequel vous appuyez vos démonstrations, consiste en ce que « si l'on a un système de points matériels exécutant de très-petites vibrations, on déterminera le mouvement du système, après un intervalle de temps quelconque, en composant tous les mouvements qu'il aurait eus, si chacun de ses points eût vibré isolément pendant toute la durée du temps. » C'est ainsi, je crois, que vous entendez votre principe, qui me semble être une extension de celui de D. Bernouilli, qui aurait besoin d'être justifiée. Quoi qu'il en soit, en substituant le mouvement des particules isolées à celui de l'onde entière, vous augmentez encore la difficulté de la question, car il vous faudra connaître le mouvement que prendrait chaque particule, si elle était seule, et le mouvement qu'elle répandrait dans le système entier, ce qui est bien plus difficile que de connaître le mouvement des ondes entières. Il est vrai que vous prétendez n'avoir pas besoin de faire aucune hypothèse sur les ondes partielles qui partent des différents points du système, parce que vous ne combinez jamais les ondes parties de deux points séparés par une distance finie, mais

[1] Il s'agit probablement du Mémoire lu par Poisson à l'Académie le 24 mars 1823, dont on trouvera plus loin l'extrait, inséré au tome XXII des Annales de chimie et de physique. Il ne paraît pas que Poisson ait jugé à propos de l'imprimer intégralement, car on lit en tête du Mémoire sur le mouvement de deux fluides élastiques superposés, qui fait partie du tome X des Mémoires de l'Académie, une note ainsi conçue :

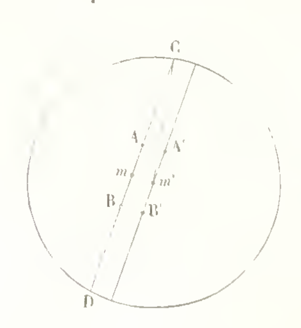
« Ce Mémoire est une partie de celui que j'ai lu à l'Académie le 24 mars 1823, sous le « titre de *Mémoire sur la propagation du mouvement dans les fluides élastiques*. »

Aucune explication n'est donnée sur les motifs qui ont déterminé Poisson à n'imprimer qu'une partie de son Mémoire. Dans cette partie d'ailleurs il ne considère que les mouvements résultant d'un état initial donné, et les conclusions auxquelles il parvient n'ont pas de rapport direct avec la théorie des interférences, qui suppose des mouvements vibratoires entretenus par des causes persistantes. E. Verdet.

N° XXXIV (B). très-petite, et vous croyez qu'il vous suffit de la loi de continuité. Mais, sans vous en apercevoir, vous faites une hypothèse sur la nature de ces ondes, et, qui pis est, vous supposez une chose qui, je crois, n'a pas lieu. En effet, lorsqu'un point m oscille et va de A en B, il est bien vrai que le mouvement qu'il produit dans le fluide se répand sphériquement autour de lui : mais il sera extrêmement faible latéralement ; il pourra même n'être sensible que sur le prolongement de AB, de sorte que les points C et D recevront un certain mouvement qui s'affaiblira très-rapidement en s'écartant de ces points sur l'onde sphérique, et qui sera sensiblement nul aux points C′ et D′ situés sur des rayons qui font avec mC et mD des angles très-petits, mais finis. Ce n'est que de cette manière que l'on peut concevoir, dans la théorie des ondulations, la propagation d'un filet isolé de lumière, dont les adversaires de cette théorie niaient la possibilité. Cela étant, si l'on a deux points m et m', dont la distance soit très-petite, mais finie, et qui



fassent des oscillations sensiblement parallèles et égales, le point C situé sur le prolongement de AB recevra du point m un certain mouvement ; mais comme il s'écartera du prolongement de A′B′, et que le rayon Cm' fera avec cette droite prolongée un angle fini, quoique très-petit, le mouvement qu'il recevra de m' pourra être tout à fait insensible, et, en général, il différera sensiblement du mouvement provenant du point m : il n'y aura donc rien à conclure de la loi de continuité, sur laquelle vous vous appuyez ; les ondes partielles venues des points m et m' ne se détruiront pas, comme vous le dites dans votre démonstration de la réfraction ordinaire [a], d'après la supposition que vous avez faite sur la nature des ondes. L'objection est encore plus forte quand les centres des ondes partielles sont pris, comme dans cette démonstration, sur la surface de séparation de deux fluides différents : ces ondes ne seront plus sphériques, ou hémisphériques dans chaque



[a] Voir N° XIV, deuxième Note additionnelle.

fluide, ainsi que vous le supposez également : leur forme serait plus difficile à déterminer que celle des ondes totales réfléchies et réfractées, que l'on se propose de connaître ; mais pour s'assurer qu'elles ne sauraient être hémisphériques, même quand elles proviendraient d'ébranlements primitifs qui seraient semblables autour de leurs centres, il suffit de faire attention à la différence des vitesses de propagation dans les deux fluides ; et je ne crois pas qu'il soit nécessaire d'insister davantage sur ce point. N° XXXIV (B)

4° Lorsque vous cherchez à composer toutes les ondes qu'un point m reçoit d'une surface plane ou courbe AB, vous êtes encore obligé de faire une hypothèse sur la loi des vitesses propres des molécules en fonction des distances. Vous n'énoncez point cette hypothèse, mais elle n'en est pas moins nécessaire pour l'homogénéité des quantités que vous considérez. En effet, soit ϖ l'élément de la surface qui répond à un point K quelconque, et r la distance mK ; la vitesse que le point m reçoit à un instant quelconque, et qui lui est apportée par l'onde partie du point K, devra être proportionnelle à l'élément ϖ ; elle sera donc égale à une certaine vitesse v, multipliée par ϖ et divisée nécessairement par le carré d'une ligne, afin de satisfaire à la loi de l'homogénéité. Cette ligne sera-t-elle la distance r? Je réponds qu'on ne connaît aucun exemple d'ondes émanant d'un centre, dans lesquelles les vitesses propres des molécules suivent la raison inverse du carré des distances. Supposerez-vous qu'elle soit une moyenne entre la distance r et une autre ligne constante? Je demande alors quelle sera cette autre ligne, et pourquoi?

m

A K B

Voilà les observations que vous me demandez par votre lettre d'hier, et qui sont actuellement présentes à mon esprit. La théorie de l'émission et celle des ondulations présentent toutes deux de grandes difficultés ; le temps et les travaux futurs des physiciens et des géomètres finiront peut-être par lever tous les doutes et éclaircir entièrement la question ; mais je crois qu'on peut assurer dès à présent que si la seconde théorie est la vérité, ce n'est certainement pas pour les raisons qu'on a données jusqu'ici pour l'appuyer, et pour expliquer les phénomènes de l'optique.

Agréez, mon cher Fresnel, l'assurance de mon entier dévouement.

POISSON.

N° XXXIV (C).

LETTRE D'A. FRESNEL À M. POISSON.

Paris, le 7 mars 1823.

Monsieur,

1. Avant de lire, ou plutôt d'étudier votre lettre, dont je viens de parcourir les premières et les dernières lignes, je crois devoir refuser le droit que vous me donnez d'en disposer comme je voudrais[a]. Si vos objections ne me paraissent pas solides, j'aurai mauvaise grâce à publier votre lettre pour la réfuter. Si, au contraire, elle me convainc de la fausseté de mes raisonnements, vous sentez qu'il me sera un peu pénible de la présenter au public, en avouant que je me suis trompé. C'est cependant ce que je ferais en pareil cas, tenant beaucoup plus à la réputation d'homme de bonne foi qu'à celle d'habile homme.

Dans tous les cas il ne m'appartient pas de décider de la publicité de votre lettre, et je ne la remettrai à M. Arago, pour l'insérer dans ses Annales, que lorsque vous m'y inviterez formellement, quel que soit mon désir de prendre le public pour juge de notre discussion.

2. Il est encore un point que je désirerais bien voir discuter devant lui, c'est l'hypothèse que j'ai adoptée sur la nature des vibrations lumineuses, et à laquelle je dois toutes les découvertes que j'ai faites en optique depuis près de deux ans, hypothèse que vous m'avez souvent dit être inadmissible et mécaniquement impossible, relativement au mode de propagation des ondes. Je ne présume pas que vous en parliez dans votre lettre, vu que l'explication de la réfraction est déjà un sujet qui exige d'assez longs développements pour être traité séparément.

---

[a] Voyez N° XXXIV (B), § 1.

J'ai tant vanté les avantages de cette hypothèse, dans les extraits de mes derniers Mémoires, que, si elle est absurde, vous devez, pour l'intérêt de la science, détromper les lecteurs des Annales et du Bulletin de la Société philomathique que j'aurais persuadés. Je vous prie donc instamment, Monsieur, de publier votre opinion sur cet objet, après avoir relu les développements de mon hypothèse, dans le tome XVII des Annales de chimie et de physique, page 179 et suivantes, et dans les derniers feuillets du second Supplément à mon Mémoire sur la double réfraction [a]. N° XXXIV a

Je suis avec respect, etc.

A. FRESNEL.

Voyez le N° XLIII, *ad finem.*

Cette lettre d'A. Fresnel paraît avoir décidé Poisson à faire imprimer sa réponse refondue et développée (comparez les N°s XXXIV, B, D et E) en la faisant précéder d'un EXTRAIT *de son Mémoire sur la propagation du mouvement dans les fluides élastiques*, qu'on peut aussi considérer comme une réponse indirecte aux théories de Fresnel. (Voyez ci-après.)

N° XXXIV (D).

EXTRAIT D'UN MÉMOIRE

SUR LA PROPAGATION DU MOUVEMENT

DANS LES FLUIDES ÉLASTIQUES,

PAR M. POISSON.

(LU À L'ACADÉMIE DES SCIENCES LE 24 MARS 1823.)

Annales de chimie et de physique, t. XXII, p. 250. — Cahier de mars 1823.

1. Dans un des articles du Mémoire que j'ai lu à l'Académie, il y a quatre ans, et qui fait partie du tome II de nos Mémoires imprimés[1], j'ai considéré le mouvement simultané de deux fluides élastiques de différentes densités, qui sont en contact immédiat sans se pénétrer mutuellement; et le mouvement étant produit dans l'un de ces fluides, j'ai examiné les modifications qu'il éprouve lorsqu'il atteint leur surface de séparation. Mais je n'ai traité alors que le cas le plus simple de cette question, celui où l'onde qui se propage dans l'un des deux fluides est plane et parallèle à cette surface : j'ai fait voir dans ce cas comment elle se divise, au passage d'un fluide à l'autre, en deux nouvelles ondes qui se propagent en sens opposés dans ces deux milieux; et j'ai déterminé les rapports de grandeur et de direction qui existent entre les vitesses propres des molécules fluides, dans ces ondes partielles et dans l'onde primitive dont elles sont dérivées. Maintenant je vais reprendre la même question dans toute sa généralité : le mouvement partira d'un point quelconque de l'un des deux fluides; il se propagera en ondes sphériques autour de ce centre; par conséquent il atteindra la surface de l'autre fluide sous toutes les

[1] *Nouveaux Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1817, page 372.

directions, et il s'agira de savoir suivant quelles lois il se répandra dans ce second fluide et se réfléchira dans le premier. Ces lois comprendront, par exemple, la réflexion et le changement d'intensité et de direction que le son doit éprouver en passant d'un milieu dans un autre; mais elles trouveront une autre application, que j'ai eue plus particulièrement en vue, dans l'une des deux théories de la lumière entre lesquelles les physiciens se sont partagés; et, sous ce rapport, les résultats de mon analyse serviront à juger si cette théorie s'accorde avec l'observation. N° XXXIV (D)

2. Newton et, depuis lui, le plus grand nombre des physiciens et des géomètres qui ont écrit sur la lumière, ont adopté l'opinion qui la fait consister en un fluide d'une extrême ténuité, lancé dans l'espace par les corps lumineux, soumis à l'action des milieux qu'il traverse, laquelle action augmente sa vitesse propre et en change la direction, et jouissant en outre de certaines propriétés périodiques connues sous la dénomination d'*accès*. Plusieurs phénomènes principaux s'expliquent d'une manière satisfaisante dans la théorie de l'émission; et quand même on serait forcé de l'abandonner, l'explication que Newton a donnée de la loi de la réfraction ferait toujours époque dans l'histoire des sciences comme offrant le premier exemple du calcul des forces qui n'étendent leur action qu'à des distances insensibles, et dont la considération est si importante dans presque toutes les parties de la physique. Mais cette théorie présente aussi de grandes difficultés qu'ont encore accrues les découvertes récentes dont l'optique s'est enrichie, et qui nous ont fait connaître de nouvelles propriétés de la lumière, ou les lois exactes de phénomènes déjà connus, parmi lesquelles il faut surtout citer les lois de la *diffraction*, que nous devons à M. Fresnel, et qui paraissent inconciliables avec la théorie newtonienne. Ce sont ces difficultés qui ont engagé plusieurs physiciens à reproduire l'autre théorie, dans laquelle on attribue la lumière à des vibrations très-petites et très-rapides, excitées par les corps lumineux dans un fluide permanent, extrêmement rare, répandu dans tout l'espace, et pénétrant même dans l'intérieur des corps diaphanes, où il se trouve condensé par l'action de leurs molécules. Tant que les ondes produites par ces vibrations se propagent dans un même milieu, leur vitesse de propagation est constante; elle change lorsque ces ondes passent d'un milieu dans un autre; et en même temps leur forme et les vitesses propres des molécules de l'éther éprouvent des modifications dont il s'agit de déterminer les lois; ce qui est précisément l'objet du problème énoncé plus haut.

N° XXXIV (D.) 3. Cette dernière opinion sur la nature de la lumière est une des idées systématiques de Descartes. Huyghens en fit la base d'une théorie qu'il a présentée avec beaucoup d'ordre et de développement dans son Traité de la Lumière. Dans le siècle dernier cette opinion a été soutenue principalement par Euler ; et quoique D. Bernouilli n'ait rien écrit sur cette matière, on voit néanmoins, par un passage d'un de ses Mémoires relatif à un autre objet[1], qu'il avait admis la même théorie, et qu'il l'envisageait sous le même point de vue que Huyghens, suivant lequel elle consiste en des combinaisons géométriques des ondulations lumineuses, fondées sur le principe de la coexistence des petits mouvements. La forme que Huyghens avait donnée à cette théorie de la lumière ayant aussi été adoptée par les physiciens de l'époque actuelle, qui l'ont reproduite et perfectionnée, elle est citée le plus souvent sous la dénomination de *Théorie de Huyghens*. C'est, comme on sait, dans le Traité dont elle est la base que ce grand géomètre a donné les lois de la double réfraction du spath d'Islande, auxquelles il a été conduit par l'hypothèse qu'il avait faite sur la forme des ondes lumineuses dans l'intérieur de ce cristal. Il a aussi cherché à démontrer synthétiquement les lois connues de la réflexion et de la réfraction ordinaire[2] : mais les savants qui ont adopté ses idées sur cette matière ont eux-mêmes reconnu l'insuffisance de cette démonstration : à la vérité, on a essayé récemment de la compléter par des considérations qui n'en sont que le développement ; mais malheureusement les lois de l'optique, dans la théorie de Huyghens, ne sont pas aussi simples à démontrer que quelques physiciens l'ont pensé : elles appartiennent à la mécanique des fluides, et non à la simple géométrie ; leur démonstration rigoureuse ne peut résulter que de la solution complète du problème qui fait l'objet de ce Mémoire : et il n'est pas difficile de découvrir le vice des raisonnements que l'on a faits jusqu'ici pour les démontrer d'une autre manière.

4. Le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie est

[1] *Mémoires de Berlin*, an. 1753, p. 188.

[2] *Annales de chimie et de physique*, novembre 1822[a]. La note trouvée dans les papiers de Lagrange, et imprimée dans le même cahier des Annales[b], n'est qu'une traduction analytique des constructions de Huyghens, qui ne change rien aux principes de sa démonstration.

[a] Voir ci-dessus N° XIV, Note additionnelle II.

[b] T. XXI, p. 241

divisé en deux parties. La première est relative à la propagation du mouvement dans un seul fluide. On y rappelle ce qui était déjà connu sur cette matière, et qui a été démontré soit par Euler et Lagrange, soit dans mon Mémoire sur la théorie du son, qui fait partie du quatorzième cahier du Journal de l'École Polytechnique [1]. Ainsi je démontre de nouveau que, quel que soit l'ébranlement primitif du fluide, lorsque les ondes sphériques qui en proviennent sont parvenues à des distances très grandes par rapport à leur largeur, les vitesses propres des molécules sont sensiblement perpendiculaires à leur surface ; ce qui tient à ce que l'angle que fait la vitesse d'une molécule avec le rayon de l'onde qui lui correspond est de l'ordre de la largeur de l'onde divisée par ce même rayon. Il est donc impossible que les oscillations des molécules, quand bien même elles auraient été primitivement perpendiculaires ou inclinées sur les rayons des ondes, conservent constamment de semblables directions, comme on a cru pouvoir le supposer pour expliquer le singulier phénomène de la non-interférence des rayons de lumière polarisés en sens contraires : ou du moins, si l'on veut que cette inclinaison des ondes puisse subsister en vertu de forces secrètes différentes de l'élasticité, il faudra d'abord définir avec précision cette espèce de forces, et montrer, par un calcul exact, qu'elles doivent produire l'effet qu'on leur attribue. Je démontre aussi que la propagation des ondes se fait avec la même vitesse dans tous les sens autour de l'ébranlement primitif, ou, autrement dit, que les ondes sont toujours sphériques, quoique les vitesses propres des molécules fluides soient différentes sur les différents rayons. Mais il faut néanmoins observer que si l'ébranlement primitif a eu lieu dans un seul sens, s'il a consisté, par exemple, dans les vibrations d'une petite portion du fluide, le mouvement ne se propagera sensiblement que dans le sens de ces vibrations. Les ondes produites seront encore sphériques ; mais, sur les rayons inclinés par rapport à la direction principale du mouvement, les vitesses propres des molécules fluides seront insensibles rela-

N° XXXIV (D)

[1] Les lois de la propagation des ondes sonores sont les mêmes dans les fluides élastiques proprement dits, et dans les autres milieux, tels que l'eau et les corps solides, doués d'une élasticité égale en tous sens : la vitesse de cette propagation dépend, dans chacun de ces milieux, du degré de condensation qu'il éprouve sous une pression donnée ; mais on ne doit pas confondre les ondes de cette espèce, dans l'eau, par exemple, avec celles qui sont dues à sa pesanteur et indépendantes de sa compression et que j'ai considérées dans un autre Mémoire. (Académie des Sciences, année 1816.)

XXXIV (D). tivement à celles qui auront lieu dans cette direction et sur les rayons qui en sont très-rapprochés; et l'affaiblissement du mouvement, en s'écartant de sa direction principale, sera d'autant plus rapide que la vitesse de propagation sera plus considérable. C'est seulement de cette manière que l'on peut concevoir, dans la théorie des ondulations, la propagation d'un filet isolé de lumière, dont les adversaires de cette théorie ont nié la possibilité, et dont ils ont fait un de leurs principaux arguments [a].

5. Ces résultats généraux sur le mouvement des ondes se déduisent facilement de l'intégrale complète de l'équation aux différences partielles, d'où dépendent les petits mouvements des fluides élastiques. La forme très-simple sous laquelle j'ai donné cette intégrale, dans un précédent Mémoire [1], permet de l'étendre sans difficulté au cas où les coefficients des différences partielles relatives aux coordonnées des points du fluide seraient tous les trois inégaux: ce qui aurait lieu pour un fluide, ou pour un milieu quelconque qui aurait, en différents sens, des degrés différents d'élasticité: hypothèse qui n'est point impossible, et qui revient à supposer que les molécules de ce milieu n'ont pas, dans tous les sens, la même tendance à revenir aux positions dont on les a écartées. Il est évident que les ondes produites dans un tel milieu ne sauraient être sphériques. J'ai cherché à en déterminer la forme, et j'ai trouvé, pour l'équation de leur surface, celle de l'ellipsoïde à trois axes; de sorte que la vitesse de propagation est constante suivant chaque rayon de ce sphéroïde, et proportionnelle à sa longueur. Mais la vitesse propre des molécules fluides n'est pas dirigée suivant ce rayon; elle est normale à la surface des ondes, et leur largeur, comptée sur cette normale, ne varie pas pendant le mouvement. Ainsi, l'ellipsoïde à trois axes est la forme la plus générale que l'on puisse attribuer aux ondes qui se propagent, en vertu de l'élasticité, dans un milieu

[1] *Nouveaux Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1818.

---

[a] Poisson s'est montré préoccupé jusqu'à la fin de sa vie de la difficulté qu'opposait suivant lui, à la théorie des ondulations, la propagation *d'un filet de lumière*, et il résulte d'une note ajoutée à son Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps cristallisés, qui fait partie du tome XVIII des Mémoires de l'Académie, qu'il croyait en avoir trouvé la solution, mais que les souffrances de sa dernière maladie ne lui ont pas permis de la rédiger. Cette circonstance ne semble pas indiquer qu'il ait jamais accordé une attention suffisante aux lois expérimentales de la diffraction. (Voyez ci-après G, § 9.) [E. VERDET.]

homogène de nature quelconque, en entendant par milieu homogène celui dans lequel l'arrangement des molécules, la température et la densité sont partout les mêmes. Ce résultat comprend la forme elliptique de révolution que Huyghens a supposée aux ondes qui produisent la réfraction extraordinaire du spath d'Islande; mais il ne s'accorde point avec la figure des ondes lumineuses dans les cristaux à deux axes, dont la surface, selon M. Fresnel serait du quatrième degré [1]. Un même milieu, c'est-à-dire un même système de particules matérielles, ébranlé en un point, ne peut transmettre qu'une seule espèce d'onde; mais, dans un espace donné, on peut concevoir deux ou plusieurs systèmes de molécules qui vibrent indépendamment l'un de l'autre et qui propagent simultanément autant d'espèces d'ondes différentes, toutes de forme ellipsoïde. C'est ainsi que l'atmosphère transmet à la fois le son et la lumière : le son, par le moyen des ondes excitées dans l'air même, et la lumière, suivant la théorie que nous examinons, par l'intermédiaire des ondes produites dans un éther impondérable. C'est encore de cette manière que Huyghens concevait les deux réfractions simultanées du spath d'Islande : selon lui, la réfraction ordinaire serait produite par les ondes sphériques excitées dans l'éther qui remplit ce cristal, et la réfraction extraordinaire pourrait être attribuée aux ondes elliptiques transmises par le cristal et l'éther.

6. La production des ondes dans un milieu quelconque peut être envisagée sous deux points de vue différents: on peut supposer qu'une portion déterminée du fluide a été primitivement ébranlée d'une manière arbitraire, et chercher les lois du mouvement de l'onde unique qui se propagera autour du lieu de cet ébranlement; ou bien on peut faire la supposition qu'une portion du fluide, ou un corps placé dans le fluide, exécute une suite de vibrations données, et se proposer de déterminer la série d'ondes correspondantes qui seront produites. Ce sont deux problèmes distincts, dépendant de la même équation aux différences partielles, mais différents l'un de l'autre par la détermination des fonctions arbitraires. Les géomètres qui se sont occupés de la théorie du son n'ont considéré que le premier problème. Dans mon Mémoire, cité au commencement de cet extrait [2], j'ai traité la question sous le

[1] *Bulletin de la Société philomathique*, année 1822, page 63. Voyez ci-après, N° XXXIX.

[2] *Nouveaux Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1817.

N° XXXIV (D). second rapport, mais seulement dans le cas où les ondes se propagent dans un canal cylindrique; et l'on a vu qu'alors les vibrations des molécules fluides sont exactement les mêmes, à toute distance, que celles du corps qui produit le mouvement. Il n'en est plus tout à fait de même si le mouvement se propage en tous sens autour du corps vibrant : les premières oscillations exécutées par les molécules fluides éloignées de ce corps ne suivront plus les mêmes lois que ces vibrations; et, si son mouvement ne dure que pendant un temps déterminé, le mouvement de ces molécules durera pendant un temps plus long; ce qui n'a pas lieu dans le cas où le mouvement, renfermé dans un cylindre, se propage suivant une seule dimension. Toutefois, la différence entre les vibrations du corps et celles d'une molécule fluide, située à une distance déterminée, diminue de plus en plus à partir de l'instant où celle-ci a commencé à se mouvoir, et cette différence finit par être insensible après un intervalle de temps d'autant plus court que les dimensions du corps vibrant sont plus petites. Il faut encore ajouter que si les vibrations du corps lumineux sont supposées isochrones et composées de deux parties, l'aller et le retour, parfaitement semblables, comme les oscillations d'un pendule dans le vide, la différence dont nous parlons n'empêchera pas les ondes lumineuses d'être composées de deux parties d'égales largeurs, dans lesquelles les condensations de l'éther et les vitesses propres de ses molécules seront sensiblement égales et de signes contraires. La condensation en chaque point sera proportionnelle à la vitesse; l'une et l'autre seront nulles au point milieu, comme aux extrémités de chaque onde; toutes les ondes auront la même largeur, laquelle sera égale à la durée d'une vibration entière du corps lumineux multipliée par la vitesse de leur propagation; et quant à la vitesse propre des molécules de l'éther, elle variera, à très-peu près, suivant la raison inverse de la distance au foyer de lumière. C'est effectivement cette composition des ondes lumineuses que l'on a supposée dans la théorie de Huyghens, particulièrement dans l'explication que l'on a donnée du beau phénomène des interférences, dont la découverte est due à M. Th. Young, et, à cet égard, la possibilité des hypothèses que l'on a faites se trouve justifiée par le calcul.

7. La série d'ondes qui partent d'un point et se propagent dans un même fluide avec une vitesse donnée étant ainsi définie, je me suis proposé, dans la seconde partie de mon Mémoire, de trouver ce que devient chacune de ces

ondes lorsqu'elle atteint la surface d'un autre milieu, dans lequel la vitesse de propagation est aussi donnée et la même dans toutes les directions. J'ai supposé la surface de séparation des deux fluides plane et indéfiniment prolongée, et voici succinctement les résultats de mon analyse. Pour abréger, j'appellerai *premier fluide* celui dans lequel le mouvement a été produit, et *second fluide* celui auquel il a été communiqué. N° XXXIV (D

Chaque onde produite dans le premier fluide engendre une onde correspondante dans le second ; celle-ci n'est plus sphérique comme celle dont elle dérive : néanmoins les vitesses propres des molécules fluides sont encore perpendiculaires à sa surface. De plus, si l'on prolonge la normale à cette surface jusqu'à ce qu'elle rencontre la surface de séparation des deux fluides, et que l'on joigne le point de rencontre et le centre de l'onde primitive, on aura ainsi deux droites que l'on pourra prendre pour les rayons des ondes réfractées et incidentes : or on trouve que ces deux rayons sont dans un même plan perpendiculaire à la surface réfringente, et font avec la normale à cette surface des angles dont les sinus sont dans un rapport constant, conformément à la loi de Descartes : et ce rapport est tel que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction comme la vitesse de propagation dans le premier fluide est à cette vitesse dans le second : c'est-à-dire que le milieu le plus réfringent est celui dans lequel la vitesse de la lumière est la plus petite, comme on le suppose dans la théorie des ondulations. Ainsi la loi de la réfraction ordinaire est rigoureusement démontrée dans cette théorie, qui ne le cède plus à cet égard à la théorie newtonienne. Quelle que soit la véritable entre ces deux grandes hypothèses, il sera toujours remarquable que la direction d'un mouvement ondulatoire qui se communique d'un milieu à un autre et le sens de sa propagation soient changés suivant la même loi que la direction du mouvement d'un point matériel soumis aux attractions de ces milieux, et traversant leur surface de séparation.

8. La largeur de l'onde réfractée est constante dans toute son étendue : elle est à celle de l'onde primitive comme le sinus de réfraction est au sinus d'incidence, ou dans le rapport direct des vitesses de propagation ; et comme la durée des vibrations dans chaque fluide est égale à cette largeur divisée par la vitesse correspondante, il en résulte qu'elle ne varie pas en passant d'un fluide à l'autre. Or, dans la théorie des ondulations, c'est cette durée qui détermine l'espèce de la couleur : il s'ensuit donc que la coloration des

X XXXIV (D). différentes lumières simples ne doit pas changer dans le phénomène de la réfraction : ce qui est conforme à l'expérience. Mais, réciproquement, la coloration ne devrait pas influer sur la quantité de la réfraction, puisque cette quantité ne dépend que du rapport des vitesses de la lumière dans les deux fluides, qui ne dépendent elles-mêmes que de la nature de ces milieux, et sont les mêmes, quelles que soient l'amplitude et la durée des vibrations : le phénomène qui accompagne la réfraction, et que l'on connaît sous le nom de *dispersion*, serait donc impossible dans la théorie des ondulations : et c'est là une des plus fortes objections qui subsistent encore aujourd'hui contre ce système. Pour lever cette difficulté, Euler prétendait que les ondes qui se succèdent et forment une série continue agissent l'une sur l'autre et augmentent leur vitesse de propagation, de manière que cette vitesse n'est plus la même que dans le cas des ondes isolées : il ajoutait que dans les milieux réfringents cette augmentation de vitesse, résultant de l'action mutuelle des ondes lumineuses, dépend de leur largeur, et varie par conséquent pour les ondes de différentes couleurs, ce qui produit leur inégalité de réfrangibilité. Mais il est à remarquer que son raisonnement l'avait conduit à conclure que les ondes dont la largeur est la plus grande éprouvaient la moindre augmentation de vitesse, et conséquemment la plus forte réfraction [1] : or c'est le contraire qui a lieu, ainsi qu'Euler lui-même l'a ensuite reconnu, lorsqu'il s'est occupé du phénomène des anneaux colorés [2] : les largeurs des ondes, dans la théorie des ondulations, sont proportionnelles aux longueurs des accès dans la théorie newtonienne, lesquelles longueurs vont, comme on sait, en croissant depuis le rayon le plus réfrangible jusqu'à celui qui l'est le moins. Cet exemple montre combien il est facile de s'égarer dans cette matière, quand on s'abandonne à des raisonnements vagues, qui ne sont pas appuyés sur les résultats d'un calcul rigoureux, comparés à ceux de l'expérience. La vitesse de propagation des ondes isolées est la même que celle des ondes en séries ; toutefois, pour ne pas aller au delà des conséquences déduites jusqu'ici de l'analyse, il faut dire qu'il n'est pas démontré que la largeur des ondes lumineuses ne puisse avoir quelque influence sur cette vitesse, si l'on suppose que le rayon d'activité des forces qui produisent l'élasticité de l'éther ait une étendue comparable à cette très-petite largeur ; mais on devra en même temps convenir que le calcul de cette

[1] *Opuscula varii argumenti*, t. I, p. 217. — [2] *Académie de Berlin*, an. 1752, p. 282.

influence serait un problème difficile, et qu'il n'est pas aisé de savoir *a priori*, comme un habile physicien l'a pensé [1], ce qu'il en résulterait relativement à l'inégale réfrangibilité des ondes de largeurs différentes. N° XXXIV (D)

9. Lorsque la vitesse de propagation des ondes est plus grande dans le second milieu que dans le premier, il y a un certain angle d'incidence pour lequel l'angle de réfraction devient droit, et au delà duquel le sinus de réfraction surpasserait l'unité : la réfraction est donc alors impossible suivant la loi de Descartes; et l'expérience fait voir qu'au delà de cette limite d'incidence aucun rayon de lumière ne passe plus du premier fluide dans le second. Il faudra donc admettre, dans la théorie des ondulations, que le second fluide, frappé sous certaines directions par les vibrations excitées dans le premier, ne sera néanmoins aucunement ébranlé. Cette non-communication du mouvement est d'abord difficile à comprendre; Newton la regardait comme impossible, et c'était une des raisons qui lui ont fait rejeter le système de Huyghens et préférer celui de l'émission [2]. Or voici comment l'analyse, perfectionnée depuis ce grand homme par les immenses travaux de ses successeurs, résout cette difficulté qu'il croyait insoluble. Le calcul fait voir que la couche du second fluide, en contact avec le premier, éprouve réellement des condensations et reçoit des vitesses sensibles : mais les unes et les autres diminuent rapidement à mesure que l'on s'éloigne de la surface de contact, et elles deviennent tout à fait insensibles à une distance très-petite, du même ordre de grandeur que la largeur des ondes. Cet affaiblissement graduel du mouvement dans une couche fluide, d'une épaisseur finie, quoique très-petite, suffit pour faire disparaître la difficulté que nous examinions et pour rétablir la loi de continuité; seulement il ne sera pas exact de dire qu'au delà d'une certaine limite d'incidence la lumière ne pénètre pas dans le second milieu, supposé moins réfringent que le premier : il faudra entendre qu'elle n'y pénètre que jusqu'à une distance extrêmement petite, à laquelle il sera cependant nécessaire d'avoir égard dans plusieurs questions d'optique, par exemple dans le calcul des anneaux colorés qui se produisent sous des inclinaisons très-petites.

[1] *Supplément à la Chimie de Thomson*, p. 86. [N° XXXI, § 56.]

[2] *Biographie universelle*, article *Newton*, t. XXXI, p. 146. On trouvera, dans cet article, écrit par M. Biot, tous les détails que l'on peut désirer sur les idées de Newton touchant la nature de la lumière.

N° XXXIV D. 10. Jusqu'ici nous n'avons parlé que de l'onde réfractée; mais quand une onde parvient à la surface de séparation de deux fluides différents, elle se partage en deux autres, dont l'une continue de se propager dans le second fluide, en changeant de forme et de figure, comme nous venons de l'expliquer, tandis que l'autre est réfléchie en sens opposé dans le premier fluide : celle-ci conserve la forme sphérique et la même largeur constante qu'avait l'onde primitive; les oscillations des molécules fluides s'exécutent perpendiculairement à sa surface; son centre et celui de l'onde primitive sont situés sur la même normale à la surface de séparation des deux fluides, et l'un et l'autre à la même distance de cette surface. Il résulte de là que les rayons de l'onde incidente et de l'onde réfléchie, qui se croisent en un même point de la surface réfléchissante, font deux angles égaux avec sa normale; ce qui coïncide avec la loi de la réflexion régulière de la lumière, qui a été connue longtemps avant celle de la réfraction, et suivant laquelle l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence. Le calcul qui conduit à ce résultat donne en même temps l'expression de la vitesse propre des molécules fluides dans toute l'étendue de l'onde réfléchie, et montre que le rapport de cette vitesse à celle qui répond à l'onde primitive varie avec l'angle d'incidence, et dépend en outre du rapport des vitesses de propagation dans les deux fluides. Or, dans un même fluide, le carré de cette vitesse propre est ce qu'on doit prendre, lorsqu'on adopte la théorie des ondulations, pour la mesure de l'intensité de la lumière; on aura donc, pour toutes les incidences, le rapport de l'intensité de la lumière réfléchie à celle de la lumière directe en supposant connu le pouvoir réfringent du corps réfléchissant. Mais, sur ce point, le résultat du calcul ne paraît plus pouvoir s'accorder avec l'expérience. En effet, si la vitesse de propagation est plus grande dans le premier fluide que dans le second; s'il s'agit, par exemple, de la réflexion à la première surface du verre, l'intensité de la lumière réfléchie sera exprimée par une seule formule pour tous les angles d'incidence; s'il s'agit, au contraire, de la réflexion à la seconde surface du verre, ou, en général, si la vitesse de propagation est plus petite dans le premier milieu que dans le second, cette intensité sera représentée par deux formules différentes, dont l'une s'appliquera depuis l'incidence perpendiculaire jusqu'à la limite d'incidence dont il vient d'être parlé tout à l'heure, et l'autre au delà de cette limite. On trouvera ces diverses formules dans mon mémoire; et, sans qu'il soit besoin pour les vérifier d'en faire l'application à

des expériences particulières, on reconnaîtra immédiatement que chacune d'elles devient nulle pour un certain angle dépendant du rapport des vitesses de la lumière dans les deux milieux. Il s'ensuivrait donc que l'onde réfléchie, soit à la première, soit à la seconde surface du verre, contiendrait toujours un ou deux cercles obscurs, c'est-à-dire qu'il y aurait toujours, tout autour de la normale à ces surfaces, une ou deux directions dans lesquelles on cesserait de voir le corps lumineux par réflexion [1]; circonstance qui n'a pas lieu dans le cas de la lumière ordinaire, qui n'est polarisée dans aucun sens. Malgré cette différence essentielle entre les résultats de l'analyse et de l'observation, il ne faut pas encore se hâter d'abandonner entièrement la théorie des ondulations, car cette différence peut tenir à l'état des deux milieux près de leur surface de contact, auquel je n'ai pas eu égard dans les calculs dont j'expose les résultats. En effet, il est naturel de penser que l'éther, inégalement condensé dans ces deux milieux, ne change pas brusquement de densité en passant de l'un à l'autre, et qu'au contraire il y a des deux côtés de leur surface de séparation une couche d'une très-petite épaisseur, dans laquelle sa densité varie graduellement; on peut donc admettre qu'il existe, en quelque sorte, une lame mince interposée entre les deux milieux : or cette lame, dont je n'ai pas tenu compte, doit influer sur la quantité de lumière réfléchie; peut-être, en y ayant égard, pourra-t-on accorder l'expérience et la théorie; et c'est ce que je me propose d'examiner dans un autre Mémoire. Je ferai encore remarquer que les formules d'intensité, si elles s'écartent de l'observation sur le point que je viens d'indiquer, satisfont d'un autre côté à des faits généraux que l'expérience a fait connaître. Ainsi, d'après ces formules, l'intensité de la lumière réfléchie sous de très-petites inclinaisons est à très-peu près égale à l'intensité de la lumière incidente; de manière que le corps lumineux doit être vu avec le même éclat par la lumière directe et par la lumière réfléchie presque parallèlement à la surface réfringente, ce qui est effectivement vrai. En vertu des mêmes formules, si la lumière traverse un milieu à faces parallèles, la proportion de lumière réfléchie sera la même à la première et à la seconde surface, malgré le changement de l'angle d'incidence qui a lieu en

N° XXXIV D.

[1] Cette disparition correspondrait à l'angle pour lequel le rayon réfléchi serait perpendiculaire au rayon réfracté, angle qui est, suivant M. Brewster, celui de la polarisation complète.

XXXIV (D). passant de l'une à l'autre : c'est aussi ce que M. Arago [1] m'a dit avoir constaté par des expériences directes sur la réflexion à la première et à la seconde surface du verre.

11. Les résultats que je viens d'exposer, et qui se rapportent à la réflexion et à la réfraction des ondes, supposent nécessairement que le centre dont elles partent n'est pas pris dans la surface de séparation des deux milieux : mais pour que le problème relatif au mouvement de deux fluides en contact fût complétement résolu, j'ai dû considérer aussi le cas où l'ébranlement qui le produit partirait de leur surface commune : ce qui aurait lieu, par exemple, dans la production du son à la surface de l'air en contact avec l'eau. On trouvera dans mon Mémoire un examen très-détaillé de ce cas singulier, et la détermination complète de toutes les circonstances du mouvement dans les deux fluides.

12. J'ai rapporté fidèlement dans cet extrait toutes les conséquences de l'analyse favorables ou contraires à la théorie des ondulations. On a vu que cette hypothèse, développée par le calcul, ne s'accorde pas toujours avec l'expérience en s'en tenant même aux phénomènes les plus généraux de l'optique. Ce sera aux travaux futurs des physiciens et des géomètres à faire disparaître, s'il est possible, les difficultés qui subsistent encore, et à fixer, d'une manière certaine, l'opinion qui doit prévaloir touchant la nature intime de la lumière. L'analyse qui m'a conduit à ces conséquences est directe et aussi rigoureuse qu'on doit l'exiger ; mais elle est aussi très-compliquée, et, pour qu'il ne puisse rester aucun doute sur les résultats, je me suis attaché à vérifier, *a posteriori*, que les formules définitives qui les renferment satisfont à toutes les données du problème ; savoir, aux équations aux différences partielles du mouvement dans les deux fluides, à leur état initial, et aux conditions relatives à leur surface de contact qui lient leurs mouvements l'un à l'autre, et

[1] Les sinus des angles d'incidence, sous lesquels, dans l'acte de la réflexion à la première et à la seconde surface d'un verre, il se polarise des *proportions* égales d'un faisceau de lumière naturelle, sont entre eux comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction. Je publierai, dans une autre circonstance, les expériences qui m'ont conduit à ce résultat [(a)]. (A.)

[(a)] Il ne paraît pas qu'Arago ait jamais donné suite à ce projet de publication. (Voyez *Œuvres complètes*, t. VII, p. 378.)

consistent en ce que la condensation et la vitesse normale à cette surface doivent être constamment égales dans les couches adjacentes de ces deux fluides. Comme le problème relatif à leurs mouvements simultanés ne comporte évidemment qu'une seule solution, cette vérification suffirait au besoin pour prouver qu'elle est comprise, sans aucun doute, dans les formules qui en remplissent toutes les conditions. La même analyse aurait pu s'étendre à des questions plus compliquées que celles que j'ai traitées : au lieu de deux fluides superposés, il eût été possible d'en considérer trois, comme il faudrait le faire pour soumettre au calcul, dans toute sa généralité, le phénomène des anneaux colorés. J'aurais pu aussi supposer que l'un des deux milieux fût un cristal dans lequel la lumière ne se propagerait pas avec la même vitesse en tout sens, et chercher quelle serait alors la loi de la réfraction : ou bien encore, au lieu d'une surface réfringente indéfiniment prolongée, on aurait pu limiter l'étendue de l'un des milieux, et essayer, dans ce cas, de déterminer directement les lois de la *diffraction* qui s'observerait sur ses bords, afin de les comparer à celles que M. Fresnel a trouvées. Mais j'ai préféré me borner, quant à présent, à des questions plus simples, me proposant de continuer ces recherches par la suite, si leurs résultats peuvent mériter l'intérêt des physiciens et l'assentiment des géomètres [a].

N° XXXIV (D).

---

[a] Poisson n'est jamais revenu sur la question de la diffraction, qu'il paraît avoir jugée facile en 1823, et qui, plus de quarante ans après, n'est pas encore complétement résolue. Quant à la propagation des ondes dans les cristaux où la vitesse n'est pas la même en tous sens, il y est revenu plus tard, mais pour les traiter d'après des principes bien différents de ceux qu'il indique dans cet extrait. Il n'est pas inutile de faire remarquer que, dans l'intervalle, Navier d'une part, M. Lamé et Clapeyron de l'autre, avaient montré la différence profonde qui sépare toutes les questions relatives à l'équilibre et au mouvement intérieur des corps solides des questions analogues relatives aux fluides. On voit par un passage de l'extrait qu'on vient de lire, § 4, note (1), qu'en 1823 Poisson admettait comme évident que «les lois de la propagation des ondes sonores sont les mêmes dans les fluides élastiques proprement dits, et dans les autres milieux, tels que l'eau et les corps solides, doués d'une élasticité égale en tous sens.» [E. VERDET.]

N° XXXIV (E).

EXTRAIT D'UNE LETTRE

DE M. POISSON À M. A. FRESNEL [1].

[*Annales de chimie et de physique*, t. XXII, p. 270, cahier de mars 1823.]

Vous fondez vos démonstrations, en général, sur un principe dont voici l'énoncé, que je copie dans votre Mémoire sur la diffraction [2] : « Les vibrations d'une onde lumineuse, dans chacun de ses points, peuvent être regardées comme la résultante des mouvements élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans l'une quelconque de ses positions antérieures. » Vous entendez sans doute par là que si l'on décompose à un instant quelconque la portion de fluide en mouvement en une infinité de parties infiniment petites; que l'on prenne une de ces parties avec sa vitesse et sa condensation actuelles, et que l'on cherche le mouvement qu'elle produirait dans le fluide, si elle était seule ébranlée; que l'on fasse de même pour toutes les autres parties semblables, et qu'après un temps quelconque on compose, pour chaque point du fluide, les vitesses et les condensations que ce point aurait reçues de tous

[1] M. Fresnel m'ayant demandé de mettre par écrit les observations que je lui ai faites dans des conversations particulières, sur ses hypothèses relatives aux ondes lumineuses, et ayant aussi désiré qu'elles fussent rendues publiques, je vais donner ici un extrait de la lettre que je lui ai écrite à ce sujet. J'omettrai celles de ces remarques qui se trouvent déjà dans l'extrait précédent de mon Mémoire sur la propagation du mouvement dans les fluides élastiques, et je me bornerai à transcrire celles qui se rapportent à l'usage que M. Fresnel a cru pouvoir faire du principe de la coexistence des petits mouvements.

[2] *Annales de chimie et de physique*, t. XI, p. 260. [N° XIV, § 43.]

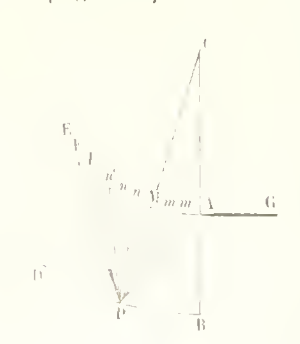
ces mouvements élémentaires, supposés indépendants entre eux, on aura effectivement la vitesse et la condensation qui existeront à cet instant et en ce point. Je ne nie pas la vérité de ce principe, mais je conteste son avantage, et surtout les applications que vous avez cru en pouvoir faire. En substituant au mouvement de l'onde entière celui de ses particules isolées, vous augmentez la difficulté de chaque question, car il vous faudra connaître le mouvement qu'une partie quelconque répandrait dans le fluide, en vertu de sa vitesse propre et de sa condensation; ce qui est bien plus difficile que de déterminer le mouvement de la totalité de l'onde. N° XXXIV (E)

Considérez, par exemple, une onde sphérique qui se propage dans un fluide, et supposez qu'on veuille la prendre, à un instant déterminé, pour l'ébranlement donné du fluide, d'après lequel on veut déterminer son mouvement ultérieur; en ayant égard à la fois aux vitesses propres et aux condensations de ses particules, on fera voir, par un calcul très-simple, que cette onde en produira une autre qui se propagera *en avant*, c'est-à-dire, dans le sens où elle se propageait elle-même, et qu'elle ne donnera naissance à aucune onde *en arrière*, ou en sens opposé; mais si vous décomposez l'onde donnée, comme il vient d'être dit, il vous sera très-difficile de connaître les ondes partielles qui partiront de tous ses points, et de montrer que leur recomposition doit produire une onde en avant et aucun mouvement en arrière. La question très-simple que l'on avait à résoudre, étant envisagée sous ce dernier point de vue, deviendra au contraire une question très-compliquée, dont il ne serait pas facile de trouver la solution. A la vérité, vous prétendez n'avoir pas besoin de connaître la nature des ondes élémentaires, qui partent de tous les points de la surface d'une onde donnée, et pouvoir déterminer, sans faire aucune hypothèse sur ces ondes partielles, la vitesse résultante qu'elles communiqueront à un point quelconque, pris hors de cette surface. C'est ce que nous allons bien voir, en admettant, pour un moment, la composition que vous avez faite de ces ondes dans votre mémoire sur la diffraction, et examinant les conséquences immédiates qui s'en déduisent.

Je conserverai les notations dont vous avez fait usage, et qui se rapportent à la figure 1, planche I, tome XI de ces Annales [a]. La formule que vous donnez

[a] N° XIV, fig. 3, p. 295.

N° XXXIV (E). à la page 287 de ce volume, n'exprime la vitesse du point P, situé hors de la surface AMF de l'onde, que quand on prend pour unité la vitesse envoyée à ce point par le point M qui se trouve sur le rayon CMP, ou sur la ligne qui joint le point P et le centre C des ondes. Nous multiplierons donc cette formule par un facteur inconnu p, qui représentera la vitesse provenant du point M et rapportée à l'unité de surface; en sorte que, si l'on désignait par h un élément infiniment petit de la surface de l'onde, correspondant au point M, le produit ph serait la vitesse envoyée par cet élément au point P. Il faudra aussi rétablir, pour avoir l'expression complète de la vitesse de ce point, les deux intégrations, dont vous n'avez indiqué qu'une seule dans la formule en question. Alors, u étant la vitesse du point P, on aura, d'après vos principes :



$$u = p\left[\left(\int\!\!\int dx\, dz \cos \frac{\pi(a+b)(x^2+z^2)}{ab\lambda}\right)^2 + \left(\int\!\!\int dx\, dz \sin \frac{\pi(a+b)(x^2+z^2)}{ab\lambda}\right)^2\right]$$

a et b étant les distances CM et MP, $a+b$ la distance totale CMP, π le rapport de la circonférence au diamètre, et λ la largeur des ondes, laquelle est proportionnelle au temps des vibrations des particules. Cela posé, enlevons l'écran AG, et supposons que l'onde AMF soit entière : ces intégrales devront être prises, l'une et l'autre, depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$; leurs valeurs exactes pourront s'obtenir, dans ce cas, par les formules connues ; et en les substituant dans la valeur de u, on trouvera simplement :

$$u = \frac{pab\lambda}{a+b}$$

Mais, dans le cas de la propagation d'une onde complète, les vitesses propres des molécules fluides suivent à très-peu près, comme on le sait d'ailleurs, la raison inverse des distances au centre du mouvement; appelant donc v la vitesse au point M, et la comparant à la vitesse u au point P, on devra avoir aussi :

$$u = \frac{va}{a+b}$$

et si l'on égale entre elles ces deux valeurs de u, on en conclut :

$$p = \frac{v}{b\lambda}$$

N° XXXIV (1)

Voilà donc le facteur p déterminé par une conséquence immédiate de votre formule, dans laquelle vous l'aviez laissé sous-entendu et indéterminé. Il en résulte que la vitesse pk, envoyée par un élément quelconque de la surface de l'onde dans la direction normale à cette surface et à la distance b, sera exprimée par le produit

$$\frac{vk}{b\lambda},$$

c'est-à-dire qu'elle sera proportionnelle à l'étendue de cet élément, à la vitesse v qui lui correspond, et en raison inverse de la distance b, ce qui ne présente rien d'inadmissible : mais aussi en raison inverse de la largeur λ des ondes, et je vous avoue qu'en y réfléchissant bien je ne trouve aucune raison satisfaisante de cette dernière hypothèse. Cependant c'est là la supposition que vous faites implicitement sur la nature des ondes élémentaires, du moins dans la direction du mouvement des différents points dont elles émanent : et quoique vous ne fassiez aucun usage du facteur p dans la question que vous avez traitée, vous êtes néanmoins obligé d'en justifier la composition et d'expliquer comment vous concevez qu'un point vibrant isolément dans un fluide y répandrait des vitesses qui seraient en raison inverse du temps de ses vibrations.

3. Je vous ferai aussi remarquer que, dans le raisonnement qui vous a conduit à la formule de la page 287 de votre Mémoire sur la diffraction (*Ann.*)[a], rien n'exprime que le point P soit situé au delà de l'onde AMF, et que, s'il était situé en deçà de cette onde, le même raisonnement appliqué mot à mot vous conduirait à une formule semblable pour exprimer la vitesse qu'il reçoit, avec cette seule différence qu'au lieu de $a+b$, cette formule contiendrait $a-b$, qui serait alors la distance CP. Il suivrait donc de vos principes que l'onde AMF, même quand elle est complète, devrait produire du mouvement en deçà et au delà de sa position : conclusion qui suffirait pour montrer qu'il y a un vice quelconque dans votre manière d'envisager la question. Et, en effet, la production d'une nouvelle onde en avant de celle que vous considérez, et la non-communication du mouvement en arrière, n'ont lieu qu'à raison d'un rapport déterminé qui subsiste, dans l'onde donnée, entre

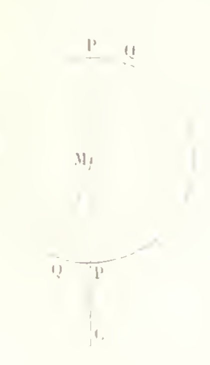
---

[a] N° XIV, § 57.

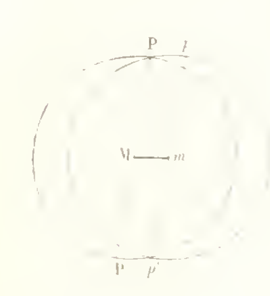
N° XXXIV (E). les condensations et les vitesses propres des molécules fluides, et nullement à raison de l'interférence des ondes élémentaires parties de tous ses points à des instants différents. Or vous n'avez point égard à ce rapport, qui n'entre pour rien dans votre raisonnement : et, au contraire, vous faites dépendre la formation de l'onde future d'éléments dont elle est entièrement indépendante. Lorsque l'onde AMF, au lieu d'être complète, est interrompue par un écran, il se produit sans doute des franges en arrière comme en avant de cette onde. Il paraîtrait résulter de votre raisonnement que les unes et les autres devraient suivre les mêmes lois dans leurs alternatives ; mais, si votre raisonnement conduit à trouver du mouvement ou de la lumière en deçà de cette onde, quand il n'y a pas d'écran, peut-on croire qu'il fasse connaître les lois exactes des franges lumineuses dans la même région, lorsqu'il existe un écran? et, s'il reste du doute sur les lois que vous attribueriez à ces sortes de franges, je demande alors quelle force conserve votre démonstration, relativement aux franges antérieures? Observez bien que je n'attaque ici que votre démonstration, et nullement les lois de la diffraction que vous avez trouvées, et dont vous avez établi l'exactitude par des expériences plus précises qu'aucune de celles que l'on eût faites jusque-là en optique. Les physiciens sont souvent guidés dans leurs recherches par des inductions que nous ne pourrions pas admettre comme des démonstrations suffisantes, mais qui n'en sont pas moins très-précieuses, puisqu'elles y suppléent tant que les théories ne sont pas encore complétement formées, et que d'ailleurs les sciences leur sont redevables d'un grand nombre de belles découvertes.

4. J'examinerai encore de plus près la manière dont vous avez formé la vitesse du point P, résultante de toutes les ondes élémentaires qui proviennent des points de la surface AMF (fig. de votre Mém.). Selon vous, les ondes qui partent de points tels que I, F, sensiblement éloignés du point M, se détruisent par l'interférence, et le point P n'est atteint que par les ondes élémentaires émanées des points m', m, n, n', voisins de M, ou dont les distances à ce point M peuvent être regardées comme très-petites par rapport à la distance MP. De plus, dans la composition de ces dernières ondes, parvenues au point P, vous les considérez comme parallèles et d'égale intensité. J'admettrai volontiers leur parallélisme ; en sorte qu'il ne sera pas nécessaire de décomposer les vitesses qu'elles apportent au point P, et qu'il suffira de les ajouter en ayant égard à leur signe ; mais il est aisé de voir que ces ondes ne seront pas d'é-

égale intensité. En effet, si le point M vibre isolément dans la direction de la ligne CMP, il est bien vrai que le mouvement qu'il produira dans le fluide environnant s'y répandra en ondes sphériques autour de ce point; mais il sera très-faible latéralement; il pourra même n'être sensible que sur le prolongement des vibrations de M; de sorte que les points P et P', situés sur ce prolongement, recevront un certain mouvement qui s'affaiblira très-rapidement en s'écartant de ces points sur l'onde sphérique, et sera sensiblement nul aux points Q et Q', situés sur des rayons MQ et MQ', qui font avec MP et MP' des angles très-petits, mais finis. (N° XXXIV E.)



Cela posé, si deux points M et *m*, séparés par une très-petite distance, font des vibrations que l'on regarde comme égales et parallèles, et qui sont dirigées suivant les droites PMP' et *pmp'*, le point P sera atteint par les ondes qui émanent de M et de *m*; mais comme il s'écarte de la direction du mouvement de *m*, ou, autrement dit, comme le rayon P*m* fait un angle fini P*mp* avec cette direction, lors même que la distance MP serait très-grande par rapport à M*m*, il s'ensuit que la vitesse qui proviendra du point *m* pourra être tout à fait insensible, et qu'en général elle différera sensiblement de celle que le point P recevra du point M. En appliquant cette remarque aux ondes qui partent des points *m'*, *m*, *n*, *n'*, voisins du point M (tome XI, planche 1, fig. 1), vous voyez qu'on ne peut pas les supposer d'égale intensité au point P, parce qu'elles atteignent ce point sous des directions qui font avec les vibrations de *m'*, *m*, *n*, *n'*, des angles finis quoique très-petits; et vous voyez aussi qu'il serait nécessaire, pour opérer la composition de ces ondes élémentaires, de connaître la loi suivant laquelle leur intensité varie de part et d'autre de son *maximum*, au moins dans l'étendue correspondante à ces très-petits angles. Quant aux ondes qui émanent des points I, F, éloignés de M, je pense, comme vous, qu'elles n'ont pas d'influence sensible sur la vitesse de P; mais je ne crois pas qu'il soit nécessaire, pour cela, qu'elles se détruisent par des interférences : il suffit d'observer qu'elles atteignent le point P sous des directions où leur intensité, d'après ce que je viens de dire,



N° XXXIV (E). est très-affaiblie, à cause de l'angle qu'elles font avec les vibrations de leurs centres I, F.

5. Les observations que je viens de vous faire s'appliquent également à la démonstration que vous avez donnée des lois de la réflexion et de la réfraction ordinaires [1]. D'après votre raisonnement, il semblerait que ces lois dépendent de la succession des ondes, et de ce que chaque onde serait composée de deux parties d'égale largeur, qui ne différeraient entre elles que par les signes des vitesses propres des molécules fluides. Or il n'en est point ainsi, comme on le verra dans mon Mémoire, dont l'extrait précède cet article : ces lois ont lieu pour chaque onde d'une série considérée isolément; elles subsisteraient encore, lors même qu'il n'existerait qu'une seule onde incidente, et que la vitesse propre des molécules fluides aurait le même signe dans toute sa largeur. Ce qu'elles supposent essentiellement, c'est un rapport déterminé entre les vitesses propres et les condensations du fluide; rapport dont vous ne parlez pas dans votre démonstration, et sans lequel néanmoins les lois que vous voulez démontrer n'auraient pas lieu. Vous dites que tous les points de la surface de contact des deux fluides deviennent des centres d'ondes sphériques; ce qui est évidemment impossible à cause de la différence des deux vitesses de propagation; et il est même aisé de voir *a priori* qu'à raison de cette différence ces ondes ne peuvent pas être hémisphériques dans ces deux fluides. Vous croyez aussi n'avoir pas besoin de connaître les directions des vibrations de ces points, ni la nature des ondes qui en émanent. Selon vous, il suffit que les ondes parties de deux points très-voisins, tels que l et l' (page 229 de votre article), qui viennent concourir en un point G, aient la différence de marche requise pour interférer, et que l'on devra, d'après la loi de continuité, considérer les intensités de ces ondes comme égales à leur point de concours. Cependant, si la ligne lG est la direction du mouvement du point l, les ondes parties de l et l' auront au point G des intensités très-différentes, l'une d'elles étant à son *maximum*, et l'autre, comme je l'ai dit plus haut, pouvant en différer sensiblement, ou même être tout à fait nulle; car la loi de continuité que vous invoquez n'empêche pas que l'intensité d'une onde ne puisse passer, dans une très-petite étendue, de son *maximum* à une valeur qui n'en soit plus que la moitié, ou le quart, ou toute autre fraction, ou que l'on puisse même regarder

[1] *Annales de chimie et de physique*, t. XXI, p. 225, N° XIV, Note additionnelle II.

comme insensible. Ainsi, les ondes émanées des points l, l' ne se détrui- N° XXXIV (E).
ront pas nécessairement, comme vous le supposez dans votre démonstration.

Je terminerai ici ces remarques, en répétant qu'elles ne tendent nullement à élever aucun doute sur les résultats de vos expériences, auxquels personne ne rend plus de justice que moi : elles ne sont pas non plus dirigées contre la théorie même des ondulations, dont l'exactitude ou la fausseté ne peuvent désormais être démontrées, selon moi, que par une analyse rigoureuse, comparée dans toutes ses conséquences à l'observation : mais elles ont pour but de prouver que si cette théorie est la vérité, on peut assurer, dès à présent, que ce n'est certainement pas pour les raisons qu'on a données jusqu'ici pour l'appuyer, et pour expliquer, en l'adoptant, les principaux phénomènes que la lumière présente.

N° XXXIV (F).

LETTRE D'A. FRESNEL À M. POISSON.

Paris, le   mars 1823.

Monsieur,

M. Arago vient de m'apprendre que, dans le cas où ma réponse serait en forme de lettre, vous désiriez que je vous la communiquasse, comme vous m'avez communiqué celle que vous avez insérée dans les Annales de chimie et de physique. Vous pouvez vous rappeler que je n'ai point sollicité cette communication, dans laquelle je ne voyais aucun avantage, et que la seule chose que je vous aie demandée, c'est la publication des objections que vous faisiez depuis longtemps contre ma théorie. Je ne croyais donc pas être obligé de vous communiquer ma réponse avant sa publication. Néanmoins, apprenant que vous désiriez la connaître, j'allais me mettre à copier le brouillon que j'avais donné à l'imprimeur, si, effrayé par la tâche que je m'imposais, et la nécessité de passer la nuit pour la remplir (puisque je dois rendre demain le manuscrit), je n'y eusse renoncé, en réfléchissant que sous peu de jours je pourrais vous envoyer la première épreuve.

J'aurais peut-être prévenu votre demande, si je n'étais depuis quelque temps très-fatigué et accablé d'occupations pressantes. En voyant l'étendue de cette première lettre, vous m'excuserez, je pense, de n'avoir pas eu le courage de la recopier.

Je suis avec respect, etc.

A. FRESNEL.

N° XXXIV (G).

RÉPONSE

DE M. A. FRESNEL À LA LETTRE DE M. POISSON,

INSÉRÉE DANS LE TOME XXII DES *ANNALES*, PAGE 270 [a].

[*Annales de chimie et de physique*, t. XXIII, p. 32, cahier de mai 1823.]

PREMIÈRE PARTIE.

1. Je vois avec plaisir, Monsieur, que l'hypothèse des vibrations lumineuses a depuis quelque temps acquis plus de probabilité à vos yeux. Vous me disiez, l'année dernière, qu'il était impossible de concilier les équations de la propagation de la chaleur dans les corps solides avec celles des mouvements des fluides, et qu'en conséquence on ne pouvait pas admettre le système des ondulations pour la chaleur; ce qui conduisait aussi, par analogie, à le rejeter pour la lumière. Je convins de la justesse de cette dernière conséquence; mais les résultats analytiques que vous citiez ne me paraissaient point contraires à l'hypothèse des vibrations, parce que la propagation de la température des molécules d'un corps ne saurait être assimilée à un courant fluide ou à la propagation régulière des ondes dans un milieu élastique : ces molécules n'acquièrent, au contraire, une température propre, c'est-à-dire des vibrations qui persistent après le passage de l'onde calorifique, qu'en raison de la portion de son mouvement qui ne s'est point propagée régulièrement. Mais ce n'est pas ici le lieu

---

[a] Poisson avait écrit quelques remarques au crayon sur les marges d'un exemplaire de cette première partie, qu'il a rendu à l'auteur. Nous avons reproduit ces annotations.

N° XXXIV (G). d'entamer cette discussion, et si je vous rappelle ce que vous m'avez dit sur ce sujet, c'est seulement pour vous faire remarquer que vos opinions sur la nature de la lumière ont un peu changé, puisque la fausseté de l'hypothèse des ondulations vous paraissait alors démontrée. Je ne doute pas que le succès de vos derniers efforts pour expliquer la loi de Descartes par la théorie des ondes n'ait beaucoup contribué à vous réconcilier avec cette théorie ; mais en me demandant ce qui avait soutenu votre persévérance dans la recherche du problème que vous vous étiez proposé, malgré les difficultés analytiques dont il était entouré, j'ai pensé que ce pouvait bien être les succès récents obtenus par les physiciens qui appliquent la théorie des ondes à la lumière, quelque inexacts que vous paraissent leurs raisonnements.

2. A l'aide du seul principe de la composition des petits mouvements, dont le principe des interférences est une conséquence, j'ai trouvé les lois générales de la diffraction, que la seule observation n'aurait pu découvrir. En convenant de l'exactitude de ces lois, vous rejetez les calculs qui m'y ont conduit, comme reposant sur des bases erronées ; c'est-à-dire, en un mot, que, selon vous, je suis arrivé à un résultat juste en raisonnant faux. Avant d'abandonner une méthode qui m'a réussi dans plusieurs questions difficiles, il est juste que sa fausseté me soit bien prouvée ; et je ne trouve pas vos objections convaincantes.

3. Vous admettez le principe de la coexistence ou de la composition des petits mouvements dans toute sa généralité ; ainsi je ne chercherai pas à le démontrer : je réserve la démonstration simple que je pourrais en donner pour le cas où nous ne serions plus d'accord sur son interprétation. Vous convenez qu'on peut considérer chaque point d'une onde comme un centre d'ébranlement particulier, et le mouvement que l'onde primitive doit apporter dans un endroit quelconque, comme la résultante statique de tous les mouvements élémentaires qui seraient envoyés en cet endroit par chaque centre d'ébranlement agissant isolément ; mais vous trouvez qu'au lieu de faciliter la solution du problème de la diffraction par cette considération, je complique inuti-

lement la question, et que je m'appuie sur une supposition fausse, N° XXXIV (G)
dans la combinaison de ces mouvements élémentaires. Pour le prouver, vous suivez d'abord ma méthode dans ses conséquences, et vous cherchez à montrer qu'elle conduit à des absurdités ou à des résultats tout à fait improbables; ensuite, par une attaque plus directe, vous renversez ou du moins vous croyez renverser l'hypothèse qui lui sert de base, et mettre ainsi au jour le vice du principe fondamental. Je me conformerai dans ma réponse à l'ordre que vous avez adopté dans vos objections.

4. La première conséquence que vous déduisez de mes formules ne me paraît pas aussi inconcevable qu'à vous. Vous trouvez (page 274)[1] que les vitesses absolues des molécules fluides, ou leurs amplitudes d'oscillation dans les ondes élémentaires, doivent être proportionnelles à l'élément de la surface de l'onde, *et en raison inverse de la longueur d'ondulation λ*; et vous ajoutez *qu'en y réfléchissant bien vous ne trouvez aucune raison de cette dernière hypothèse*. Je vous ferai d'abord remarquer que ce n'est point *une nouvelle hypothèse* dont j'aie besoin pour établir mes formules, mais une conséquence de ces formules, et que, d'après la marche de démonstration à l'absurde que vous adoptez, c'est à vous de prouver la fausseté de cette conséquence, et non à moi d'en confirmer la justesse par une démonstration *a priori*. Je ne crois pas cependant qu'il me fût difficile de le faire : mais je craindrais par là de trop étendre cette lettre, dans laquelle il me faut répondre à des objections plus directes et plus pressantes. Je me contenterai donc de vous présenter ce théorème sous une autre forme, qui en fait concevoir plus aisément la raison.

5. Afin de fixer les idées, je prendrai pour ébranlement élémentaire dans l'onde primitive un petit parallélipipède rectangle dont la profondeur soit égale à la longueur d'ondulation, et les deux dimensions sur la surface de l'onde une très-petite fraction de cette longueur, le millième, par exemple : ce parallélipipède sera le sommet d'une pyramide

---

[1] E. § 9.

N° XXXIV (G). infiniment étroite, qui représentera l'un des rayons partis de ce centre d'ébranlement[a]. Comptons sur ce rayon un certain nombre d'ondes qui se succèdent, par exemple cent, et terminons la pyramide à la centième onde. Faisons, dans le même milieu élastique, une construction semblable pour des ondes dont la longueur serait moitié moindre, en donnant à la nouvelle pyramide la même ouverture angulaire qu'à la première, et prenant pour seconde échelle cette nouvelle longueur d'onde : nous aurons encore cent ondulations dans la longueur de la seconde pyramide, qui sera conséquemment la moitié de celle de la première. Si nous supposons que les vitesses absolues soient égales dans les sommets des deux pyramides, c'est-à-dire que les amplitudes d'oscillation des molécules qu'ils renferment soient proportionnelles aux longueurs d'ondulation, il est aisé d'admettre qu'à l'autre extrémité des deux pyramides les excursions des molécules offriront encore le même rapport : car alors tout sera proportionnel dans les vibrations des deux rayons, les dimensions des ébranlements, la longueur des pyramides et leur base, la longueur des ondes, l'intervalle de temps pendant lequel s'accomplit chaque oscillation, ainsi que les amplitudes de ces oscillations. Vous conviendrez que ce théorème, loin de sembler paradoxal, est celui qu'on admettrait le plus volontiers en pareil cas, si l'on devait répondre à cette question sans le secours de l'analyse : or ce théorème est précisément le même que celui que vous avez déduit de mes formules. En effet, si vous doublez la longueur de la petite pyramide pour la rendre égale à celle de la grande, les vitesses absolues seront réduites à moitié dans sa nouvelle base; mais l'élément de la surface de l'onde génératrice qui forme le sommet de chaque pyramide a, dans la grande, une superficie quadruple de celle qu'il a dans la petite; il faut donc, pour les rendre égaux, quadrupler le sommet de celle-ci, ce qui quadruplera les vitesses absolues à sa base : en sorte que, pour la même longueur de rayon et la même étendue superficielle d'ébranlement, les vitesses absolues seront en définitive deux

(a) Je ne comprends pas le raisonnement qui suit. (Note de Poisson.)

fois plus grandes dans les ondes deux fois plus courtes, c'est-à-dire N° XXXIV (e)
en raison inverse de la longueur des ondes.

6. Vous dites (pages 274 et 275 (a)) : « que si le point P était situé en deçà de l'onde AMF, au lieu d'être au delà, on pourrait y appliquer les mêmes raisonnements, et qu'il résulterait de mes principes que l'onde AMF, même quand elle est complète, devrait produire du mouvement en deçà comme au delà de sa position. » Je conviens que le principe de la composition des petits mouvements doit s'appliquer à ce cas comme à celui que j'ai considéré ; mais si les éléments dans lesquels je conçois l'onde divisée ne peuvent pas envoyer de mouvement de ce côté, même en agissant isolément, il est clair que la résultante des ondes élémentaires sera nulle. Je ne vois donc pas qu'il résulte de mes principes qu'une onde doive produire des mouvements rétrogrades. Je suis surpris que vous me fassiez cette objection, surtout en relisant la page 262 du tome XI des Annales (b), et la note que j'y ai jointe, dans lesquelles il me semble avoir assez clairement exprimé ma pensée. La seule chose que vous pouviez dire, c'est que je n'avais point expliqué par mes calculs pourquoi il n'y a pas de mouvement rétrograde ; mais la raison toute simple en est que ce n'était pas l'objet de mes calculs.

7. Je ne conçois pas davantage l'objection que vous me faites à l'occasion des franges que vous supposez exister en deçà de l'écran : on croit y voir des franges, en effet, lorsqu'on rapproche assez la loupe pour que son foyer dépasse l'écran ; mais il n'en faut pas conclure que ces franges existent réellement au foyer de la loupe. Il est facile d'expliquer leur apparition, et même de calculer leurs largeurs et leurs intensités, sans supposer aucun mouvement rétrograde aux rayons lumineux (c).

8. Vous m'avez souvent reproché et vous me reprochez encore de ne tenir compte que des vitesses absolues des molécules dans le calcul

---

(a) E. § 3.
(b) N° XIV, § 45.
(c) [Alors il faut démontrer qu'il n'y a pas de mouvement rétrograde.] (Poisson.)

N° XXXIV (G). des interférences, et de faire abstraction des condensations et des dilatations du fluide; mais quand même on oublierait que les condensations et les dilatations sont toujours proportionnelles aux vitesses absolues des molécules, dans les ondes dérivées, si l'on démontre la destruction des premières sur une certaine étendue, on aura prouvé en même temps la destruction des autres, puisqu'il ne peut y avoir condensation ou dilatation qu'autant que les molécules se déplacent[a]. Vous me répondiez à cela par l'exemple des concamérations que forment les ondes sonores dans les instruments à vent, où certains points immobiles, appelés *nœuds*, sont alternativement condensés et dilatés; mais il est clair qu'ils n'éprouvent ces condensations et dilatations qu'en raison du mouvement des points voisins, et qu'elles cesseraient si les molécules d'air restaient immobiles dans toute la longueur du tuyau ou seulement dans le voisinage de ces nœuds.

9. J'arrive enfin à l'objection directe et capitale par laquelle, si elle est fondée, vous renversez la base de tous mes calculs. Pour les faire, j'ai conclu de la loi générale de continuité que dans les ondes élémentaires émanant des différents points de l'onde primitive les vitesses absolues des molécules ne variaient pas brusquement mais graduellement autour de chaque centre d'ébranlement, en sorte qu'on pouvait les regarder comme sensiblement égales sur des rayons qui n'étaient séparés que par des angles très-petits. Vous objectez à cela que, d'après votre analyse, au contraire, les vitesses absolues ne sont sensibles que sur la direction de l'oscillation du centre d'ébranlement, et que, dès qu'on s'en écarte un peu, elles deviennent presque nulles: *C'est seulement de cette manière*, dites-vous (page 256)[b], *que l'on peut*

---

[a] [Ce n'est pas cette destruction mais celle des ondes, que les deux causes produiraient.] (Poisson.)

[b] [Je n'ai parlé nulle part de ce que l'auteur semble ici me reprocher, et qui n'a aucun rapport avec la citation de la page 256.] (Poisson[(a)].)

[(a)] Cette phrase se trouve en réalité ci-dessus, B. § 3, mais on remarquera que cette première lettre de Poisson n'avait pas reçu de publicité.

concevoir, dans la théorie des ondulations, la propagation d'un filet isolé de lumière, dont les adversaires de cette théorie ont nié la possibilité, et dont ils ont fait un de leurs principaux arguments [a]. Je pourrais, à cette occasion, en empruntant vos propres expressions, *assurer que, si cette théorie est la vérité, ce n'est certainement pas pour les raisons que vous en donnez* [b], car l'expérience ne s'accorde pas avec cette conséquence de votre analyse. Plus on rétrécit l'ouverture par lequelle on fait passer un filet de lumière, plus il se dilate, et plus s'élargit l'espace angulaire dans lequel il présente une intensité à peu près uniforme. Pour ceux qui ont observé avec attention ces phénomènes, il est évident, d'après toutes les analogies, que si l'on rétrécissait l'ouverture encore davantage, de manière, par exemple, que sa largeur n'excédât pas un millième de millimètre, l'étendue angulaire de l'espace éclairé par le pinceau lumineux serait encore beaucoup plus considérable, alors même que les bords de l'ouverture ne réfléchiraient aucune lumière. Mes expériences sur le passage de la lumière au travers d'un diaphragme très-étroit m'ont présenté d'assez grandes dilatations du pinceau lumineux pour justifier, du moins dans les étendues angulaires que j'avais à considérer, la supposition qui a servi de base à mes calculs. Quand le diaphragme est large, au contraire, il y a une bien moindre proportion de lumière infléchie : le faisceau lumineux se propage en ligne droite sans éprouver de dilatation notable : c'est ce qu'on explique aisément à l'aide des principes que vous désapprouvez, et qui s'accordent encore sur ce point avec l'expérience. N° XXXIV (G)

10. Je ne connais pas l'analyse par laquelle vous êtes arrivé à ce singulier résultat, *que, si l'ébranlement primitif a eu lieu dans un seul sens, s'il a consisté, par exemple, dans les vibrations d'une petite portion du fluide, le mouvement ne se propagera sensiblement que dans le sens de ces vibrations* [c].

---

[a] [J'ai dit la vérité]. (POISSON.)

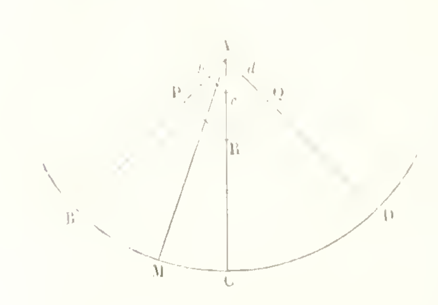
[b] D. § 4.

[c] [J'ai énoncé la possibilité de cette propagation en filets isolés. Mon Mémoire contiendra des exemples de la production de semblables mouvements. (POISSON.)] D. § 4.

N° XXXIV (G) Mais si vous entendez, par *une petite portion du fluide*, un élément différentiel (comme votre objection doit me le faire supposer), ou du moins un espace dont les dimensions perpendiculaires aux vibrations n'excèdent pas la longueur d'une demi-ondulation, je crois pouvoir assurer que dans aucun fluide l'expérience ne confirmerait ce résultat, et qu'un pareil ébranlement agiterait les molécules d'une manière sensible sur des rayons très-inclinés à la direction des vibrations primitives. C'est ce que je vais essayer de prouver par des raisons théoriques.

11. Je supposerai que le centre d'ébranlement a des dimensions très-petites, relativement à la longueur d'ondulation, et que les molécules qu'il comprend exécutent des oscillations simultanées et parallèles. Soit A un des points matériels de ce centre d'ébranlement.

Il y a deux choses à considérer dans le mouvement de ce point : la vitesse dont il est animé, et son écartement de sa position d'équilibre.



Soit AC la direction suivant laquelle il oscille : ce sera en même temps celle des petits déplacements qu'il éprouve. On peut toujours, en vertu du principe général des petits mouvements, décomposer ces écarts, et les vitesses correspondantes, suivant deux autres directions AB et AD, d'après la règle du parallélogramme des forces[a]. Ainsi, par exemple, Ac étant la quantité dont le point A a été déplacé, si l'on mène les lignes cb et cd parallèles aux directions AD et AB, les longueurs Ab et Ad

---

(a) [Ce n'est pas là l'énoncé ordinaire du principe cité; je crois cet énoncé vicieux, au moins je ne le comprends pas bien; mais je propose à l'auteur de calculer, d'après une onde donnée, l'onde qui aura lieu après un temps donné. La règle qu'il énonce à la fin de la page 44 doit lui suffire pour ce calcul. Ce sera une épreuve de l'exactitude de son raisonnement.

Tant que ce calcul n'aura pas été fait, les discussions que nous pourrions avoir seraient sans utilité. C'est dans la crainte de mal comprendre la règle du cosinus que je ne fais pas le calcul moi-même.] (Poisson.)

sont celles dont il faudrait supposer que la molécule A a été déplacée N° XXXIV (G). suivant les directions AB et AD, pour que les mouvements qui seraient produits dans le fluide par chacun de ces dérangements considéré séparément reproduisissent, par leur réunion, les mouvements résultant du déplacement unique Ac. Et de même, si AB représente la vitesse dont la molécule A est animée à l'instant que l'on considère, les composantes AP et AQ de cette vitesse sont celles qu'il faudrait appliquer successivement au point A suivant les directions AB et AD pour que la réunion des effets produits séparément par chacune de ces deux impulsions reproduisît l'effet qui résulte de la vitesse AB. Cela posé, considérons les ondes excitées par les vitesses absolues imprimées au point matériel A; il sera facile de voir que les mêmes raisonnements pourront s'appliquer aux mouvements du fluide qui résultent des déplacements de A. J'admettrai ici le mode de propagation que vous avez considéré dans vos calculs et ses conséquences, c'est-à-dire que je supposerai les vibrations des ondes perpendiculaires à leur surface, les raisonnements qui m'ont servi à calculer les lois de la diffraction devant s'appliquer aussi bien à ce genre de vibration qu'à celui par lequel je m'explique maintenant les diverses propriétés de la lumière.

12. Nous ignorons jusqu'à présent suivant quelle loi les vitesses absolues des molécules situées sur la surface de l'onde BCD résultant de la vitesse AB imprimée à la molécule A varieront d'un point à l'autre de cette surface, à mesure qu'on s'écartera du rayon AC qui coïncide avec la direction de l'impulsion initiale; mais il est clair, 1° que ces variations seront symétriques de part et d'autre du rayon AC; 2° que la loi à laquelle elles seront assujetties sera aussi celle que les vitesses absolues résultant de l'impulsion AP suivraient de part et d'autre de AB, et les vitesses absolues envoyées par l'impulsion AQ, de part et d'autre de AD; 3° enfin, que sur la direction de chaque impulsion la vitesse absolue apportée par l'onde qu'elle produit est proportionnelle à l'énergie de la vitesse initiale: ceci est une conséquence immédiate du principe des petits mouvements. Si donc nous

N° XXXIV (G). prenons pour unité la vitesse absolue apportée en C par l'onde à laquelle l'impulsion AR a donné naissance.

$$\frac{AP}{AR}$$

sera la vitesse qu'apporterait en B l'onde résultant de l'impulsion AP, et

$$\frac{AQ}{AR}$$

la vitesse absolue que l'impulsion AQ enverrait en D. Supposons, pour simplifier le calcul, que les angles BAC et CAD soient égaux, et représentons-les chacun par a; BAD sera égal à $2a$, et l'on aura :

$$\frac{AP}{AR} = \frac{AQ}{AR} = \frac{\sin a}{\sin 2a} = \frac{1}{2\cos a};$$

ainsi les vitesses absolues que les deux impulsions AP et AQ enverraient respectivement en B et en D seraient égales à

$$\frac{1}{2\cos a}.$$

Cela posé, soit M un point quelconque de la même onde BCD : appelons x l'angle MAC; la vitesse absolue envoyée en M par l'impulsion AR sera égale à la vitesse envoyée en C, que nous avons prise pour unité, multipliée par une certaine fonction de l'angle CAM ou x, que je représenterai par Ψx. La vitesse absolue qui serait apportée au point M par l'onde résultant de l'impulsion AP serait égale à la vitesse absolue que cette onde apporterait en B, c'est-à-dire à

$$\frac{1}{2\cos a}$$

multipliant une fonction pareille de l'angle BAM ou de $a - x$; ainsi la vitesse produite en M par l'impulsion AP serait :

$$\frac{\Psi(a - x)}{2\cos a}$$

et celle que l'impulsion AQ enverrait au même point,

$$\frac{\Psi(a + x)}{2\cos a};$$

or ces vitesses absolues devant être normales à la surface de l'onde, d'après votre analyse, il suffit de les ajouter pour avoir leur résultante N° XXXIV (G)

$$\frac{\Psi(a-x)+\Psi(a+x)}{2\cos a},$$

quantité qui doit être égale à Ψx, vitesse absolue produite par l'impulsion AB. Cette équation, étant générale, a lieu encore quand x devient nul, c'est-à-dire quand le point M se confond avec le point C, auquel cas $\Psi x = 1$: on a donc alors :

$$\frac{\Psi a+\Psi a}{2\cos a}=1, \quad \text{ou} \quad \frac{\Psi a}{\cos a}=1\,;$$

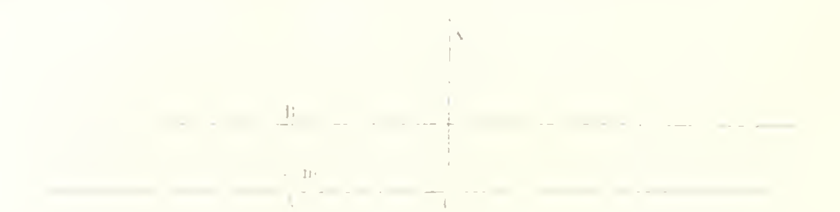
c'est-à-dire enfin, que $\Psi a = \cos a$; ce qui détermine la forme de la fonction Ψ (puisque a peut avoir une valeur quelconque), et nous apprend qu'à partir du rayon dirigé suivant l'impulsion primitive, les vitesses absolues décroissent proportionnellement au cosinus de l'angle que les autres rayons font avec cette direction. Le même raisonnement, appliqué aux autres molécules comprises dans l'ébranlement initial, nous conduirait à la même conséquence : or, puisque leurs oscillations sont aussi, par hypothèse, parallèles à la direction AC[1], les vitesses absolues que chacune d'elles imprimera aux divers points de l'onde qui en émane seront encore proportionnelles aux cosinus des angles que les rayons passant par ces points font avec la direction AC; de plus la partie du fluide ébranlée ayant très-peu d'étendue, les ondes

[1] J'ai supposé que, dans l'onde dérivée dont je prends ici un élément pour le considérer comme centre d'ébranlement, les points matériels qui composent cet élément oscillaient tous parallèlement au mouvement général de la tranche de l'onde dont ils font partie. Mais quand même plusieurs d'entre eux auraient des mouvements obliques, on arriverait encore au même résultat, parce qu'en décomposant ces petits déplacements obliques parallèlement et perpendiculairement au rayon, on aurait autant de composantes dirigées de droite à gauche que de composantes agissant de gauche à droite, lesquelles devraient en outre être égales de part et d'autre d'après la supposition que le centre de gravité de chaque élément différentiel de l'onde primitive se meut parallèlement au rayon : ainsi les ondes élémentaires résultant des petits mouvements des points matériels du centre d'ébranlement, perpendiculairement au rayon, se détruiraient mutuellement, et il ne resterait que les ondes élémentaires produites par les composantes parallèles au rayon.

N° XXXIV (G). envoyées par les différentes molécules qu'elle comprend se confondront sensiblement en une seule onde BCD ; et la distance entre les molécules extrêmes étant très-petite relativement à la longueur d'ondulation, les vitesses absolues qu'elles enverront simultanément en un point quelconque de l'onde BCD répondront sensiblement à la même époque de leur oscillation. On voit donc qu'en ajoutant ces vitesses absolues pour avoir l'effet total de l'ébranlement, les résultantes, en chaque point M de l'onde, seront proportionnelles au cosinus de l'angle MAC que le rayon AM fait avec la direction AC des vibrations initiales : il en serait de même dans l'onde occasionnée par les simples déplacements des divers points matériels du centre d'ébranlement. Ainsi les vitesses absolues de chaque point M de l'onde totale décroîtront d'abord très-lentement, à partir de la direction AC, et seront sensiblement égales à celle qui répond au rayon AC, tant que le rayon AM ne s'en écartera que d'un petit angle. Ce théorème, si opposé à celui que vous annoncez avoir déduit de votre analyse, n'aurait pas seulement l'avantage de répondre à votre objection, mais fournirait encore un moyen de calcul pour résoudre les problèmes de la diffraction dans des cas plus généraux et plus difficiles que ceux dont je m'étais occupé[a]. Lorsque je connaî-

Soumettez ce théorème à l'épreuve que j'ai citée plus haut. (Poisson.)

(a) Un billet de Poisson, daté du 20 juin 1823, précise l'énoncé de la question qu'il avait proposée pour éprouver l'exactitude des raisonnements de Fresnel. Ce billet est ainsi conçu :



« L'air est ébranlé dans toute la tranche dont l'épaisseur est AB ; tous les points compris dans la même section de cette tranche ont la même vitesse et la même densité ; on a

$$AB = \alpha, \quad Am = x.$$

trai l'analyse par laquelle vous êtes arrivé au résultat que vous annoncez, N° XXXIV (G)
peut-être pourrai-je m'expliquer à quoi tient cette opposition entre votre calcul et la conséquence que je viens de tirer du principe de la coexistence des petits mouvements, dont vous admettez aussi la généralité.

13. Le raisonnement ci-dessus n'est applicable que dans le cas où l'ébranlement a très-peu d'étendue relativement à la longueur d'ondulation. Si ses dimensions perpendiculaires à la direction des rayons contenaient au contraire un grand nombre de fois cette longueur, on pourrait dire des ébranlements infiniment petits dans lesquels on le diviserait par la pensée ce qui vient d'être dit pour un ébranlement très-peu étendu : mais, par l'effet des interférences des ondes élémentaires émanant de tous ces centres d'ébranlement, leur réunion, au lieu de produire un cône lumineux d'une grande ouverture angulaire, et dont les rayons varieraient d'intensité proportionnellement au cosinus de leur inclinaison, donnerait un faisceau de rayons sensiblement parallèles (si la surface de l'ébranlement est plane), et qui diminueraient brusquement d'intensité dès qu'ils s'écarteraient un peu de la direction de l'impulsion primitive (1). Ce résultat, conforme à l'expérience, est une conséquence immédiate des formules par lesquelles j'ai représenté les phénomènes de la diffraction.

14. Vous objecterez peut-être encore au raisonnement que je viens de faire pour le cas d'un petit ébranlement, qu'il établirait l'existence

« La vitesse du point m est fx et la condensation est Fx, ou, plus particulièrement, si vous voulez, « cette vitesse est $m\frac{\sin \pi x}{x}$, et cet excès de densité est $bm\frac{\sin \pi x}{x}$, m et b étant des constantes don« nées ; on demande quelles seront au bout du temps t la vitesse et la condensation d'un point quel« conque K, dont la distance CK à la couche ébranlée est donnée et représentée par x.

« Voilà la question dont je parlais à M. Fresnel, qui a, dans son théorème des vitesses latérales expri« mées par des cosinus, tout ce qu'il faut pour la résoudre.

« Le 29 juin 1823.

« Poisson. »

(1) C'est ce qu'il faudrait faire voir ; mais c'est une autre question. (Poisson.)

N° XXXIV (G). de rayons d'une égale intensité en sens opposé, lors même que l'ébranlement initial ferait partie d'une onde dérivée; mais je répondrai, comme je l'ai déjà fait, que ce n'est point une conséquence du principe sur lequel je m'appuie. En effet, j'arrive à cette loi du cosinus, en considérant séparément l'onde produite par les vitesses imprimées aux molécules comprises dans le centre d'ébranlement, et celle qui résulte de leurs simples déplacements, puis en les ajoutant ensemble : or, quand ces deux ondes poussent le fluide dans le même sens, elles se fortifient mutuellement par leur superposition; et si les intensités des divers points de la surface suivent la loi du cosinus dans l'une et dans l'autre, cette même loi aura encore lieu dans l'onde résultant de leur réunion. Si elles tendent à pousser les molécules du fluide en sens opposés, les vitesses absolues qu'elles apportent se retranchent et peuvent même se détruire mutuellement, dans le cas où elles sont égales; c'est ce qui a lieu pour les ondes rétrogrades, lorsque le centre d'ébranlement a la constitution particulière des ondes dérivées. Que l'on considère, par exemple, un élément d'une pareille onde au moment où ses molécules sont poussées en avant, c'est-à-dire dans le sens de la propagation de l'onde dérivée : on sait qu'alors ce mouvement en avant est accompagné d'une condensation, c'est-à-dire d'un rapprochement des molécules; si les molécules n'étaient que déplacées et d'ailleurs sans vitesse au même instant, il résulterait de leur rapprochement une force expansive qui pousserait le fluide en arrière comme en avant, et produirait ainsi une onde rétrograde semblable à celle qu'elle exciterait en avant, mais dans laquelle les vitesses absolues seraient de signe contraire; si, d'un autre côté, les molécules se trouvaient dans leurs positions d'équilibre au moment où l'on considère l'ébranlement, et recevaient seulement à cet instant les vitesses qui les poussent en avant, il en résulterait encore une onde en arrière, comme une onde en avant, puisque ces molécules seraient suivies par celles qui sont derrière, et ainsi de proche en proche; l'onde rétrograde serait encore de même intensité que l'onde qui se propagerait en avant, et elle déplacerait les molécules du fluide dans le même sens; mais

l'onde rétrograde résultant de la simple condensation les pousse en sens contraire. Ces deux mouvements se retrancheront donc l'un de l'autre dans les ondes rétrogrades dues à la condensation et aux vitesses des molécules, tandis qu'ils s'ajouteront dans les deux ondes qui se propagent en avant : si donc ces deux causes tendent à produire des effets égaux, comme cela a lieu dans le cas particulier des ondes dérivées [a], les ondes rétrogrades s'effaceront mutuellement, et les vibrations ne pourront se propager que dans le sens de la marche de l'onde dérivée. Vous voyez, Monsieur, que la manière dont j'applique le principe général des petits mouvements, loin d'être en opposition avec cette propriété des ondes dérivées, en présente au contraire une explication très-claire. N° XXXIV (G).

15. Je crois avoir justifié, par ce qui précède, les raisonnements sur lesquels repose ma théorie de la diffraction. Lorsque vous aurez résolu les mêmes problèmes par l'analyse beaucoup plus savante que vous employez, j'ose annoncer que vous trouverez les mêmes lois : alors vous ne les regarderez plus seulement comme des vérités de fait, mais comme des conséquences exactes de la théorie des ondes. Peut-être direz-vous encore que je suis arrivé à des résultats justes en raisonnant faux. Au reste, si cette mauvaise manière de raisonner me conduit à des vérités nouvelles, comme je l'espère, elle m'aura procuré tous les avantages qu'on peut retirer des bonnes méthodes, la facilité des découvertes et l'exactitude des résultats.

Dans une seconde lettre, je me propose de répondre aux objections que vous me faites sur mon explication de la réfraction, et de discuter l'hypothèse [1] que vous avez adoptée touchant la nature des ondes lumineuses.

---

[a] Comment cela a-t-il lieu dans les ondes dérivées ? C'est précisément la question, et il ne suffit pas que les deux mouvements soient en sens contraire. (Poisson.)

[1] Je ne fais aucune hypothèse, c'est au contraire l'auteur qui en fait une contraire aux lois du mouvement des fluides. (Poisson.)

N° XXXIV (G)

SECONDE PARTIE.

(Annales de chimie et de physique, t. XXIII, p. 113, cahier de juin 1823.)

---

16. Je crois avoir justifié, dans ma première lettre, la conséquence du principe général de continuité sur laquelle repose la solution que j'ai donnée depuis longtemps du problème de la diffraction : dans cette seconde lettre, je vais répondre aux objections que vous me faites sur l'explication de la réfraction, ainsi qu'aux articles de l'extrait de votre Mémoire où il est question de mes opinions théoriques touchant la cause de la dispersion, et la nature des vibrations lumineuses.

17. Dans mon explication de la réfraction, qui n'est au fond que celle de Huyghens combinée avec le principe des interférences, j'ai appliqué au cas où la lumière passe d'un milieu dans un autre la méthode qui m'avait servi à calculer les phénomènes de la diffraction. La démonstration de Huyghens établit bien, à mon avis, la loi de Descartes pour chaque onde incidente en particulier, si l'on entend par la surface de l'onde réfractée celle dont tous les points éprouvent simultanément le *maximum* d'agitation, parce que c'est en effet sur la surface qui satisfait à la loi de Descartes que les petits ébranlements élémentaires coïncident le mieux; c'est une conséquence de la propriété générale des *maxima* et *minima*, et qui doit s'appliquer dans tous les cas à la surface où parviennent en même temps tous les ébranlements de première arrivée. Il résulte de l'explication de Huyghens, comme aussi, je crois, de votre analyse, que l'onde incidente la plus mince doit toujours produire une onde réfractée très-étendue en arrière de la surface du *maximum* d'ébranlement, qui en forme la tête et dont le reste en est la queue, si l'on peut s'exprimer ainsi ; mais, à partir de la tête de l'onde, l'agitation du fluide s'affaiblit rapidement. Dans la réalité, les ondes lumineuses conservent cependant, après la réfraction, la même constitution qu'elles avaient auparavant, et sont seule-

ment rétrécies suivant le rapport des vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux. Cela tient à ce que les ondes produites par la même particule éclairante, au lieu d'être isolées, se succèdent régulièrement et sans interruption pendant un grand nombre d'oscillations de cette particule : or il s'ensuit que, si la vitesse dont elle est animée à chaque instant est proportionnelle au sinus du temps, comme cela a lieu pour tous les petits dérangements d'équilibre, les vitesses absolues apportées par les ondes seront aussi proportionnelles au sinus du temps, non-seulement dans le premier milieu, mais encore dans le second après la réfraction. On démontre aisément, d'après le principe de la composition des petits mouvements que, quelle que dût être l'étendue de ce que j'appelais tout à l'heure la queue d'une onde isolée, après la réfraction comme avant, il doit résulter de la succession régulière et indéfinie de toutes ces ondes et de leurs superpositions partielles une série d'ondes *sinusoïdales*, c'est-à-dire pour lesquelles les vitesses absolues d'un même point du fluide sont proportionnelles au sinus du temps. C'est ce que j'ai expliqué en détail dans mon *Mémoire sur la double Réfraction* [a], comme vous avez pu le voir, ayant été nommé commissaire par l'Académie des sciences pour juger la partie théorique de ce Mémoire. Je crois donc inutile de revenir sur ce sujet, à moins que la démonstration dont je parle ne vous paraisse pas satisfaisante. N° XXXIV (...)

18. Le principe qu'elle établit n'a pas seulement l'avantage de servir à prouver que la loi de Descartes est une conséquence du système des vibrations lumineuses ; mais, ce qui me semble beaucoup plus important pour l'avancement de la science, le même principe donne les moyens de calculer la marche et l'intensité des rayons réfractés dans le cas où la surface réfringente est limitée ou discontinue : problème que vous n'avez pas encore résolu par vos méthodes savantes et avec toutes les ressources de la haute analyse que vous possédez. Je ne doute pas néanmoins que vous n'y parveniez : alors les résultats auxquels vous arriverez vous paraîtront bien plus rigoureusement établis que ceux

[a] Voyez le N° XLVII.

N° XXXIV (G). qu'on déduit si simplement du principe des interférences : mais en définitive ils seront les mêmes.

19. L'explication de Huyghens, appliquée à une onde isolée, est une abstraction; combinée avec la supposition d'une série d'ondes sinusoïdales, elle devient une représentation des faits, et un moyen d'en calculer les lois dans les cas les plus généraux et les plus compliqués. Voilà pourquoi j'ai cru utile de faire cette modification ou plutôt cette addition à l'explication de Huyghens. Après m'être justifié à cet égard, je vais essayer maintenant de répondre aux difficultés qui vous font rejeter mon explication de la réfraction.

20. Vous m'objectez que les ondes élémentaires produites dans le second milieu, par chaque point ébranlé de la surface réfringente, ne peuvent pas être sphériques ou hémisphériques, comme je le suppose[a]. Soit AC la surface de séparation des deux milieux et F un point ébranlé de cette surface : considérons d'abord le milieu supérieur, que je supposerai être celui dans lequel la lumière se propage le plus promptement. Il est possible que le mouvement du point F ne se communique pas avec la même rapidité aux molécules situées dans les directions différentes FM et FI, tant qu'il s'agit de molécules très-voisines de la surface AC et qui peuvent ressentir l'influence du second milieu; mais, sorti de cette sphère d'activité, dont vous considérez l'étendue comme négligeable, l'ébranlement doit se propager dans le milieu supérieur aussi promptement que si l'autre milieu n'existait pas, et par conséquent avec des vitesses égales dans toutes les directions FI, FM, etc. d'où résulte une onde hémisphérique, ou du moins dont la forme sphérique ne peut être altérée que sur les rayons très-voisins de AC. La surface de cette



[a] D 8 7.

onde sera celle où se font sentir simultanément les ébranlements de première arrivée ; car l'ébranlement du point F ne peut pas arriver plus promptement à cette surface que par les lignes droites FL, FM, etc. Il n'en est plus de même dans le second milieu, ainsi que vous me l'avez fait observer : c'est-à-dire que, pour certaines directions telles que FQ, l'ébranlement arrivera plus promptement en Q par la ligne brisée FPQ que par la ligne droite FQ, s'il a parcouru FP dans le milieu supérieur ; mais encore faut-il que le sinus de l'angle TFQ du rayon FQ avec la normale FT surpasse le quotient de la vitesse de propagation dans le second milieu divisée par la vitesse de propagation dans le premier, c'est-à-dire que le rayon FQ sorte des limites de la réfraction. Entre les rayons FG et FH inclinés de manière que les sinus des angles HFT et TFG soient égaux au rapport dont je viens de parler, le lieu des ébranlements de première arrivée est évidemment la portion de surface sphérique HTG. Le reste de l'hémisphère compris entre ces rayons et AC satisfait aussi à la même condition pour les ébranlements qui se sont propagés uniquement dans le milieu inférieur, depuis leur départ du point F. Quant à ceux qui se seraient propagés en partie par le premier, et en partie par le second milieu, les points les plus éloignés qu'ils puissent atteindre au même instant sont ceux de la surface conique tronquée qui serait tangente à la surface sphérique LHGK, et aurait pour base le grand cercle AC de l'onde hémisphérique AMC produite au même instant dans le milieu supérieur. En faisant abstraction d'abord des rayons provenant de ce second mode de propagation, on pourra appliquer aux autres tout ce que j'en ai dit dans l'explication de la loi de Descartes, et considérant ensuite les rayons qui sont propagés par les deux milieux, on démontrera aisément qu'ils se détruisent mutuellement en chacun des points de l'onde réfractée où on les fera concourir. N° XXXIV (G).

Mais il est un moyen très-simple d'éviter l'objection que vous tirez de la forme des ondes élémentaires : c'est de les faire partir d'un plan parallèle à la surface réfringente, situé dans le second milieu, au lieu de placer leurs centres sur cette surface même. Dans le cas que j'ai con-

N° XXXIV (G). sidéré, où l'onde incidente étant plane les rayons incidents sont parallèles, il est clair que les différences entre les instants d'arrivée des divers rayons à ce second plan seront les mêmes que les différences entre leurs instants d'arrivée à la surface réfringente, puisqu'ils devront tous employer le même intervalle de temps à parcourir l'espace compris entre ces deux plans, vu la similitude des circonstances. Ainsi rien ne sera changé aux conséquences qu'on déduit de ces différences; et les centres des ondes élémentaires se trouvant alors situés dans l'intérieur du second milieu et aussi éloignés qu'on voudra de la surface réfringente, on ne pourra plus objecter que ces ondes ne sont pas sphériques, surtout dans la portion de leur surface qui concourra à la formation de l'onde réfractée. Cette légère modification apportée à l'explication de la loi de Descartes aura encore l'avantage de rendre applicable à ces ondes élémentaires le raisonnement par lequel j'ai montré, dans ma lettre précédente, que les rayons partis d'un centre d'ébranlement très-peu étendu peuvent être regardés comme sensiblement égaux en intensité quand ils sont presque parallèles, alors même que toutes les vibrations des molécules comprises dans le petit centre d'ébranlement s'exécutent suivant une seule direction.

21. Après avoir répondu aux objections contenues dans votre lettre, je me permettrai quelques observations sur plusieurs endroits de l'extrait de de votre Mémoire qui la précède. Vous me reprochez[a] d'avoir dit, dans le Supplément à la chimie de Thomson[b], qu'il est aisé de voir que les ondes étroites doivent parcourir un peu plus lentement le même milieu élastique que les ondes plus larges[1], lorsque la sphère d'activité des forces moléculaires s'étend à une distance qui n'est plus

[1] J'attache ici aux expressions *larges* et *étroites* le même sens que M. Poisson, c'est-à-dire que je veux parler de l'étendue de l'onde suivant la direction du rayon, qui est effectivement la petite dimension d'une onde sphérique; c'est cette dimension que j'ai appelée dans mes Mémoires, et que j'appelle encore dans cette lettre, *longueur d'ondulation*.

[a] D, 5 8.

[b] Voyez N° XXXI, § 56.

négligeable vis-à-vis de la longueur d'ondulation. A la vérité je m'étais N° XXXIV (c)
borné à énoncer ce théorème sans le démontrer, à cause du cadre étroit dans lequel j'étais obligé de me resserrer en rédigeant un article sur la lumière pour le Supplément à la traduction française de la chimie de Thomson; mais j'en ai donné une démonstration très-simple dans mon Mémoire sur la double réfraction [a], que vous avez entre les mains, et où vous pouvez encore voir cette explication (si elle vous a échappé à la première lecture), puisqu'il a été déposé au secrétariat de l'Institut.

22. J'ai aussi expliqué en détail, dans ce Mémoire, de quelle manière je concevais la propagation des vibrations transversales perpendiculaires aux rayons lumineux [b]. J'avais déjà exposé mes idées sur ce sujet avec assez de développement dans les Considérations mécaniques sur la polarisation de la lumière, tome XVII des Annales de chimie et de physique, page 179 [c]; j'avais montré comment ces petits déplacements des molécules qui oscillent parallèlement à la surface des ondes peuvent se transmettre d'une tranche à l'autre du fluide, et comment la résistance des molécules à ces petits déplacements peut se concilier avec l'état de fluidité du milieu vibrant. Il me semble donc inutile de revenir maintenant sur ce sujet; j'attendrai pour cela que vous ayez combattu les raisons par lesquelles j'ai démontré la possibilité de ce mode de propagation. Je vous répéterai seulement ici ce que j'ai déjà eu l'honneur de vous dire plusieurs fois : c'est que les équations du mouvement des fluides élastiques, dans lesquelles vous croyez devoir trouver tous les genres de vibration dont ils sont susceptibles, ne sont au fond qu'une abstraction mathématique très-éloignée de la réalité. Elles supposent ces fluides composés de petits éléments contigus et compressibles proportionnellement à la pression : cette hypothèse représente bien leurs propriétés statiques, mais non leurs propriétés

(a) Voyez N° XLIII, § 32.
(b) Voyez N° XLIII, § 39 à 45.
(c) N° XXII, § 10 et suivants.

N° XXXIV (G). dynamiques; car, par exemple, on n'en déduirait pas le frottement: ce qui tient à ce qu'on suppose entre les molécules une contiguïté qui n'existe pas. C'est donc à tort que vous croyez pouvoir décider, d'après l'accord ou la discordance entre les phénomènes de l'optique et les conséquences tirées de vos équations, si la lumière consiste en effet dans les vibrations d'un fluide universel dont la nature vous est inconnue. Je doute même que vos équations puissent vous donner toutes les vibrations des ondes sonores, quoique vous connaissiez beaucoup mieux les propriétés de l'air que celles de ce fluide universel[a].

L'hypothèse des vibrations transversales dans les ondes lumineuses n'est pas seulement nécessaire pour expliquer le phénomène singulier de la non-interférence des rayons polarisés à angle droit, mais encore pour concevoir la polarisation elle-même; car si l'on n'admet avec vous que des mouvements perpendiculaires aux ondes, c'est-à-dire dirigés suivant les rayons, tout devient semblable autour de ces rayons, et ils doivent avoir les mêmes propriétés de tous les côtés. Je suis surpris qu'une réflexion si simple ne vous ait pas ôté l'espoir de représenter les phénomènes de l'optique avec la définition des ondes lumineuses que vous avez adoptée. C'est parce que vous vous êtes trompé dans ce point de départ, que vos formules des intensités de la lumière réfléchie sous des incidences obliques ne s'accordent pas avec les faits[b]; que vous trouvez, pour la forme générale des ondes lumineuses dans

---

[a] Il est évident par ce passage, et c'est là peut-être le nœud de toute la discussion, que Fresnel et Poisson ne donnent pas le même sens au mot *fluide*, dont ils font sans cesse usage l'un et l'autre. Fresnel prend ce terme dans l'acception un peu vague où il est pris souvent par les physiciens lorsqu'ils parlent du fluide électrique, du fluide magnétique, du fluide lumineux, etc. et qu'ils entendent simplement par là des milieux qui offrent au mouvement de la matière pondérable une résistance encore moindre que celle du fluide aériforme le plus rare. Poisson appelle toujours fluide un milieu dans lequel les pressions, dans l'état de mouvement comme dans l'état de repos, sont normales aux éléments sur lesquels elles s'exercent. Il est bien clair qu'il ne saurait se propager de vibrations transversales dans un pareil milieu. [E. VERDET.]

[b] D § 10.

les cristaux, un ellipsoïde dont les trois axes seraient inégaux [a] : que N° XXXIV G.
vous êtes obligé d'admettre dans un même corps, pour expliquer la double réfraction, deux milieux élastiques qui transmettent séparément les vibrations lumineuses, et qu'enfin ces phénomènes de polarisation, qui accompagnent toujours la double réfraction, restent inexpliqués et deviennent même tout à fait inconcevables dans votre théorie.

23. Si, comme je le suppose, vous désirez employer au perfectionnement de l'optique les hautes connaissances que vous possédez en analyse, vous changerez bientôt d'opinion sur la nature des vibrations lumineuses, et vous admettrez l'hypothèse des oscillations transversales, mais sans doute par des raisons qui vous paraîtront meilleures que les miennes. Vous trouverez alors, pour la forme générale des ondes lumineuses dans les corps doués de la double réfraction, une surface du quatrième degré, au lieu d'un ellipsoïde : votre analyse sera plus rigoureuse que mes calculs, mais vous donnera la même équation. Cette hypothèse vous conduira probablement aussi aux formules que j'en ai déduites pour les intensités de la lumière réfléchie sous des incidences obliques, formules qui ont l'avantage de s'accorder avec les faits et de représenter plusieurs phénomènes dont vous ne vous êtes pas encore occupé [1].

Je me propose de chercher une démonstration rigoureuse et générale de ces formules, lorsque j'en aurai le loisir : je l'ai déjà trouvée pour le cas où les rayons sont polarisés suivant le plan d'incidence, en supposant que les deux milieux en contact diffèrent non-seulement de densité, mais aussi d'élasticité, c'est-à-dire que la dépendance mutuelle des tranches contiguës parallèles aux ondes n'est pas la même dans les deux milieux : j'ai trouvé que la proportion de lumière réfléchie dépendait uniquement du rapport entre les vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux, et était encore représentée par la formule à laquelle j'avais été conduit, en supposant aux deux milieux la même élasticité [b].

---

[a] D, § 5.

[b] D, § 5.

[1] Quoique cette lettre ait terminé sans conclusion apparente tout échange régulier de notes écrites entre A. Fresnel et Poisson, il est permis de croire que la controverse n'avait pas été sans résultats

N° XXXIV (G). Le Mémoire sur la propagation du mouvement dans les fluides élastiques [N° XXXIV (D)] n'a jamais été imprimé dans son entier (*Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut*, t. X, p. 317), et on reconnaîtra facilement l'influence des doctrines de Fresnel dans plusieurs écrits de Poisson postérieurs à 1823, par exemple dans ce passage : « J'ai supposé ces corps formés de molécules disjointes, séparées les unes des autres par des espaces vides de matière pondérable, ainsi que cela a effectivement lieu dans la nature. Jusque-là, dans ce genre de questions, on s'était contenté de considérer les mobiles comme des masses continues, que l'on décomposait en éléments différentiels, et dont on exprimait les attractions et les répulsions par des intégrales définies. Mais ce n'était qu'une approximation à laquelle il n'est plus permis de s'arrêter lorsqu'on veut appliquer l'analyse mathématique aux phénomènes qui dépendent de la constitution des corps, et fonder sur la réalité les lois de leur équilibre et de leur mouvement. » (*Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps solides élastiques et des fluides*) : *Annales de chimie et de physique*, t. XLII, p. 145. — *Journal de l'École Polytechnique*, t. XIII, p. 1. — Voyez également *Mémoires sur l'équilibre des fluides et sur la propagation du mouvement dans les milieux élastiques*. (*Annales de chimie et de physique*, t. XXXIX, p. 333; t. XLIV, p. 423.) [S.]

Les idées de Poisson sur la théorie de la lumière ont fini par se modifier bien plus profondément encore que ne l'indiquent les écrits auxquels renvoie M. de Senarmont. Dans l'extrait du Mémoire sur la propagation du mouvement dans les milieux élastiques, que les Annales de chimie et de physique ont publié (t. XLIV, p. 423), peu de temps après la séance académique du 11 octobre 1830, où le Mémoire avait été lu, Poisson parle des vibrations *transversales* des corps solides, mais il affirme que de l'existence de ce genre particulier de vibrations dans les corps solides *on ne doit rien conclure à l'égard de l'éther lumineux, qui ne peut être qu'un fluide très-rare au travers duquel la terre et les corps célestes se meuvent librement.* Cette restriction a entièrement disparu du texte du Mémoire imprimé une année après dans le tome X des Mémoires de l'Académie. Enfin le préambule du Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps cristallisés, qui est la dernière œuvre scientifique de Poisson, se termine par la déclaration suivante :

« Je présenterai à l'Académie, le plus tôt qu'il me sera possible, un autre Mémoire où se trouveront les lois des petites vibrations des fluides, déterminées d'après le principe fondamental qui distingue ces corps des solides, que j'ai exposées en plusieurs occasions (*Traité de Mécanique*, n° 645), et dont il est indispensable de tenir compte lorsque le mouvement se propage avec une extrême rapidité, *ce qui rapproche en général les lois de cette propagation de celles qui ont lieu dans les corps solides.* J'appliquerai ensuite les résultats de ce second Mémoire à la théorie des ondes lumineuses, c'est-à-dire, aux petites vibrations d'un éther impondérable, répandu dans l'espace ou contenu dans une matière pondérable, telle que l'air ou un corps solide cristallisé ou non ; question d'une grande étendue, mais qui n'a été résolue jusqu'à présent, malgré toute son importance, en aucune de ses parties, *ni par moi dans les essais que j'ai tentés à ce sujet*, ni selon moi par les autres géomètres qui s'en sont occupés. » (*Mémoires de l'Académie des sciences*, t. XVIII, p. 6.)

Si l'on rapproche l'un de l'autre les passages de cette citation que nous avons soulignés, et si l'on se rappelle que dans ses premiers essais Poisson a constamment assimilé les vibrations lumineuses aux vibrations sonores de l'air (voyez dans ce N° les pièces D et E, et plus loin le Mémoire sur les anneaux colorés, n° XXXV), il est difficile, ce nous semble, de n'être pas convaincu que, dans le Mémoire qu'il annonce et que la mort ne lui a pas permis de rédiger, Poisson aurait définitivement adopté l'hypothèse de Fresnel sur la nature de la lumière. Ainsi se serait réalisée de tout point l'espèce de prédiction contenue dans le paragraphe auquel se rapporte la présente note. [E. VERDET.]

N° XXXV.

NOTE

SUR

LE PHÉNOMÈNE DES ANNEAUX COLORÉS,

PAR M. POISSON.

LUE À L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LE 31 MARS 1823 [1].

(*Annales de chimie et de physique*, t. XXII, p. 337, cahier d'avril 1823.)

C'est, comme on sait, pour expliquer le phénomène des anneaux colorés que Newton imagina d'attribuer à la lumière des propriétés périodiques, connues sous la dénomination d'*accès* de facile ou de difficile transmission, et dont les lois ne sont autres que les lois mêmes de ce phénomène. La théorie newtonienne permet effectivement de supposer aux atomes lumineux de nouvelles propriétés, à mesure que l'on découvre de nouveaux phénomènes; mais la théorie des ondulations n'est pas aussi commode. On ne peut donner aux ondes d'autres propriétés que celles qui résultent des lois de la mécanique; et les conséquences qui s'en déduisent par une analyse rigoureuse doivent s'accorder avec l'expérience, sans quoi la théorie serait en défaut et devrait être abandonnée. Euler expliquait, dans cette théorie, le phénomène des anneaux

[1] Ce Mémoire de Poisson, cité par A. Fresnel dans une Note sur le phénomène des anneaux colorés (ci-après, N° XXXVI), rappelle les formules d'intensité que l'auteur avait précédemment établies (*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut*, pour 1817, p. 305), pour représenter les vitesses vibratoires, réfléchies et réfractées sous l'incidence perpendiculaire à la surface de séparation de deux milieux élastiques superposés.

N° XXXV. colorés [1], en assimilant les lames minces, d'épaisseurs inégales, auxquelles correspondent des anneaux de couleurs diverses, aux flûtes de différentes longueurs qui font entendre des tons différents. Selon lui, ces anneaux, et généralement les corps colorés, ne sont pas vus par de véritables réflexions : les ondes émanées d'un corps lumineux mettent en mouvement les lames minces, ou les molécules superficielles des corps qu'elles atteignent; celles-ci exécutent des vibrations dont la répétition dépend de l'épaisseur de ces lames, ou de la grandeur des interstices qui séparent ces molécules; et ces vibrations excitent à leur tour, dans l'éther environnant, des vibrations isochrones, qui vont porter à l'œil la sensation ou la couleur correspondant à leur rapidité. Il concluait de là, conformément à l'observation, que l'apparence d'une lame mince doit redevenir la même toutes les fois que son épaisseur est devenue double, triple, ou un multiple exact de ce qu'elle était d'abord; de même que deux flûtes font entendre le même ton, en général, lorsque leurs longueurs sont un multiple quelconque l'une de l'autre. Il aurait encore pu voir, d'après la même comparaison, que deux lames minces de matières différentes répondront à la même couleur quand leurs épaisseurs seront en raison des vitesses de la lumière dans les matières de ces lames, ou, autrement dit, dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant d'une matière à l'autre; ce qui s'accorde aussi avec l'expérience. Nous pouvons même ajouter qu'en examinant avec attention la manière dont le son est formé dans les flûtes de longueurs inégales, et suivant toujours la comparaison et les idées d'Euler, on serait conduit à la véritable explication du phénomène des anneaux colorés dans la théorie des ondulations. Quoi qu'il en soit, le principe de leur formation n'a été connu que dans ces derniers temps : c'est M. Th. Young qui a montré que, dans cette théorie, on doit les attribuer à l'interférence des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame mince; mais, en adoptant ce principe, l'explication de cet ingénieux physicien, telle que M. Fresnel l'a rapportée [2] [a], ne m'a pas semblé suffisante, et je me suis proposé de la compléter pour le cas, du moins, où les anneaux sont formés sous l'incidence perpendiculaire.

[1] *Académie de Berlin*, année 1752. — [2] *Supplément à la chimie de Thomson*, p. 70.

---

[a] Voyez N° XXXI, § 45.

En effet, lors même que les ondes réfléchies aux deux surfaces de la lame mince ont entre elles la différence de marche nécessaire à l'interférence, il faut encore qu'elles aient la même intensité pour se détruire complètement : or, l'une d'elles n'ayant éprouvé qu'une seule réflexion, et l'autre une pareille réflexion et deux réfractions, elles ont dû être inégalement affaiblies. Il paraîtrait donc impossible qu'il y eût jamais des anneaux parfaitement obscurs ; ce qui serait contraire à l'observation. Mais on doit observer que la lumière qui a pénétré dans l'intérieur de la lame mince y éprouve successivement une infinité de réflexions, à chacune desquelles une portion de cette lumière est émise au dehors : c'est donc la somme de toutes ces lumières partielles, et non pas seulement les deux premiers termes de cette série infinie, qu'il est nécessaire de considérer dans l'interférence ; mais, pour calculer cette somme, il faut connaître suivant quelles lois les ondes lumineuses s'affaiblissent dans la réflexion et dans la réfraction ; or, en employant, pour cet objet, les formules que j'ai données dans un précédent Mémoire, et qui se rapportent à l'incidence perpendiculaire, on trouve exactement zéro pour la lumière réfléchie aux épaisseurs de la lame mince qui répondent, suivant l'expérience, aux anneaux obscurs ; et, ce qui en est une conséquence, on trouve, aux mêmes épaisseurs, l'intensité de la lumière transmise égale à celle de la lumière incidente. N° XXXV

Pour donner plus de généralité à la question, et pour la rendre aussi plus intéressante, je supposerai que les deux milieux entre lesquels la lame mince est interposée soient formés de matières différentes. Dans ce cas général, mais toujours pour l'incidence perpendiculaire, on trouve que les intervalles compris entre les anneaux de même intensité et les différences d'épaisseur de la lame qui leur correspondent ne dépendent que de la matière de cette lame, et nullement de la nature des deux milieux extérieurs, la différence d'épaisseur pour deux anneaux consécutifs formés avec une lumière homogène étant toujours égale à la demi-largeur des ondes dans la matière même de la lame. On trouve aussi qu'aux points où l'épaisseur de la lame est un multiple exact de cette demi-largeur, l'intensité des anneaux réfléchis ou transmis est indépendante de la matière et de l'existence même de la lame, et qu'elle ne dépend que de la nature des deux milieux qui la contiennent, c'est-à-dire qu'en ces points l'intensité de la lumière réfléchie ou transmise est égale à celle qui aurait lieu si l'on supprimait la lame interposée et que les deux milieux fussent

N° XXXV. en contact immédiat : c'est pour cette raison que, dans le cas ordinaire où ils sont formés de la même matière, et où, par conséquent, il n'y aurait plus aucune lumière réfléchie au passage de l'un à l'autre, les anneaux réfléchis sont parfaitement obscurs aux points dont nous parlons. Les deux milieux extérieurs étant différents, si la matière de la lame interposée a été choisie de manière que la vitesse de la lumière y soit une moyenne géométrique entre ses vitesses dans ces deux milieux, le calcul montre qu'il se formera encore, dans ce cas particulier, des anneaux obscurs vus par réflexion; et ces anneaux répondront exactement aux points où tombent les *maxima* des anneaux brillants dans le cas ordinaire, savoir, aux points où les épaisseurs de la lame sont des multiples impairs du quart de largeur des ondes dans son intérieur; résultat singulier, qui mériterait d'être confirmé par des observations directes.

Voici maintenant le calcul très-simple qui conduit à ces propriétés des anneaux colorés.

Désignons par a et a' les vitesses de la lumière dans les deux milieux extérieurs: a se rapportant au milieu en contact avec la surface de la lame mince, sur laquelle la lumière vient tomber perpendiculairement, et a' appartenant à celui qui répond à l'autre surface, par laquelle la lumière est transmise dans la même direction. Soit aussi b la vitesse de la lumière dans l'intérieur de la lame. Appelons v, v', v'', les vitesses propres des particules lumineuses dans les ondes incidente, transmise et réfléchie, considérées à la première surface de la lame, et u, u', u'', les mêmes vitesses relativement à la seconde surface; d'après ce que j'ai trouvé dans le Mémoire cité plus haut, nous aurons [1] :

$$v'' = \frac{b-a}{b+a}v, \qquad v' = \frac{2b}{b+a}v, \qquad u'' = \frac{a'-b}{a'+b}u, \qquad u' = \frac{2a'}{a'+b}u,$$

en observant que, dans ces formules, les vitesses positives se rapportent à la direction de la lumière incidente, et les vitesses négatives à la direction opposée.

Supposons encore que la vitesse v réponde à un temps t quelconque; soit θ un intervalle de temps donné, et représentons par v_1, v_2, v_3, etc. les valeurs de v correspondant aux temps $t-\theta$, $t-2\theta$, $t-3\theta$, etc. soit enfin l l'épaisseur de la lame mince; si θ est le temps que la lumière emploie à parcourir le double de cette épaisseur, en sorte que l'on ait :

$$\theta = \frac{2l}{b};$$

[1] *Académie des sciences*, année 1817, p. 375 et suiv.

et si l'on considère une série continue et indéfiniment prolongée d'ondes partant d'un même point lumineux et tombant perpendiculairement sur la lame mince, il est évident que l'œil d'un observateur qui regarderait cette lame dans la même direction devra recevoir au même instant, soit par réflexion, soit par transmission, toutes ces vitesses v, v_1, v_2, v_3, etc. affaiblies chacune suivant le nombre de réflexions ou de réfractions qu'elle aura subies. N° XXXV.

Cela posé, appelons V la vitesse totale reçue par réflexion : elle se composera 1° de la vitesse v qui aura subi une réflexion à la première surface de la lame, et sera multipliée par le facteur

$$\frac{b-a}{b+a};$$

2° des autres vitesses v_1, v_2, v_3, etc. qui auront toutes éprouvé deux réfractions en traversant cette surface en sens opposés, et seront multipliées, pour cette raison, par les facteurs

$$\frac{2b}{b+a} \quad \text{et} \quad \frac{2a'}{a'+b};$$

et parmi lesquelles la vitesse quelconque v_{n+1} aura subi en outre, dans l'intérieur de la lame, un nombre $n+1$ de réflexions à la seconde surface, et un nombre n à la première; de sorte qu'elle sera multipliée par la puissance $n+1$ du facteur

$$\frac{a'-b}{a'+b},$$

et par la puissance n du facteur

$$\frac{a-b}{a+b}.$$

Donc, en faisant, pour abréger,

$$\frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{a'-b}{a'+b}=h,$$

la valeur complète de V sera,

$$V=\frac{b-a}{b+a}v+\frac{4ab(a'-b)}{(a+b)^2(a'+b)}(v_1+hv_2+h^2v_3+h^3v_4+\text{etc.}).$$

En appelant de même U la vitesse totale reçue par transmission, elle se composera de toutes les vitesses v, v_1, v_2, etc. qui auront éprouvé deux réfractions

N° XXXV en traversant les deux surfaces de la lame, et seront conséquemment multipliées par les facteurs

$$\frac{2b}{b+a} \qquad \text{et} \qquad \frac{2a'}{a'+b};$$

et parmi lesquelles la vitesse quelconque v_{n+1} aura subi, dans l'intérieur de la lame, un nombre n de réflexions à chacune de ses surfaces; ce qui lui aura donné pour facteur la puissance n du produit h. La vitesse U aura donc, pour valeur complète :

$$U = \frac{4a'b}{(a+b)(a'+b)}\left(v + hv_1 + h^2v_2 + h^3v_3 + \text{etc.}\right)$$

Maintenant supposons que la lumière qui tombe sur la lame soit homogène, et soit λ la durée des vibrations correspondant à sa couleur. La vitesse v restera la même, en signe et en grandeur, toutes les fois que le temps t auquel elle se rapporte variera d'un multiple quelconque de λ, et elle changera de signe, sans changer de grandeur, lorsque le temps t variera d'un multiple impair de $\frac{1}{2}\lambda$; si donc l'intervalle de temps θ varie d'un multiple exact de λ, toutes les vitesses v, v_1, v_2, etc. resteront les mêmes, et les valeurs de V et U ne changeront pas; mais, pour cela, il faudra que l'épaisseur l de la lame augmente ou diminue d'un multiple de $\frac{1}{2}b\lambda$, c'est-à-dire d'un multiple de la demi-largeur des ondes lumineuses dans la matière dont la lame est formée; donc, pour une semblable variation d'épaisseur, la teinte de la lame, vue par réflexion ou par transmission, ne devra pas changer, comme nous l'avons énoncé plus haut.

Pour déduire des formules précédentes l'autre conséquence générale que nous avons également énoncée, supposons que θ soit un multiple de λ, ou, autrement dit, que l'épaisseur l soit un multiple exact de la demi-largeur $\frac{1}{2}b\lambda$ des ondes; nous aurons $v = v_1 = v_2 = v_3 =$ etc. et en observant que,

$$1 + h + h^2 + h^3 + \text{etc.} = \frac{1}{1-h},$$

les valeurs de V et de U deviendront :

$$V = \left(\frac{b-a}{b+a} + \frac{4ab(a'-b)}{(a+b)^2(a'+b)}\cdot\frac{1}{1-h}\right)v, \quad U = \frac{4a'bv}{(a+b)(a'+b)}\cdot\frac{1}{1-h};$$

remettant pour h sa valeur et réduisant, il vient,

$$V = \frac{(a'-a)v}{a'+a}, \quad U = \frac{2a'v}{a'+a};$$

ce qui montre que la lumière réfléchie et la lumière transmise sont les mêmes N° XXXV
que si la lame mince n'existait pas, et que les deux milieux, dans lesquels les vitesses de propagation sont a et a', fussent en contact immédiat. Dans le cas particulier où ces deux milieux sont de la même matière, et où l'on a $a = a'$, la lumière réfléchie est nulle, et la lumière transmise exactement égale à la lumière incidente. On peut remarquer, à cette occasion, que quand on fait interférer deux lumières homogènes, parties d'un même point avec la même intensité, et dont l'une a traversé, dans sa route, une lame à faces parallèles, la destruction de lumière ne peut être complète qu'autant que l'épaisseur de cette lame est un multiple exact de la demi-largeur des ondes dans la matière dont la lame est formée.

Appliquons encore les valeurs de V et U au cas où l'épaisseur l est un multiple impair du quart de la largeur des ondes, ou de

$$\tfrac{1}{4} b\theta;$$

le temps θ sera le même multiple de

$$\tfrac{1}{4}\lambda;$$

et par conséquent on aura

$$r = -r_1 = r_2 = -r_3 = \ldots\ldots;$$

et à cause de

$$1 - h + h^2 - h^3 + \ldots\ldots = \frac{1}{1+h},$$

il en résultera :

$$V = \left(\frac{b-a}{b+a} - \frac{4ab(a'-b)}{(a+b)^2(a'+b)}\,\frac{h}{1+h}\right)c, \quad U = \frac{4abc}{(a+b)(a'+b)(1+h)}.$$

Substituant à la place de h sa valeur et réduisant, on trouve

$$V = \frac{b^2 - aa'}{b^2 + aa'}\,c, \quad U = \frac{2bac}{b^2 + aa'}.$$

L'intensité de la lumière a pour mesure la densité du milieu dans lequel elle se propage, multipliée par le carré de la vitesse propre de ses particules, et par la largeur des ondes dans ce milieu, laquelle largeur est proportionnelle à la vitesse de propagation; si donc on appelle η et η' les densités des

N° XXXV. deux milieux différents dans lesquels la lumière est réfléchie et transmise, les intensités correspondantes auront pour mesure : $\eta a V^2$ et $\eta' a' U^2$; et elles devront être égales à l'intensité $\eta a v^2$ de la lumière incidente, en sorte que l'on aura

$$\eta a V^2 + \eta' a' U^2 = \eta a v^2.$$

Mais quand plusieurs fluides sont en contact, la force élastique doit être la même pour tous; d'ailleurs l'élasticité, dans chaque fluide, est égale à sa densité multipliée par le carré de la vitesse de propagation des ondes; on aura donc

$$\eta a^2 = \eta' a'^2 ;$$

au moyen de quoi l'équation précédente se change en celle-ci,

$$V^2 + \frac{a}{a'} U^2 = v^2,$$

laquelle est identique, en vertu des valeurs de V et U ; ce qu'il n'était pas inutile de vérifier.

Si l'on suppose que la vitesse de propagation dans la lame mince soit une moyenne proportionnelle entre les vitesses dans les deux milieux extérieurs, ou qu'on ait $b^2 = aa'$, il en résultera $V = 0$; ce qui montre que, dans ce cas particulier, la réflexion sera nulle aux épaisseurs de la lame qui seront des multiples impairs du quart de largeur des ondes, ou, autrement dit, il y aura des anneaux obscurs aux points qui répondent aux *maxima* des anneaux brillants, dans le cas ordinaire où les deux milieux extérieurs sont les mêmes et où l'on a $a' = a$.

N° XXXVI (A).

NOTE

SUR

LE PHÉNOMÈNE DES ANNEAUX COLORÉS.

(*Annales de chimie et de physique*, t. XXIII, p. 129. — Cahier de juin 1823.)

M. Poisson a relevé avec raison une erreur grave dans laquelle je suis tombé en exposant l'explication si simple du phénomène des anneaux colorés, que fournit le principe des interférences [a]. On sait que l'interférence de deux séries d'ondes lumineuses ne peut produire une obscurité complète, dans les points où leurs mouvements vibratoires sont opposés, qu'autant que ces mouvements ont la même énergie. Or il semble au premier abord que les rayons réfléchis par le second verre ne sauraient avoir rigoureusement la même intensité que les rayons réfléchis à la surface inférieure du premier, puisque cette réflexion partielle a déjà affaibli le faisceau lumineux qui vient tomber sur le second verre. Voilà pourquoi j'avais pensé que le noir foncé des anneaux obscurs des deux ou trois premiers ordres, dans la lumière homogène, tenait à la faible proportion de lumière réfléchie par le verre. J'ignore si M. Young a fait la même faute [b]; mais elle

[1] *Supplément à la chimie de Thomson*, p. 70. (N° XXXV, § 45.)

[a] Rectification insérée aux Annales de chimie et de physique, à l'occasion du Mémoire de Poisson. N° XXXV.

[b] La même inadvertance paraît avoir été commise par Young. (Voyez *Philosophical Transactions*, for 1802, p. 12; *Philosophical Transactions*, for 1804; *Supplement to the Encyclopædia Britannica*, art. *Chromatics*.)

N° XXXVI (A). était d'autant moins excusable de ma part que j'avais eu occasion d'observer le noir foncé des anneaux obscurs sous des incidences très-obliques et tout près de celles où la réflexion devient totale, en employant deux prismes appliqués l'un contre l'autre par leurs bases, dont l'une était légèrement convexe. De cette manière la lumière réfléchie à la face d'entrée du verre supérieur ne se mêle pas avec celle qui produit les anneaux. Cette expérience n'était pas sans doute présente à ma mémoire lorsque je rédigeais l'explication des anneaux colorés. Je suis étonné aussi de n'avoir pas songé à calculer l'effet produit par le nombre infini de réflexions qui s'opèrent entre les deux surfaces de la lame d'air, dans un moment où je venais de faire un calcul semblable pour comparer mes formules des intensités de lumière réfléchie sous des incidences obliques, avec les observations de M. Arago sur les quantités totales de lumière réfléchie et transmise par une plaque de verre[1].

Pour démontrer par ce calcul, comme vient de le faire M. Poisson, que les milieux des anneaux obscurs doivent être d'un noir absolu, je n'avais pas besoin de connaître sa formule de l'intensité de la lumière réfléchie sous l'incidence perpendiculaire (ou plutôt la formule de M. Young, puisque c'est M. Young qui l'a donnée le premier); le théorème dont il s'agit est indépendant de cette formule, comme de celles que j'ai trouvées pour les cas des incidences obliques[2]. Les seules conditions nécessaires à la démonstration de ce théorème, c'est que les deux corps transparents en contact aient le même pouvoir réfléchissant, et que la lumière soit réfléchie en proportions égales à la première et à la seconde surface d'une même plaque transparente : or

[1] *Annales de chimie et de physique*, t. XVII. N° XXII, § 19.] Ce calcul diffère de l'autre seulement en ce que ce sont les forces vives, ou les carrés des vitesses absolues, qu'il faut ajouter, pour la plaque de verre épaisse, et non les simples vitesses, comme pour la *mince* lame d'air qui réfléchit les anneaux; mais, du reste, c'est toujours, dans un cas comme dans l'autre, une progression géométrique infinie qu'il faut sommer.

[2] Voyez N° XXII, § 18 et suiv.

cette seconde condition est une loi générale de la réflexion de la lumière dans les milieux diaphanes. M. Arago s'est assuré, par des expériences très-précises, que, lorsqu'on fait tomber un faisceau de lumière sur une plaque de verre à faces parallèles (quelle que soit d'ailleurs son inclinaison), il y a la même proportion de lumière réfléchie à la première surface, en dehors de la plaque, et à la seconde surface en dedans du verre. En s'appuyant sur ce seul fait, et sans le secours d'aucune formule, on explique aisément le noir si foncé que présentent les anneaux obscurs, même sous des incidences très-obliques[a]. N° XXXVI (A).

Afin de donner au calcul plus de simplicité, je rapporterai les vitesses absolues des molécules éthérées excitées par les ondes lumineuses qui se propagent dans les deux corps transparents superposés, et la lame d'air qui les sépare, à un milieu commun, celui, par exemple, où s'opère l'interférence de toutes les ondes réfléchies; c'est-à-dire que je supposerai les vitesses absolues des molécules de chacun des trois milieux multipliées par un facteur tel qu'elles représentent, dans le milieu auquel on les rapporte, des forces vives ou des quantités de lumière équivalentes; de cette manière il n'est plus nécessaire d'exprimer les diverses densités des trois milieux en contact, puisque toutes les vitesses absolues sont censées comptées dans un même milieu. Cela posé, prenons pour unité le coefficient commun des vitesses absolues dans les ondes lumineuses qui tombent sur la première surface de la lame d'air : représentons par m le coefficient commun des vitesses absolues dans les ondes réfléchies et par n celui des ondes transmises. Puisque nous supposons qu'il n'y a point de lumière perdue, nous aurons :

$$m^2 + n^2 = 1\ ;$$

car les vitesses absolues 1, m et n étant rapportées à un même milieu, les quantités de lumière correspondantes sont proportionnelles aux carrés de ces vitesses.

L'intensité n des vitesses absolues pour la lumière transmise dans la

---

[a] Voyez plus haut, au N° XXXIV (D), deux notes du paragraphe 10.

N° XXXVI (A). lame d'air devient mn après sa réflexion sur la seconde surface de cette lame, puisque nous supposons le même pouvoir réfléchissant aux deux verres superposés, et que, lorsqu'un rayon tombe sur une plaque transparente, il y a la même proportion de lumière réfléchie en dedans et en dehors de la plaque. Mais, comme M. Young l'a observé le premier, les vitesses absolues doivent être de signes contraires, selon que la réflexion s'opère en dehors ou en dedans du milieu le plus dense [1]. Si donc nous supposons m positif, pour la réflexion à la première surface de la lame d'air, le coefficient mn correspondant à la réflexion sur la seconde surface sera négatif et deviendra $-mn^2$, après que les rayons auront traversé une seconde fois la surface supérieure. Je suppose que le chemin qu'ils ont parcouru dans la lame d'air, en la traversant ainsi deux fois, est égal à une ondulation, ou un nombre entier d'ondulations, de sorte qu'il ne change rien à la grandeur ni au signe des vitesses absolues apportées simultanément au point d'interférence. Tandis qu'une portion de ces rayons sort de la lame d'air, une autre portion est réfléchie en dedans, puis ramenée vers la face supérieure par une troisième réflexion sur la surface inférieure, et enfin transmise à son tour. La vitesse absolue qu'elle apporte sera représentée en conséquence par $-m^3n^2$; celle qu'apporteront les ondes qui auront éprouvé deux réflexions de plus sera $-m^5n^2$, et ainsi de suite. La somme totale des vitesses absolues des ondes réfléchies par les deux surfaces de la lame d'air sera donc égale à

$$m - mn^2 - m^3n^2 - m^5n^2 - \text{etc.}$$

ou

$$m[1 - n^2(1 + m^2 + m^4 + \text{etc.})],$$

ou

$$m\left(1 - \frac{n^2}{1 - m^2}\right),$$

[1] *On the Theory of Light and Colours, from Philosophical Transactions*, for 1802, p. 12; Prop. IV et VIII; corol. II. — *An Account of some cases of the production of Colours not hitherto described, from Philosophical Transactions*, for 1802, p. 387.

ou enfin, N° XXXVI (A)

$$m\left(\frac{1 - m^2 - n^2}{1 - m^2}\right);$$

mais $m^2 + n^2 = 1$; donc la somme des vitesses absolues sera nulle, et partant la lumière réfléchie; donc les anneaux réfléchis devront offrir un noir parfait aux points pour lesquels la différence de marche entre les rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air est égale à une longueur d'ondulation, ou contient un nombre entier d'ondulations.

J'ai supposé ici que les proportions de lumière réfléchie et transmise restent les mêmes pour les mêmes incidences, quel que soit le nombre des réflexions précédentes : cela n'est exact qu'autant que la lumière est polarisée parallèlement ou perpendiculairement au plan d'incidence, parce que ses vibrations, s'exécutant alors suivant ce plan, ou dans un sens perpendiculaire, ne changent plus de direction, mais seulement d'intensité, par les réflexions successives. Ce n'est donc qu'à des vibrations parallèles ou perpendiculaires au plan d'incidence qu'on doit appliquer le calcul précédent; mais comme on peut toujours décomposer les vibrations des rayons incidents parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence, s'il y a absence totale de réflexion pour chacun de ces deux systèmes de composantes, il n'y aura plus de lumière réfléchie dans aucun cas.

Le calcul que je viens de faire suppose aussi que les deux faces de la lame d'air sont parfaitement parallèles, de sorte que l'intervalle qui les sépare reste constant, quel que soit le nombre des réflexions obliques. Mais dans l'expérience ordinaire des anneaux colorés il n'en est pas rigoureusement ainsi : il serait donc possible que, lorsque l'incidence est très-oblique, il fallût tenir compte de la courbure des verres en contact, et des variations qui en résultent dans le trajet que les mêmes rayons ont à parcourir pour aller d'une surface à l'autre.

N° XXXVI (B).

CALCUL

POUR

LES ANNEAUX PRODUITS

PAR L'INTERPOSITION D'UNE LAME MINCE TRANSPARENTE

DANS LES RAYONS RÉFLÉCHIS

PAR UN MIROIR CONCAVE MÉTALLIQUE OU DE VERRE NOIR

$AC = r$; $CB = a$; $IB = d$; λ, longueur d'ondulation : $ADC = i$.

$$CI + ID + FD - CF - 2FE = \lambda,$$

pour le 1er anneau brillant.

$$CI = a - d \quad CF = \sqrt{\overline{CI}^2 + \overline{FI}^2}$$

$$= CI + \frac{1}{2}\frac{\overline{FI}^2}{CI} = a - d + \frac{1}{2}\frac{\overline{FI}^2}{(a-d)};$$

$$FI = 2OD \sin i = 2d \sin i;$$

$$CF = a - d + 2\frac{d^2 \sin^2 i}{a-d}.$$

Comme FI est très-près de EB, on peut regarder les points F et I comme également éloignés de l'arc EB, et le quadrilatère mixtiligne FIBE comme un rectangle :

Ces calculs, qui d'ailleurs n'ajoutent rien en principe à la théorie que le docteur Young avait donnée de ces phénomènes (*Theory of Light and Colours*, art. *Chromatics*) se trouvent sans autre explication sur une feuille volante écrite de la main d'A. Fresnel.

Alors on a N° XXXVI (B)

$$FD = ID = \sqrt{d^2 + d^2 \sin^2 i} = d + \frac{1}{2} d \sin^2 i, \quad \text{et} \quad FE = d.$$

On a donc

$$a - d + 2d + d \sin^2 i - a + d - 2 \frac{d^2 \sin^2 i}{a - d} - 2d = \lambda.$$

On peut négliger $2 \frac{d^2 \sin^2 i}{a - d}$:

$$d \sin^2 i = \lambda : \quad \sin i = \sqrt{\frac{\lambda}{d}} : \quad r = a \sqrt{\frac{\lambda}{d}} : \quad \text{et} \quad 2r = 2a \sqrt{\frac{\lambda}{d}}.$$

EXEMPLE TIRÉ DE L'OPTIQUE DE M. BIOT[1].

$$a = 1006^{\text{mm}} \qquad d = 9^{\text{mm}}$$

Pour la lumière rouge employée par M. Biot... $\lambda = 0^{\text{mm}},000638$.

$$
\begin{array}{lr}
\text{Log } 0{,}000638 = & \bar{4},8048207 \\
\text{Log } 9 \ldots\ldots\ldots = & 0{,}9542425 \\
\hline
 & \bar{5},8505782 \\
\hline
\tfrac{1}{2} \ldots\ldots & \bar{3},9252891 \\
\text{Log } 2012 \ldots\ldots = & 3{,}3036280 \\
\hline
 & 1{,}2289171 = \log 16{,}94\ldots \text{ 1}^{\text{er}} \text{ lucide } \overset{\text{OBSERV.}}{17}. \\
\hline
\text{Log } 2 = 0{,}3010300 \ldots \log \sqrt{2} = & 0{,}1505150 \\
\hline
 & 1{,}3794321 = \log 23{,}96\ldots \text{ 2}^{\text{e}} \text{ lucide } 24. \\
\hline
 & 1{,}0784021 = \log 11{,}98\ldots \text{ 1}^{\text{er}} \text{ obsc. } 13.
\end{array}
$$

---

[1] *Traité de physique expérimentale et mathématique*, t. IV, p. 216.

N° XXXVI (B).

ANNEAUX PRODUITS PAR LA SECONDE SURFACE D'UN MIROIR CONCAVE DE VERRE.

$$AC = r; \quad CB = a; \quad IB = e; \quad EFD = i. \quad ED = e \sin i.$$

$2FD - 2EF = \lambda'$, pour le 1er anneau brillant.

$$FD = \sqrt{\overline{EF}^2 + \overline{ED}^2} = \sqrt{e^2 + e^2 \sin^2 i} = e + \tfrac{1}{2} e \sin^2 i;$$

$$2e + e \sin^2 i - 2e = \lambda',$$

$$\text{ou, } e \sin^2 i = \lambda'; \qquad \sin i = \sqrt{\frac{\lambda'}{e}}.$$

$$\sin AFC = r \sin i = r\sqrt{\frac{\lambda'}{e}};$$

$$AC = CF \sin AFC = ar\sqrt{\frac{\lambda'}{e}}; \quad 2x = 2ar\sqrt{\frac{\lambda'}{e}}.$$

$$\lambda' = \frac{\lambda}{r}; \qquad 2x = 2ar\sqrt{\frac{\lambda}{er}} = 2a\sqrt{\frac{\lambda r}{e}}.$$

EXEMPLE TIRÉ DES OBSERVATIONS DE NEWTON (a).

$a = 72$ pouces anglais. $\quad 2a = 144$

$e = \frac{1}{4}$ pouce anglais. $\quad 2x = 2a\sqrt{\frac{\lambda r}{e}}$.

$\lambda = \frac{1}{178000}$ pouce anglais pour les rayons les plus brillants.

$$\frac{r}{e} = 4 \times \frac{17}{11} = \frac{68}{11}; \qquad \frac{\lambda r}{e} = \frac{4}{178000} \times \frac{68}{11} = \frac{272}{1958000}; \qquad r = \frac{17}{11}.$$

Log 272 = 2,4345689
Log 1958000 = 6,2918127

$\bar{4}$,1427562
½ . . . . $\bar{2}$,0713781
Log 144 = 2,1583625

0,2297406 = log 1,697 — OBSERVATIONS 1,687.. 1er ann. brillant.
× 2
3,394 — 3,375.. 4e ann. brillant.

(a) *Optique*, liv. II, 4e partie. — BIOT, *Traité de physique expérimentale et mathématique*, t. IV, p. 167.

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

QUATRIÈME SECTION.

DOUBLE RÉFRACTION.

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

QUATRIÈME SECTION.

DOUBLE RÉFRACTION.

N° XXXVII.

LETTRE D'A. FRESNEL À F. ARAGO.

Paris, ce [illegible] septembre 18[illegible].

Mon cher ami,

Je me suis enfin assuré hier que la vitesse n'était pas constante pour le rayon ordinaire dans les cristaux à deux axes, comme mes idées théoriques sur la double réfraction me l'annonçaient d'avance et d'une manière si nécessaire que, si le résultat de l'expérience n'avait pas été conforme à cette conséquence, j'aurais été obligé de rejeter entièrement mes hypothèses sur la double réfraction; c'est ce qu'il est aisé de voir en lisant l'explication de la constance de vitesse du rayon ordinaire pour les cristaux à un axe, que j'ai donnée dans la note insérée dans les Annales, où je rends compte de cette loi en supposant que l'élasticité est la même tout autour de l'axe. Il est clair que la même chose n'a plus lieu dans les cristaux à deux axes autour de la ligne qui divise l'angle des deux axes en deux parties égales, et que les déplacements des files moléculaires perpendiculaires à cette ligne ne doivent pas développer les mêmes forces accélératrices dans le plan des deux

N° XXXVII. axes que dans une direction perpendiculaire à ce plan; c'est aussi ce que l'expérience confirme.

J'ai collé bord à bord deux petites plaques de topaze de même épaisseur, taillées parallèlement à cette ligne milieu, mais dont l'une, placée à droite, avait ses faces parallèles au plan des axes et celle de gauche perpendiculaires à ce plan. La face par laquelle elles étaient collées l'une à l'autre était une face de clivage et par conséquent perpendiculaire à la ligne-milieu des deux axes. Or j'ai trouvé que les rayons extraordinaires traversaient ces deux plaques avec la même vitesse, conformément à ma théorie, tandis que les franges produites par les rayons ordinaires étaient rejetées vers la gauche, comme elle me l'indiquait encore; j'ai vérifié à plusieurs reprises le sens de polarisation des franges, en sorte que je suis parfaitement sûr de ce résultat.

Mais l'écart que m'a donné l'observation est plus faible que celui que j'avais déduit d'avance des mesures de M. Biot; d'après mon hypothèse, le calcul indiquait un intervalle de 21,1 largeurs de franges, et l'expérience ne m'a présenté que 16,6; la différence est 5,5, c'est-à-dire plus d'un quart. Proviendrait-elle de quelque faute de calcul ou d'une différence notable entre les propriétés optiques de la topaze limpide que j'ai employée et celles des topazes de M. Biot; c'est ce que je n'ai pas le temps de chercher pour le moment. Mais les idées théoriques que j'ai adoptées sur la double réfraction me paraissent déjà assez bien confirmées par cette expérience, et surtout par leur accord avec la loi de M. Biot sur la direction des plans de polarisation et la loi de M. Brewster sur les différences de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires; à la vérité je n'ai encore vérifié la concordance de cette seconde loi avec mon hypothèse que dans le cas particulier où le rayon est dans le plan des deux axes virtuels; mais tout me porte à croire qu'elle se soutient dans l'ellipsoïde pour toutes les autres directions quelconques; c'est ce que je vérifierai quand j'aurai le temps d'en faire le calcul, qui m'a paru un peu trop long pour que je l'entreprisse dans ce moment.

Il serait possible que ce que j'ai publié sur la double refraction des cristaux à un axe fît naître dans l'esprit de M. Young, ou de M. Brewster, les mêmes idées sur celle des cristaux à deux axes : si vous vous aperceviez de cela, je vous prierais alors de donner communication de mon expérience à la Société royale de Londres; dans le cas contraire, je crois devoir attendre, pour publier cette découverte, que je puisse présenter un travail plus complet sur ce sujet et développer suffisamment mes idées théoriques. N° XXXVII

Pendant que vous êtes en Angleterre, tâchez, je vous prie, de faire une ample récolte d'observations sur les phares et d'avis des marins expérimentés. Les Anglais ont-ils appliqué l'éclairage au gaz à quelques-uns de leurs phares à feu fixe? [a] . . . .

. . . .

. . . .

Adieu, mon cher ami.

Signé A. FRESNEL.

---

[a] Une décision administrative du 19 juin 1819, provoquée par Arago, avait appelé l'ingénieur des ponts et chaussées A. Fresnel, à concourir aux expériences projetées par la commission des phares pour l'amélioration de l'éclairage de nos côtes. Cette adjonction eut pour résultat l'invention et la création du système de phares lenticulaires, adopté aujourd'hui par toutes les puissances maritimes. Dès le commencement de 1820, Fresnel avait fait exécuter par M. Soleil père, une première grande lentille polygonale destinée à former l'un des panneaux d'un tambour dioptrique tournant. Or, pour les illuminer d'une manière efficace il fallait entretenir à leur foyer commun une flamme suffisamment volumineuse et intense, problème que l'inventeur était parvenu à résoudre, de concert avec Arago, au moyen d'un bec à mèches concentriques alimenté d'huile par un mécanisme d'horlogerie; mais les sujétions et les chances de perturbations inhérentes à ce genre de lampe firent songer Fresnel à recourir à l'emploi du gaz. [L. F.]

N° XXXVIII.

PREMIER MÉMOIRE

SUR

LA DOUBLE RÉFRACTION[a],

PRÉSENTÉ À L'ACADÉMIE DES SCIENCES, LE 19 NOVEMBRE 1821.

---

1. Tous les physiciens qui se sont occupés de la double réfraction ont supposé, je crois, jusqu'à présent, que la vitesse des rayons *ordinaires* restait constante dans un même cristal, quelle que fût leur direction, et soit que le cristal eût un seul axe ou plusieurs. On a reconnu depuis longtemps que, dans le spath calcaire, un des deux faisceaux lumineux suivait les lois de la réfraction ordinaire, et c'est pour cette raison même qu'on l'a nommé *faisceau ordinaire*. Il était naturel d'étendre ce principe à tous les autres cristaux et de supposer que toujours

---

[a] Le manuscrit de ce Mémoire, visé par M. Delambre, secrétaire perpétuel, le 26 novembre 1821, est une minute chargée de ratures et de corrections. Il avait été renvoyé à l'examen d'une commission composée d'Arago, Ampère, Poisson et Fourier.

On remarquera que le Rapport (Voyez ci-après le N° XLV), qui cependant ne se prononce sur aucune idée théorique, n'est pas signé de Poisson.

Les paragraphes 10 à 15 du N° XXII, intitulés *Considérations mécaniques sur la polarisation de la lumière*, et les N° XXXVIII à XLVII renferment cet admirable enchaînement de conceptions mécaniques qui constituent la théorie de la double réfraction.

Il serait superflu de signaler les passages répétés dans cette série de Mémoires qui se développent ou se complètent et dont on ne doit pas séparer la lecture. Nous avons cru plus inutile encore de relever dans les premiers aperçus de l'auteur quelques généralisations hasardées, qu'il rectifie lui-même presque immédiatement.

N° XXXVIII. un des deux faisceaux dans lesquels ils divisent la lumière suit les lois de la réfraction ordinaire, ou, en d'autres termes, conserve la même vitesse dans tous les sens. Voilà du moins ce qu'indiquait l'analogie; mais en cherchant par la théorie des ondes à expliquer la double réfraction, d'abord pour le cas le plus simple, celui des cristaux à un axe, tels que le spath calcaire, je remarquai que le raisonnement que j'employais pour rendre compte de la vitesse constante du rayon ordinaire ne pouvait pas s'appliquer aux cristaux à deux axes. J'ai publié cette explication dans le cahier des Annales de chimie et de physique du mois de juin dernier[a], et j'en tirai dès lors la singulière conséquence que la vitesse des rayons ordinaires devait varier avec leur direction, dans les cristaux à deux axes; mais je ne crus pas devoir la présenter avant de m'être bien assuré qu'elle était réellement une suite nécessaire des vues théoriques que j'avais indiquées. C'est ce que je ne tardai pas à faire et, peu de temps après, je communiquai ce résultat à M. Arago, en lui annonçant que, si l'expérience ne le confirmait pas, je serais obligé d'abandonner toutes mes idées théoriques sur la double réfraction, qui me paraissaient cependant satisfaisantes et très-probables. Je remarquerai à cette occasion que plus une théorie se perfectionne, moins elle est indifférente aux réponses de l'expérience.

2. Ce n'était pas d'une manière vague que la théorie m'indiquait les variations de vitesse des rayons ordinaires. Elle m'annonçait dans quels sens elles seraient le plus sensibles, et les liait d'une manière si précise avec les éléments de la double réfraction des cristaux à deux axes que, connaissant l'intensité de cette double réfraction et l'angle des deux axes, je pouvais déterminer d'avance, par un calcul numérique, les variations de la vitesse des rayons ordinaires. C'est ce que j'ai fait pour la topaze, en partant des nombres donnés par M. Biot dans son beau Mémoire sur la double réfraction[b]; et, aussitôt que j'ai pu me procurer une topaze, je me suis empressé de comparer l'expé-

[a] Voyez N° XXII, § 10 et suivants.

[b] Mémoire sur les lois générales de la double réfraction dans les corps cristallisés.

rience avec les résultats du calcul. J'ai reconnu que la vitesse des rayons ordinaires variait précisément dans le sens indiqué par la théorie; mais cette variation s'est trouvée plus petite, d'un sixième environ, que celle que j'avais déduite des éléments de la double réfraction de la topaze blanche donnés par M. Biot. Néanmoins, comme la variation de vitesse qu'il s'agissait de mesurer est une très-petite quantité, le résultat de l'expérience m'a paru une confirmation assez satisfaisante de la théorie; et j'ai pensé qu'on pouvait attribuer la discordance d'un sixième à quelque inexactitude dans mes observations, et peut-être aussi à une petite différence de propriétés optiques entre ma topaze et celle de M. Biot. N° XXXVIII

3. Avant de décrire la disposition du petit appareil qui m'a servi à faire cette expérience, je rappellerai en peu de mots le procédé indiqué par M. Biot pour trouver la direction des axes de la topaze [1]. Il faut d'abord déterminer, en la fendant, le sens de ses faces de clivage, qui est unique dans ce cristal; le plan de clivage est perpendiculaire à la ligne qui divise en deux parties égales l'angle aigu des deux axes, et contient en conséquence celle qui divise en deux parties égales l'angle supplémentaire ou l'angle obtus. J'appellerai la première ligne perpendiculaire au plan de clivage, l'axe des y, et la seconde, qui est l'intersection de ce plan avec le plan des deux axes, l'axe des x; enfin axe des z la ligne perpendiculaire au plan des deux axes, qui se trouvera, comme l'axe des x, comprise dans le plan de clivage. Ces dénominations rendront plus facile l'explication de mon expérience et des vues théoriques qui m'y ont conduit.

Le plan des deux axes étant perpendiculaire aux faces de clivage, il suffit de déterminer sa trace sur une de ces faces pour connaître sa direction : or cette trace, ainsi que la ligne qui lui est perpendiculaire, sont les deux plans de polarisation du cristal pour les rayons menés perpendiculairement aux faces de clivage. Ainsi, en présentant perpendiculairement à un faisceau de lumière polarisée une plaque de topaze

[1] *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut*, pour 1818, t. III, p. 177.

N° XXXVIII. taillée parallèlement aux faces de clivage, et analysant la lumière émergente avec un rhomboïde de spath calcaire, on verra disparaître l'image extraordinaire, lorsque l'une de ces lignes sera dans le plan de la polarisation primitive; il sera donc facile de les déterminer l'une et l'autre de cette manière, et il ne restera plus qu'à reconnaître celle qui appartient au plan des deux axes. Pour cela il suffit d'incliner successivement la plaque suivant chacun des deux plans normaux qui passent par ces deux lignes. Lorsqu'on incline graduellement la plaque suivant l'un d'eux, on aperçoit des anneaux concentriques produits par les rayons voisins de l'axe, et l'on reconnaît à ce caractère que le plan d'incidence est celui qui contient les axes. Ce qui permet de découvrir les anneaux sans tailler de nouvelles faces, c'est que chacun de ces axes ne s'écarte de la normale au plan de clivage que de 31 ou 32 degrés: en sorte qu'il suffit que les rayons qui entrent ou qui sortent par la face de clivage soient éloignés de la normale de 56° environ, pour se trouver parallèles à l'un des axes dans l'intérieur du cristal. Leur plan une fois connu, on peut déterminer approximativement l'angle qu'ils font avec les faces de clivage, en mesurant l'angle d'incidence des rayons qui passent par le centre des anneaux, et en déduisant l'angle de réfraction, d'après le rapport donné par M. Biot pour la topaze blanche. Il n'est pas nécessaire de mesurer directement l'angle des rayons incidents avec les faces d'entrée ou de sortie : il suffit de tourner successivement la plaque sous les deux inclinaisons qui rendent les rayons réfractés parallèles à chacun des deux axes, et de mesurer l'angle dont on l'a fait tourner pour passer de la première inclinaison à la seconde: à cause de la position symétrique des axes relativement à la normale cet angle est le double de l'angle d'incidence. J'ai trouvé de cette manière, pour la moyenne de trois observations, 111° 30', qui, divisés par 2 donnent 55° 45' pour l'angle d'incidence; d'où j'ai conclu que l'angle de réfraction, ou l'angle que les axes font avec la normale, était de 30° 53' dans la topaze qui a servi à mes expériences. Cet angle doit varier un peu avec la nature de rayons, ainsi que l'indique le défaut de symétrie des couleurs de part et d'autre du

centre, dans le sens du plan des deux axes. J'ai visé le point situé dans la partie la moins colorée de l'espèce de spectre qui traverse l'anneau central, supposant que ce point devait répondre à peu près à l'axe des anneaux jaunes ou jaune-orangé. Par un autre procédé M. Biot a trouvé $31° 37'$: la différence est de $44'$. Elle peut tenir à quelque inexactitude dans mes mesures, que j'ai faites avec un instrument peu commode, ou à quelque légère différence de nature entre les topazes que nous avons employées. N° XXXVIII

4. Après avoir déterminé sur une plaque parallèle aux faces de clivage la trace du plan des deux axes optiques, que nous avons nommé plan des xy, j'ai divisé ce cristal en deux morceaux, et j'ai fait tailler dans l'un deux faces parallèles au plan des axes optiques, ou plan des xy; et dans l'autre les deux coupes ont été exécutées perpendiculairement à l'axe des x, qui divise en deux parties égales l'angle obtus des axes optiques, c'est-à-dire parallèlement au plan des yz; ainsi ces nouvelles faces sont, dans chaque morceau, parallèles à l'axe des y qui divise en deux parties égales l'angle aigu des axes optiques; mais dans le premier morceau elles sont parallèles au plan des axes optiques, et dans le second lui sont perpendiculaires. Ces nouvelles faces ont été exécutées en même temps sur les deux morceaux, qu'on avait collés l'un contre l'autre par une des faces de clivage, afin de pouvoir les travailler ensemble et leur donner la même épaisseur dans le sens perpendiculaire aux nouvelles faces, direction suivant laquelle je voulais faire passer deux faisceaux lumineux pour juger de leur différence de marche par les moyens délicats que fournit la diffraction.

5. J'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie les deux petites plaques qui ont servi à cette expérience : elles n'ont pas été polies, mais simplement doucies, parce que le frottement vif nécessaire pour polir aurait pu les échauffer de manière à ramollir le mastic en larmes qui les réunit, et déranger les faces qui devaient rester dans le même plan pendant le travail des deux autres. Je les ai ensuite serrées entre deux plaques de verre à faces parallèles, après avoir enduit leur surface d'une légère couche de térébenthine de Venise, qui avait

N° XXXVIII. le double avantage de compléter leur poli, et de réduire presque à rien la différence de marche résultant d'une légère saillie d'un des morceaux de topaze sur l'autre; car il est presque impossible en travaillant deux morceaux collés d'obtenir un plan parfaitement continu, comme lorsqu'on ne dresse qu'une seule plaque. Mais, avant de les enduire de térébenthine, j'ai voulu m'assurer que le défaut de continuité des deux surfaces n'était pas assez notable pour qu'il fallût en tenir compte. A cet effet, ayant appuyé les plaques sur un verre plan, j'ai pressé dessus un prisme légèrement convexe, qui formait des anneaux, et en amenant ceux-ci sur la ligne de jonction des deux morceaux, j'ai pu estimer, par les positions relatives des mêmes anneaux de chaque côté de cette ligne, la petite saillie d'un des morceaux sur l'autre : or j'ai trouvé ainsi qu'elle ne contenait que deux ou trois ondulations lumineuses, et ne pouvait en conséquence altérer d'une manière sensible le résultat de l'expérience; car les rapports de réfraction de la topaze et de la térébenthine qui devait remplir le vide correspondant à cette petite saillie diffèrent assez peu l'un de l'autre pour qu'une longueur de seize ondulations, comptées dans l'air, produise à peine une différence d'une ondulation.

6. Ayant ensuite collé ces deux morceaux de topaze entre deux glaces, comme je viens de le dire, j'ai placé l'appareil dans une chambre obscure devant un écran percé de deux fentes parallèles très-fines, assez rapprochées l'une de l'autre pour produire des franges par le concours des deux pinceaux de lumière qu'elles dilataient. Ces rayons provenaient d'un même point lumineux formé par une lentille d'un court foyer placée dans le volet de la chambre obscure, et sur laquelle un miroir extérieur envoyait les rayons solaires horizontalement. Avant que l'appareil des plaques de topaze eût été placé devant ces fentes, on ne voyait qu'un seul groupe de franges; on n'en voyait qu'un encore lorsqu'on faisait passer les deux pinceaux de lumière à travers la même plaque; mais, dans le cas contraire, il s'en formait deux. En comparant leur position avec celle du groupe unique, que produisaient les deux faisceaux lumineux quand ils traversaient la même plaque,

on pouvait déterminer aisément la différence de marche des deux faisceaux qui concouraient à la formation de chaque groupe de franges [1] : car on sait qu'à chaque largeur de frange répond une différence d'une ondulation. N° XXXVIII

7. J'ai trouvé ainsi qu'un des deux systèmes, qui occupait le milieu de l'espace éclairé, était presque exactement à la même place que celui qu'on obtenait en faisant passer les deux faisceaux à travers le même morceau de topaze. Il ne s'était déplacé que des trois quarts d'une frange environ, tandis que l'autre groupe en était éloigné de 16,6 largeurs de frange. Ainsi les deux faisceaux qui produisaient le groupe central avaient traversé les deux plaques de topaze avec la même vitesse; tandis que ceux qui produisaient l'autre groupe les avaient parcourues avec des vitesses inégales. Or il était facile de reconnaître, par le sens de polarisation de chaque groupe, que le premier résultait de l'interférence des rayons extraordinaires et le second de celle des rayons ordinaires.

8. En effet, dans la plaque dont les faces d'entrée et de sortie étaient perpendiculaires à l'axe des x, les rayons étant parallèles à cet axe, et se trouvant ainsi compris dans le plan des axes optiques, ce plan était le plan de polarisation des rayons qui subissaient la réfraction ordinaire; et comme il est perpendiculaire aux faces de clivage, sa trace devait couper à angle droit la ligne de jonction des deux morceaux. L'autre plaque, dont les faces d'entrée et de sortie se trouvaient perpendiculaires à l'axe des z, était traversée par la lumière parallèlement à cet axe, c'est-à-dire perpendiculairement au plan des deux axes optiques; par conséquent le plan de polarisation des rayons ordinaires devait être dirigé suivant le plan des yz, d'après la règle de M. Biot [a], et se trouvait encore perpendiculaire à la ligne de collage. Ainsi les

[1] Il est indispensable de faire passer les deux faisceaux à travers une des deux plaques, afin que le résultat soit indépendant de leur effet prismatique.

[a] Mémoire déjà cité, note du paragraphe 2.

N° XXXVIII franges produites par l'interférence des rayons qui avaient éprouvé la réfraction ordinaire dans les deux plaques devaient être polarisées perpendiculairement à cette ligne, et les franges provenant des rayons extraordinaires devaient être polarisées parallèlement à la même ligne. Or les franges du groupe central présentaient ce dernier sens de polarisation, et appartenaient conséquemment aux rayons extraordinaires; tandis que l'autre groupe était polarisé perpendiculairement à la ligne de collage : il provenait donc de l'interférence des rayons ordinaires. C'étaient donc les rayons ordinaires qui traversaient les deux plaques avec des vitesses inégales, et les rayons extraordinaires, dans ce cas particulier, les parcouraient avec la même vitesse. La théorie m'avait indiqué l'axe des z et celui des x comme les deux directions suivant lesquelles les rayons ordinaires devaient avoir les vitesses les plus différentes : voilà ce qui m'avait fait choisir les coupes et la disposition que je viens de décrire. Elle m'avait annoncé aussi que les rayons ordinaires parallèles à l'axe des x devaient parcourir la topaze plus lentement que ceux qui la traversent parallèlement à l'axe des z, et qu'ainsi les franges résultant de leur interférence se porteraient du côté de la plaque taillée perpendiculairement à l'axe des x, c'est-à-dire perpendiculairement au plan des axes optiques : c'est aussi ce que l'expérience a confirmé. Mais en calculant la différence de marche d'après les données tirées des observations de M. Biot, j'avais trouvé que chaque millimètre d'épaisseur devait produire une différence de 4,77 ondulations, et que les deux plaques dont je me servais, qui ont $4^{mm},41$ d'épaisseur, produiraient en conséquence une différence de 21 ondulations, tandis que l'expérience ne m'a donné que 16,6. La différence 4,4 est trop sensible pour provenir de l'inexactitude de mes mesures micrométriques; mais il serait possible que la dispersion de double réfraction, c'est-à-dire la différence d'énergie de la double réfraction pour les rayons de diverses couleurs, modifiât tellement la superposition des franges produites par ces divers rayons, qu'il en résultât des méprises sur la position de la bande centrale, et que ce fût à une pareille cause d'erreur que tînt en partie la discordance dont

il s'agit. Elle peut provenir aussi de quelque inexactitude dans les coupes, et par suite dans la direction des rayons relativement aux axes, direction que je n'ai pas vérifiée avec le soin nécessaire; et il est à remarquer que toute erreur de ce genre devait en effet diminuer la différence de marche des deux faisceaux ordinaires. N° XXXVIII.

9. La théorie annonçait encore que les rayons extraordinaires avaient la même vitesse suivant l'axe des z et suivant l'axe des x. On vient de voir que l'expérience s'accorde fort bien sur ce point avec la théorie, puisque je n'ai trouvé qu'une différence de marche de trois quarts d'ondulation pour une épaisseur de topaze qui en contenait plus de douze mille. Cette légère différence tient probablement à quelque petite inexactitude dans la direction des rayons. Elle a affecté le résultat obtenu pour les rayons ordinaires, parce que j'ai mesuré leur déplacement à partir du centre des franges extraordinaires, considérées comme répondant exactement à celui des franges données par une seule des plaques placées devant les deux fentes; tandis que ce dernier point, qui est le véritable point de repère, était plus éloigné de trois quarts de frange ou 0.70 de l'endroit où se formaient les franges des rayons ordinaires : or, si l'on ajoute 0.7 à 16.6, on trouve 17.3 qui ne diffère plus que de 3.7 du nombre 21 déduit des observations de M. Biot. Ainsi la discordance entre ces deux résultats se réduit définitivement à un sixième.

10. Une autre conséquence de mon hypothèse, c'est que la variation de vitesse des rayons ordinaires, quand ils passent de la direction des z à celle des x, est précisément égale à la différence de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires parallèles à l'axe des y, c'est-à-dire perpendiculaires aux faces de clivage.

Pour le vérifier, j'ai fait tailler un morceau de la même topaze, parallèlement aux faces de clivage. Il s'est trouvé par hasard d'une épaisseur presque exactement égale à celle des plaques accouplées dont je m'étais servi dans l'expérience précédente: car il avait $4^{mm},42$, et, comme on voit, la différence n'est que de $\frac{1}{440}$. Je l'ai placé devant deux miroirs de verre noircis par derrière, disposés de manière à pro-

N° XXXVIII. duire des franges et inclinés sur les rayons incidents de 35° environ, pour polariser la lumière. La plaque de topaze disposée perpendiculairement aux rayons réfléchis était tournée de manière que ses deux plans de polarisation fissent un angle de 45° avec celui de la polarisation primitive.

Lorsqu'on reçoit directement sur une loupe les deux faisceaux transmis par un cristal ainsi disposé, l'on n'aperçoit d'abord qu'un seul groupe de franges; mais si l'on place une pile de glaces inclinées ou une tourmaline devant la loupe, ou entre la loupe et l'œil, en tournant son plan de polarisation parallèlement à celui de la polarisation primitive, on aperçoit deux autres groupes de franges situés symétriquement de chaque côté du premier, et la distance du centre du premier aux centres de chacun des deux autres donne, par le nombre de largeurs de frange qu'elle contient, le nombre d'ondulations dont les rayons ordinaires se trouvent en arrière ou en avant des rayons extraordinaires, au sortir du cristal. Cette manière de mesurer la double réfraction avait été indiquée depuis longtemps dans une note publiée par M. Arago et moi[a]. En l'appliquant à la plaque de topaze dont il s'agit, j'ai trouvé, pour la différence de marche des rayons ordinaires et extraordinaires, 17,2 ondulations, nombre qui est presque exactement le même que 17,3 trouvé précédemment pour la différence de marche des rayons ordinaires parallèles aux x et des rayons ordinaires parallèles aux z, qui avaient traversé des plaques de même épaisseur que celle-ci.

Ce dernier résultat n'est au fond qu'une conséquence de la loi du produit des sinus donnée par M. Biot, pour déterminer la différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires, dès qu'on reconnaît que la variation de cette différence, quand la lumière traverse successivement le cristal suivant l'axe des x et suivant celui des z, est due à la variation de vitesse des rayons ordinaires, et non pas à celle des rayons extraordinaires, comme ce savant physicien l'a sup-

[a] Voyez le N° XVIII, § 8, note 1.

posé : car il suit de la loi que je viens de rappeler que cette variation est égale à la différence de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires parallèles à l'axe des y. N° XXXVIII

11. Le résultat le plus inattendu auquel m'a conduit la théorie est sans doute la variation de la réfraction ordinaire dans un même cristal : et quoique le principe des interférences sur lequel repose la vérification expérimentale que je viens de décrire soit maintenant au rang des lois les plus certaines de l'optique, M. Arago m'a engagé à mettre cette variation en évidence par les mêmes procédés que M. Biot a appliqués à la mesure de la double réfraction, afin de ne rien laisser à désirer sur la démonstration expérimentale d'un fait aussi singulier. C'est ce que j'ai exécuté avec le même succès que par la diffraction, à l'aide du petit appareil que j'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie.

12. Il consiste en deux prismes isocèles de topaze, tirés du même cristal et collés bout à bout. Ils ont été travaillés ensemble avec beaucoup de soin, de manière que leurs faces contiguës fussent bien dans un même plan ; ce qui a été vérifié par la réflexion. Ces prismes accouplés, dont l'angle est à peu près de $92°\frac{1}{2}$, ont été collés ensuite avec de la térébenthine entre deux autres prismes de crown d'un seul morceau chacun, disposés de manière que les deux faces opposées, par lesquelles entre et sort la lumière qui traverse les prismes de topaze, fussent parallèles entre elles et au plan qui divise en deux parties égales l'angle réfringent des cristaux accouplés. De cette manière ceux-ci se trouvent presque achromatisés : mais à cause du plus grand pouvoir réfringent de la topaze, son effet prismatique général n'est pas entièrement compensé, et les rayons menés suivant un plan d'incidence perpendiculaire à l'arête sont encore brisés d'un angle de $15° 18'$ environ, dans le cas du *minimum*, c'est-à-dire quand ils sont également inclinés sur les faces d'entrée et de sortie. Alors ils traversent les prismes de topaze parallèlement à leur base, qui est dans l'un et l'autre une face de clivage. Dans l'un, l'arête de l'angle réfringent est parallèle à l'axe des x, tandis qu'elle est parallèle à celui des

N° XXXVIII. z dans l'autre prisme [a]. Par conséquent, celui-ci est traversé parallèlement à l'axe des x par les rayons dirigés comme je viens de le dire, et ils traversent l'autre parallèlement à son axe des z. C'est le cas qui doit donner le *maximum* de variation de la vitesse des rayons ordinaires, et partant de la réfraction ordinaire; tandis que, d'après la théorie, la réfraction extraordinaire doit rester la même dans les deux prismes: et c'est ce qui a lieu en effet, comme on peut s'en assurer en regardant une ligne droite au travers de ces prismes, dont je supposerai la base en haut et l'arête en bas, pour fixer les idées: car on reconnaîtra que l'image inférieure est bien continue; c'est-à-dire que la portion vue à travers un prisme est exactement sur le prolongement de celle qu'on voit à travers l'autre, tandis que l'image supérieure est brisée d'une manière très-sensible et se trouve plus haute dans un prisme que dans l'autre. Or l'image inférieure est la plus réfractée et partant l'image extraordinaire, et l'image supérieure appartient évidemment aux rayons ordinaires, puisqu'elle est la moins réfractée: car on sait que dans la topaze c'est la réfraction ordinaire qui est la plus faible. On voit donc encore, par cette expérience, que les rayons ordinaires n'ont pas la même vitesse suivant l'axe des x et suivant l'axe des z; tandis que la vitesse des rayons extraordinaires reste constante dans ce cas particulier. Cette expérience a l'avantage de démontrer la variation de la réfraction ordinaire, sans qu'il soit même nécessaire de connaître le sens des coupes, puisqu'il suffit de remarquer laquelle des deux images est la moins réfractée par la topaze. Mais quand on connaît le sens des coupes de chaque prisme, on peut encore distinguer l'image ordinaire par la direction de son plan de polarisation, au moyen de la

---

[a] Une figure fera mieux comprendre l'explication du texte.



règle de M. Biot, et s'assurer de nouveau que c'est celle qui change de hauteur, quand l'œil passe d'un prisme à l'autre. N° XXXVIII.

13. Cette variation de la réfraction ordinaire a échappé aux observations nombreuses et précises de M. Biot sur la double réfraction de la topaze [a], parce qu'elles ont eu presque toutes pour objet de déterminer seulement la divergence des rayons ordinaires et extraordinaires, et non pas leurs réfractions absolues. Après avoir mesuré la réfraction ordinaire de ce cristal pour une direction particulière des rayons, M. Biot a supposé que ce résultat pouvait s'appliquer à toutes les autres directions, comme dans le spath calcaire et le cristal de roche.

M. Brewster ne paraît pas non plus avoir aperçu ni même soupçonné cette propriété remarquable des cristaux à deux axes [b], si j'en juge du moins par l'analyse abrégée de son travail, que M. Biot a donnée dans son Mémoire sur la double réfraction. La théorie de M. Brewster, qui n'est qu'une représentation ingénieuse des phénomènes qu'il avait observés et dans laquelle il n'approfondit point les causes de la double réfraction, ne pouvait pas lui indiquer un fait si éloigné des idées reçues. C'est en cherchant par la théorie des ondes l'explication mécanique de la double réfraction et de la polarisation, que j'ai prévu les variations de la réfraction ordinaire dans les cristaux à deux axes, et que j'ai reconnu d'avance les circonstances les plus propres à les mettre en évidence [1].

[1] Je dois dire qu'avant d'avoir des idées nettes sur les causes mécaniques de la double réfraction, j'avais soupçonné vaguement que les lois de la réfraction ordinaire pouvaient bien se démentir dans quelques cristaux. J'avais même fait avec M. Arago une expérience qui avait pour objet de vérifier cette conjecture sur le cristal de roche, et, quoiqu'elle ne l'eût pas confirmée, je conservais quelque espoir que les cristaux à deux axes, dont les propriétés optiques sont assez différentes, pourraient présenter cette anomalie; mais ce n'était qu'un simple soupçon et si j'eusse fait alors des essais sur ces cristaux, il est très possible que je ne l'eusse pas reconnue, ne sachant pas dans quel sens il fallait faire passer les rayons pour la rendre bien sensible.

---

[a] Mémoire cité, note du § 9.

[b] *On the Laws of Polarization and double Refraction in regularly crystallized Bodies.* (*Philosophical Transactions*, for 1818, p. 199.)

N° XXXVIII. 14. Je vais essayer d'exposer clairement mes vues théoriques sur ce sujet, en m'interdisant néanmoins les développements qui pourraient lasser l'attention de l'Académie.

Je commencerai d'abord par rappeler ce que j'ai publié sur la nature des vibrations lumineuses dans le cahier des Annales de chimie et de physique du mois de juin dernier[a].

Lorsque deux systèmes d'ondes, se propageant suivant des directions presque parallèles, viennent à se rencontrer, il est clair qu'ils doivent s'influencer mutuellement, quand leurs mouvements oscillatoires ont la même direction relativement aux lignes de propagation ou rayons. Je ne considère ici que des ondes produites par des mouvements oscillatoires : or il résulte de ce mode de génération qu'elles doivent apporter aux molécules du milieu des vitesses dirigées alternativement en sens contraires, et que les forces accélératrices qu'elles développent et qui accompagnent ces vitesses doivent être aussi alternativement de signes contraires, quelle que soit leur nature. En un mot, chaque onde engendrée par des oscillations ou vibrations présente nécessairement, en vitesses comme en forces accélératrices développées, des quantités positives et négatives symétriquement placées de part et d'autre du milieu de l'onde, et qui doivent être égales dans les points correspondants. Or il n'en faut pas davantage pour déterminer une influence mutuelle entre deux systèmes d'ondes pareilles qui se rencontrent, lorsque les directions de leurs mouvements oscillatoires sont à peu près parallèles. En effet, il est clair que dans les points où les ondes exécutent toutes leurs oscillations suivant le même sens, elles s'ajouteront, et les vibrations du milieu seront au *maximum ;* tandis que dans les points où se superposeront les moitiés des ondes qui apportent des quantités de signes contraires, ces quantités se retrancheront les unes des autres ; et si elles sont égales, c'est-à-dire si les deux systèmes d'ondes

[a] 2ᵉ Note sur la coloration des lames cristallisées. (*Annales de chimie et de physique*, 2ᵉ série, t. XVII, p. 167, année 1821.) — Voyez N° XXII.

sont de même nature et de même intensité, il y aura dans ces points absence de mouvement, absence de son, s'il s'agit d'ondes sonores, absence de lumière, si ce sont des ondes lumineuses. Cette influence mutuelle est donc une conséquence nécessaire de la nature même des ondes produites par des mouvements oscillatoires, quelle que soit d'ailleurs la direction des vitesses absolues des molécules relativement à la ligne de propagation, pourvu qu'elle soit peu différente dans les deux systèmes d'ondes qui interfèrent. N° XXXVIII

15. Il existe cependant un cas où l'influence mutuelle des rayons lumineux n'a plus lieu, c'est-à-dire qu'alors l'intensité de la lumière reste la même quelle que soit la différence des chemins parcourus : c'est quand les deux faisceaux qui interfèrent sont polarisés à angle droit, comme nous l'avons démontré depuis longtemps, M. Arago et moi, par des expériences [3] nombreuses et variées. — Que faut-il conclure de ce phénomène remarquable ? — Que les vibrations des deux systèmes d'ondes ne s'exécutent pas suivant la ligne de propagation, ou dans le sens des rayons, puisqu'alors ils seraient sensiblement parallèles lorsque les deux faisceaux se croisent sous un très-petit angle, comme dans nos expériences; et en conséquence l'intensité de la lumière varierait nécessairement avec la position relative des deux systèmes d'ondes, avec la différence des chemins parcourus. Si l'on supposait maintenant que dans chaque faisceau ces oscillations des molécules éthérées s'exécutent perpendiculairement à la direction des rayons et suivant le plan de polarisation ou perpendiculairement à ce plan, dans l'une et l'autre hypothèse, les vibrations des deux systèmes d'ondes, ayant lieu suivant des directions rectangulaires, ne s'influenceraient plus. Pour chaque molécule le carré de la résultante des deux vitesses qui lui sont imprimées serait égal à la somme des carrés des deux composantes; et en conséquence la somme des forces vives, ou l'intensité de la lumière, resterait la même quelle que fût la différence des chemins parcourus.

[3] Voyez N° XVIII.

N° XXXVIII. 16. On voit que l'hypothèse des mouvements oscillatoires perpendiculaires aux rayons explique de la manière la plus simple la non-influence des rayons polarisés à angle droit.

Il est important de remarquer que cette hypothèse s'accorde aussi bien avec les faits découverts jusqu'à présent que celle dans laquelle on suppose les mouvements vibratoires parallèles à la ligne de propagation; car les calculs d'interférences qui m'ont donné les lois de la diffraction, par exemple, et en général tous ceux qui ont été appliqués à l'optique, sont indépendants de la direction absolue des mouvements oscillatoires, et sont fondés sur la seule supposition qu'elle est la même, ou à très-peu près, dans les deux systèmes d'ondes qui interfèrent.

Ces oscillations transversales des ondes polarisées sont-elles accompagnées de vibrations longitudinales? — Je l'ai supposé longtemps, ayant beaucoup de peine à abandonner l'idée qu'on se forme généralement de la constitution des ondes dans les fluides élastiques; mais, en y réfléchissant mieux, j'ai reconnu qu'elle nécessitait encore d'autres suppositions compliquées et peu vraisemblables, pour se concilier avec toutes les lois que nous avons découvertes, M. Arago et moi, dans l'interférence des rayons polarisés, et que ces lois s'expliquaient au contraire avec la plus grande simplicité, sans hypothèse auxiliaire, quand on n'admettait que des oscillations transversales dans les ondes lumineuses. Je n'entrerai pas ici dans les détails de cette discussion, qui seraient trop longs. Je me bornerai à faire sentir en peu de mots la possibilité de pareils mouvements vibratoires et celle de leur propagation.

17. Les géomètres qui se sont occupés des vibrations des fluides élastiques n'ont considéré, je crois, comme force accélératrice capable de propager un ébranlement que la différence de condensation ou de dilatation entre les couches consécutives. Je ne vois rien du moins dans leurs équations qui indique, par exemple, qu'une tranche indéfinie, glissant entre deux autres, doit leur communiquer du mouvement, et il est évident que, sous ce rapport, leur analyse ne dit pas tout ce qui

se passe réellement. Cela tient à ce qu'ils représentent mathématiquement les fluides élastiques par une réunion de petits éléments différentiels contigus, susceptibles de se condenser ou de se dilater; tandis que, dans la nature, les fluides élastiques sont composés sans doute de points matériels séparés par des intervalles plus ou moins considérables relativement aux dimensions de ces molécules, et qui sont tenus à distance en raison des forces répulsives qu'ils exercent les uns sur les autres. Or concevons dans un fluide trois files indéfinies, parallèles et consécutives, de points matériels ainsi disposés : si l'on suppose entre ces molécules une certaine loi de répulsion, elles affecteront, dans l'état d'équilibre et de repos absolu, un arrangement régulier, d'après lequel elles seront également espacées sur les trois rangées, et celles de la file intermédiaire répondront, je suppose, aux milieux des intervalles compris entre les molécules des deux autres. Je n'indique cette disposition particulière que pour fixer les idées : car il est clair qu'elle ne saurait avoir lieu suivant toutes les directions à la fois. Mais, quelle que soit celle des files que l'on considère dans le milieu élastique, leurs points matériels tendront toujours à se placer dans les positions relatives qui amènent l'équilibre stable. Supposons donc que cette condition soit satisfaite : si l'on dérange un peu la file intermédiaire en la faisant glisser sur elle-même, mais seulement d'une quantité très-petite par rapport à l'intervalle de deux molécules consécutives, et qu'ensuite on la laisse libre, chacun de ses points matériels reviendra vers la première situation (indépendamment de ce qui se passe aux extrémités de la rangée, puisque nous la supposons indéfinie)[1], et oscillera de part et d'autre, comme un pendule qui a été écarté de la verticale. Mais, si l'on avait assez éloigné ces molécules de leurs points

N° XXXVIII.

[1] Comme il n'arrive jamais que les ondes lumineuses présentent, dans le sens perpendiculaire aux rayons, cette étendue indéfinie que nous avons considérée ici pour simplifier les raisonnements, on pourrait se demander comment ces mouvements transversaux ne se propagent point sensiblement au delà de l'extrémité des ondes. Ils ne peuvent pas sans doute s'y anéantir brusquement : mais il est aisé de voir qu'à une distance un peu grande relativement à la longueur d'une ondulation lumineuse, les oscillations contraires qu'y envoient les différentes parties du système d'ondes doivent se neutraliser mutuellement.

N° XXXVIII. de départ pour les placer exactement vis-à-vis des molécules des deux autres rangées (supposées immobiles), il en serait résulté un nouvel équilibre. Faisons encore glisser la file intermédiaire jusqu'à ce que ses points matériels répondent de nouveau aux milieux des vides des deux autres, et elle rentrera dans un troisième état d'équilibre semblable au premier. On voit qu'en continuant à la faire glisser dans le même sens, elle serait en équilibre à chaque demi-intervalle de molécules, et n'éprouverait ainsi que dans les positions intermédiaires l'action des forces retardatrices, dont l'effet serait compensé, après chaque instant très-court, par les forces accélératrices qui leur succéderaient.

18. Il est très-possible que la fluidité d'un corps tienne à ce qu'en vertu d'une grande dissémination de ses molécules ces différentes positions d'équilibre sont assez rapprochées pour que la force accélératrice qui tend à ramener le système dans son premier état n'acquière jamais une grande intensité; mais on conçoit que quand il ne s'agit que de déplacements très-petits relativement à l'intervalle qui sépare deux molécules consécutives, la force accélératrice, dont le coefficient détermine la vitesse de propagation, pourrait avoir dans un liquide autant ou même plus d'intensité que dans un solide. Or ce sont seulement de très-petits déplacements de ce genre, dans les couches de l'éther et des corps transparents, qui constitueraient les vibrations lumineuses, d'après l'hypothèse que j'ai adoptée [1].

[1] Si les molécules des corps diaphanes participent aux vibrations de l'éther qui les environne de toutes parts, comme cela me paraît probable, les forces développées par les déplacements relatifs des tranches du milieu parallèlement aux ondes doivent être bien supérieures en intensité à celles qui propagent les ondulations sonores dans les mêmes milieux, par rapport aux masses des tranches que les unes et les autres mettent en mouvement, puisque la vitesse de propagation de la lumière est incomparablement plus grande que celle du son. Mais cela peut tenir à ce que les déplacements qui constituent les ondes sonores ont lieu entre des particules d'un ordre beaucoup plus composé, entre des tranches beaucoup plus épaisses, que ceux qui constituent les vibrations lumineuses, et que les premiers déplacements ne font pas naître des forces accélératrices aussi énergiques relativement aux masses des tranches qu'elles mettent en mouvement.

J'ai supposé, pour simplifier les idées et expliquer plus aisément la nature des forces dont je voulais parler, que les deux tranches voisines de la tranche intermédiaire restaient en repos pendant que celle-ci glissait sur elle-même. Il est clair que les choses ne se passent pas de cette manière, et qu'une tranche ne peut pas se déplacer sans mettre en mouvement les tranches voisines. La rapidité plus ou moins grande avec laquelle le mouvement se propage dépend de l'énergie de la force qui tend à ramener les tranches contiguës dans les mêmes positions relatives, et des masses de ces tranches, comme la vitesse de propagation des ondes sonores de l'air (telles qu'on les conçoit ordinairement) dépend du rapport entre sa densité et la résistance qu'il oppose à la compression. X XXXVIII

19. Après avoir fait voir la possibilité de pareilles vibrations transversales dans un fluide élastique, il me reste à expliquer comment il peut arriver que ses molécules n'éprouvent d'oscillations sensibles que parallèlement à la surface des ondes, ou perpendiculairement aux rayons. Il suffit pour cela de supposer entre les molécules une loi de répulsion telle que la force qui s'oppose au rapprochement de deux tranches du fluide soit beaucoup plus grande que celle qui s'oppose au glissement de l'une d'elles par rapport à l'autre, et d'admettre ensuite que les oscillations du petit corps solide qui met le fluide en vibration ont des vitesses absolues infiniment moindres que la vitesse avec laquelle les dilatations et les condensations se transmettent dans le fluide. En effet, si l'on suppose que l'égalité de tension s'y rétablit avec une rapidité extrême, en raison de la grande résistance qu'il oppose à la compression, on conçoit que pendant la marche beaucoup plus lente du petit corps oscillant, l'équilibre de pression se rétablira à chaque instant autour de ce corps, entre la partie contiguë du fluide qu'il tend à condenser en s'en rapprochant, et la partie située du côté opposé qu'il tend à dilater en s'en éloignant : d'où l'on voit que les principaux mouvements des molécules consisteront dans une sorte de circulation oscillatoire autour du petit solide oscillant. Ce mouvement se communiquera de proche en proche à toutes les couches concentriques, en

N° XXXVIII. s'affaiblissant et se régularisant à mesure qu'il s'éloignera du centre d'ébranlement, et à une petite distance il n'y aura plus de déplacement sensible des molécules éthérées que dans le sens même de la surface des ondes. Telle est, à mon avis, l'idée qu'il faut se faire de la nature des ondes lumineuses pour se rendre compte des divers phénomènes qu'elles présentent, particulièrement dans la polarisation et la double réfraction.

20. Si la polarisation d'un rayon lumineux consiste en ce que toutes ses vibrations s'exécutent suivant une même direction, il résulte de mon hypothèse sur la génération des ondes lumineuses qu'un rayon émanant d'un seul centre d'ébranlement se trouve toujours polarisé suivant un certain plan, à un instant déterminé. Mais un instant après la direction du mouvement change, et avec elle le plan de polarisation, et ces variations se succèdent aussi rapidement que les perturbations de la particule éclairante; en sorte que lors même qu'on pourrait séparer la lumière qui en émane de celle des autres points lumineux, on n'y reconnaîtrait sans doute aucune apparence de polarisation. Si l'on considère maintenant l'effet produit par la réunion de toutes les ondes qui émanent des différents points d'un corps éclairant, on sentira qu'à chaque instant et pour un point déterminé de l'éther, la résultante générale de tous les mouvements qui s'y croisent aura une direction déterminée, mais que cette direction variera d'un instant à l'autre. Ainsi la lumière ordinaire peut être considérée comme la réunion, ou plutôt la succession rapide d'ondes polarisées suivant toutes les directions. D'après cette manière d'envisager les choses, l'acte de la polarisation ne consiste plus à créer des mouvements transversaux, mais à les décomposer suivant deux directions rectangulaires invariables et à séparer les deux composantes l'une de l'autre; car alors, dans chacune d'elles, les mouvements oscillatoires resteront toujours parallèles à eux-mêmes.

21. Appliquons ces idées à la double réfraction, et concevons un cristal à un axe comme un milieu élastique dans lequel la force accé-

lératrice, qui résulte du déplacement d'une file de molécules perpendiculaires à l'axe relativement aux rangées contiguës, est la même tout autour de l'axe, tandis que les déplacements parallèles à l'axe produisent des forces accélératrices d'une intensité différente, plus fortes si le cristal est *répulsif* (pour me servir de l'expression usitée), et plus faibles s'il est *attractif*. Le caractère distinctif des rayons qui éprouvent la réfraction ordinaire étant de se propager avec la même vitesse suivant toutes les directions dans les cristaux à un axe, il faut admettre que leurs mouvements oscillatoires s'exécutent perpendiculairement au plan mené par ces rayons et l'axe du cristal : car alors les déplacements qu'ils occasionnent, s'effectuant toujours suivant des directions perpendiculaires à l'axe, développeront toujours, par hypothèse, les mêmes forces accélératrices. Mais le plan dont nous venons de parler est précisément le plan de polarisation des rayons ordinaires : ainsi, dans un faisceau polarisé, le mouvement oscillatoire s'exécute perpendiculairement à ce qu'on appelle *plan de polarisation*. N° XXXVIII.

22. Les oscillations des rayons ordinaires étant perpendiculaires au plan mené par l'axe, les oscillations des rayons extraordinaires seront parallèles à ce plan, et, bien entendu, toujours perpendiculaires aux rayons. On voit alors qu'à mesure qu'ils changeront d'inclinaison relativement à l'axe, la direction du mouvement oscillatoire en changera aussi : elle sera parallèle à l'axe quand les rayons seront perpendiculaires à celui-ci, et perpendiculaire à l'axe quand les rayons lui seront parallèles. Ainsi, dans ce dernier cas, la vitesse de propagation des rayons extraordinaires sera la même que celle des rayons ordinaires. Mais pour toutes les autres directions de ceux-là, les petits dérangements des files de molécules ne s'exécutant plus perpendiculairement à l'axe, les forces accélératrices qui en résultent, et par suite la vitesse de propagation, ne peuvent plus être les mêmes. Cette différence augmente progressivement jusqu'à ce que le mouvement oscillatoire soit parallèle à l'axe ; c'est alors qu'elle atteint son maximum.

23. Considérons ce cas particulier, pour plus de simplicité, et supposons qu'on expose perpendiculairement au rayon incident une plaque

N° XXVIII. cristallisée parallèle à l'axe, en sorte que les rayons qui la traversent soient perpendiculaires à ce dernier; supposons en outre que le faisceau incident soit polarisé suivant un plan déterminé faisant un angle i avec la section principale du cristal: ses oscillations seront perpendiculaires à ce plan. Cela posé, on peut, en raison du principe de la composition et de la décomposition des petits mouvements, concevoir chacun des mouvements oscillatoires des ondes incidentes décomposés en deux autres, l'un perpendiculaire et l'autre parallèle à la section principale. Les premières composantes produiront les ondes ordinaires, et les autres celles qui éprouvent la réfraction extraordinaire. Or, si l'on prend pour unité le facteur commun qui multiplie toutes les vitesses d'oscillation des diverses couches de l'onde qui entre dans le cristal, $\cos i$ sera le coefficient commun des premières composantes et $\sin i$ celui des autres; et les intensités de lumière étant représentées par les forces vives, les intensités de lumière des rayons ordinaires et extraordinaires seront entre elles comme $\cos^2 i$ est à $\sin^2 i$ [1].

[1] L'intensité d'une onde transmise, relativement à l'onde incidente, ne dépend pas seulement de la différence de densité des deux milieux en contact, mais encore de leur différence d'élasticité. La densité du cristal jouissant de la double réfraction est la même pour les deux systèmes d'ondes ordinaires et extraordinaires dans lesquels se résout la lumière transmise; mais l'élasticité du milieu n'étant pas égale dans les deux directions de leurs vibrations, les composantes $\sin i$ et $\cos i$ de l'onde incidente ne se diviseront pas rigoureusement suivant la même proportion en lumière réfléchie et lumière transmise, et la loi de Malus ne doit être considérée comme exacte que lorsqu'il n'y a pas une trop grande différence entre les réfractions ordinaire et extraordinaire.

Je me suis assuré par l'expérience suivante qu'à la surface du spath calcaire, la reflexion qui accompagne la réfraction ordinaire est un peu plus forte que celle qui accompagne la réfraction extraordinaire. J'ai collé, avec de la térébenthine de Venise, sur un rhomboïde de spath calcaire, un parallélipipède de crown assez épais pour bien séparer les images réfléchies à sa première et à sa seconde surface. Cette térébenthine épaisse ayant à très-peu près le même pouvoir réfringent que le verre, la réflexion sur leur surface de contact était insensible; tandis qu'une lumière un peu vive, telle que la flamme d'une lampe d'Argand, donnait une image visible dans le contact de la térébenthine avec le spath d'Islande. J'ai placé entre cet appareil et la lampe un second rhomboïde de spath calcaire, recouvert du côté de la lampe d'un écran percé d'une petite ouverture circulaire, afin d'avoir deux faisceaux lumineux polarisés dans des plans rectangulaires. Ils tombaient sur le second rhomboïde sous une

Voilà une explication bien simple de la loi de Malus[a]. N° XXXVIII.

24. Les oscillations de ces deux systèmes d'ondes, étant rectangulaires, s'exécuteront dans le cristal d'une manière indépendante; et en raison de la différence d'énergie des forces accélératrices qui résultent des petits déplacements des molécules du milieu parallèlement ou perpendiculairement à l'axe, les deux systèmes d'ondes se propageront avec des vitesses différentes; et la distance entre leurs points correspondants deviendra d'autant plus considérable qu'ils auront traversé une plus grande épaisseur de cristal.

25. Dans le cas particulier que nous envisageons, les ondes ordinaires et extraordinaires ne sont séparées que par la différence des chemins parcourus; mais si l'on inclinait la plaque cristallisée sur le faisceau incident, les deux systèmes d'ondes se sépareraient encore l'un de l'autre par leur différence d'obliquité dans le cristal. Dès que la loi des vitesses est connue, il est facile d'en conclure la direction des rayons, d'après la règle du plus court chemin déduite du principe de

inclinaison rapprochée de la normale; or j'ai remarqué que quand on tournait la section principale du premier rhomboïde parallèlement à celle du second, le faisceau extraordinaire sorti du premier n'éprouvait pas de réflexion sensible sur le second, tandis que le faisceau ordinaire au contraire présentait alors son maximum de réflexion. C'était l'inverse quand les sections principales étaient tournées dans des directions rectangulaires; ainsi c'était toujours le rayon réfracté extraordinairement dans le second rhomboïde, c'est-à-dire le rayon le moins réfracté, qui éprouvait la plus faible réflexion. L'absence presque totale de réflexion dans ce cas tenait sans doute à ce que le rapport de réfraction pour un rayon extraordinaire normal aux faces naturelles d'un rhomboïde de spath calcaire est presque exactement le même que celui du crown, qui lui-même diffère très-peu de celui de la térébenthine épaisse.

[a] Malus. — Sur une propriété de la lumière réfléchie. (*Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, t. II, p. 143. — Sur l'influence des formes moléculaires de la lumière dans divers phénomènes d'optique. (*Mémoires de la Société des sciences, agriculture et arts de Strasbourg*, t. Ier, p. 281.) — Théorie de la double réfraction. (*Mémoires de mathématiques et de physique, présentés à la Classe par divers Savants*, t. II, pour 1809, p. 300.)

N° XXXVIII. la composition des petits mouvements. Il suffit donc d'étudier la loi des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires dans les différents cristaux, pour déterminer tous les autres phénomènes de leur double réfraction.

26. Si c'est de la lumière directe qu'on fait tomber sur le cristal, on pourra appliquer aux divers systèmes d'ondes polarisés dont elle se compose ce que nous venons de dire pour un seul. Chacun se divisera de la même manière en ondes ordinaires et ondes extraordinaires, dont les intensités seront en général différentes. Mais comme, en raison de la multitude des chances, il doit se trouver en somme autant de lumière polarisée suivant un plan quelconque que suivant le plan perpendiculaire, les rayons ordinaires et extraordinaires auront la même intensité, à moins qu'il n'y eût trop de différence entre l'énergie des réfractions ordinaires et extraordinaires; car, ainsi que l'indique l'analogie, et comme je m'en suis assuré par expérience sur le spath d'Islande, il devrait y avoir alors une différence appréciable dans la proportion de lumière réfléchie qui correspond à chaque réfraction, et par conséquent dans la lumière transmise, où elle serait à la vérité beaucoup moins apparente.

27. Au lieu de décomposer les oscillations de l'onde incidente parallèlement et perpendiculairement à l'axe, c'est-à-dire dans le sens de la plus grande et de la plus petite élasticité du milieu, on aurait pu les décomposer suivant deux autres directions quelconques. Mais il est à remarquer que, dans des directions obliques à celles du maximum et du minimum d'élasticité, les oscillations en se propageant ne pourraient pas rester parallèles à leur direction primitive. En effet, lorsque la première tranche se déplace suivant une ligne oblique à celles du maximum et du minimum d'élasticité, les forces accélératrices que ce déplacement développe dans le sens du maximum étant plus énergiques que celles qu'il développe dans celui du minimum, le déplacement des tranches suivantes doit s'opérer un peu plus promptement dans ce sens que dans l'autre, ce qui fait que le mouvement des molécules doit changer un peu d'azimut d'une tranche à l'autre et s'éloigner

graduellement de sa direction primitive[1]. Il n'en est pas de même des oscillations qui s'exécutent dans le sens du maximum ou du minimum d'élasticité. Comme alors tout est symétrique de part et d'autre, le mouvement oscillatoire en se propageant doit rester constamment parallèle à lui-même; c'est donc suivant ces deux directions qu'il faut décomposer les oscillations des ondes incidentes pour juger aisément de ce que devient l'ébranlement primitif dans le cristal, en le ramenant à deux systèmes d'ondes qui conservent la direction primitive de leur mouvement oscillatoire, comme s'ils se propageaient dans un milieu d'une élasticité uniforme. Les plans de polarisation du cristal étant ceux suivant lesquels la lumière incidente doit être polarisée pour conserver sa polarisation primitive, il est clair, d'après ce que nous venons de dire, qu'ils seront perpendiculaires aux directions de la plus grande et de la plus petite élasticité du milieu, dans le plan de l'onde, et que c'est suivant ces directions que s'exécutent les oscillations des deux systèmes d'ondes invariables et indépendants dans lesquels se divise la lumière en traversant un milieu doué de la double réfraction. N° XXXVIII

28. Voyons maintenant si ces conséquences de la théorie s'accordent dans tous les cas avec les faits, et considérons d'abord les cristaux à un axe : supposons que les diverses élasticités du milieu sont représentées par les carrés des rayons vecteurs d'un ellipsoïde de révolution, dont l'axe est parallèle à celui du cristal; c'est-à-dire que, pour avoir l'élasticité du milieu, ou le coefficient de la force qui s'oppose au glissement d'une file de molécules dans une direction quelconque, il faudra prendre le carré du rayon vecteur parallèle à cette direc-

[1] Lors même qu'on supposerait que les oscillations de cette espèce se propagent sans changer de direction, il serait facile de démontrer par le principe des interférences que si l'on décompose les oscillations du faisceau incident en mouvements dirigés dans tous les sens, les composantes obliques se détruiront mutuellement, du moins après avoir traversé une épaisseur de cristal suffisante pour établir une différence d'une demi-ondulation dans la marche de deux composantes consécutives, c'est-à-dire après un trajet infiniment long, et qu'il ne resterait plus que les composantes voisines des lignes de maximum et de minimum d'élasticité.

N° XXXVIII. tion[a]. La vitesse de propagation correspondante à cette élasticité sera représentée par ce rayon vecteur, puisqu'elle est proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité, quand la densité du milieu reste la même. Cela posé, menons dans l'intérieur du cristal un plan quelconque qui représentera la surface d'une onde, dont nous supposerons le centre infiniment éloigné, pour plus de simplicité. D'après notre hypothèse fondamentale sur la constitution des ondes lumineuses, ses oscillations n'ont lieu que dans ce plan; plaçons-y le centre de notre ellipsoïde, que nous pouvons transporter à tous les points du milieu. Ce plan coupera l'ellipsoïde de révolution suivant une ellipse dont les deux demi-diamètres rectangulaires indiqueront les directions de la plus grande et de la plus petite élasticité du milieu pour le déplacement des tranches parallèlement à ce plan; ce sont donc les directions suivant lesquelles s'exécuteront les oscillations de l'onde, selon qu'elle appartiendra à la réfraction ordinaire ou extraordinaire. Or l'un de ces axes est compris dans le plan de l'équateur, et conserve toujours la même longueur, quelle que soit l'inclinaison de la section; c'est parallèlement à cet axe que s'exécuteront les vibrations ordinaires, dont la vitesse de propagation restera constante, puisque les forces accélératrices qu'elle développe ne changent pas. Il n'en sera pas de même des oscillations parallèles à l'autre diamètre de la section, qui peut prendre successivement les longueurs de tous les rayons vecteurs de l'ellipsoïde, depuis celle du diamètre de l'équateur, lorsque la section coïncide avec ce plan, jusqu'à la longueur de l'axe de l'ellipsoïde, lorsque la section passe par cet axe: ce sont ces vibrations qui constitueront l'onde extraordinaire.

29. Quant aux plans de polarisation de l'onde ordinaire et de l'onde extraordinaire, ils sont faciles à déterminer d'après ce que nous avons dit. Le premier sera perpendiculaire au diamètre de la section suivant lequel s'exécutent les oscillations ordinaires, c'est-à-dire au diamètre compris dans le plan de l'équateur, et passera en conséquence par l'axe de l'ellipsoïde; le second sera perpendiculaire à l'autre diamètre de la

---

[a] Hypothèse rectifiée plus tard.

section, qui se trouve précisément dans le premier plan de polarisation, et sera donc perpendiculaire à ce plan. Tout ceci est conforme à la règle que Malus avait déduite de l'expérience. N° XXXVIII.

30. Passons maintenant aux cristaux auxquels on a donné le nom de *cristaux à deux axes*. Avec un ellipsoïde de révolution nous venons de représenter les phénomènes de la double réfraction des cristaux à un axe : c'est avec un ellipsoïde dont les trois diamètres sont inégaux que nous allons représenter les lois de la double réfraction des cristaux à deux axes. Nous supposons encore que les élasticités diverses du milieu dans les différentes directions sont proportionnelles aux carrés des rayons vecteurs d'un ellipsoïde [a], en sorte que ces rayons vecteurs représentent les vitesses de propagation des oscillations qui s'exécutent parallèlement à chacun d'eux, comme dans le premier cas; mais l'ellipsoïde, au lieu d'être de révolution, c'est-à-dire, au lieu d'avoir deux de ses diamètres rectangulaires égaux, les a tous trois inégaux.

31. Il en résulte d'abord qu'aucun des plans menés par le centre perpendiculairement à ces diamètres ne coupe l'ellipsoïde suivant un cercle, et qu'en conséquence aucun de ces trois diamètres rectangulaires ne doit présenter les mêmes propriétés que l'axe de révolution de l'ellipsoïde dans le cas précédent, c'est-à-dire l'absence de polarisation pour les ondes qui lui sont perpendiculaires, ou les rayons qui lui sont parallèles, et l'égalité de vitesse entre les rayons ordinaires et les rayons extraordinaires. En effet dès que la section est elliptique, dès qu'elle a deux diamètres inégaux, il y a suivant l'un maximum, et suivant l'autre minimum d'élasticité, d'où résultent en général deux systèmes d'ondes qui se propagent avec des vitesses différentes et sont polarisés dans des directions rectangulaires. Mais on sait que, parmi tous les plans menés par le centre d'un ellipsoïde, il en est toujours deux qui le coupent suivant un cercle, et ce sont les normales à ces

---

[a] Généralisation inexacte.

N° XXXVIII. plans qui donneront la direction de ce qu'on appelle les *deux axes*, c'est-à-dire les deux lignes suivant lesquelles les rayons ordinaires et extraordinaires se propagent avec la même vitesse et ne reçoivent aucune polarisation de la part du cristal. Ceci résulte évidemment de la théorie que je viens d'exposer. Puisque ces deux sections sont circulaires, l'élasticité y est la même dans tous les sens, c'est-à-dire que le déplacement des tranches du milieu parallèlement à ces plans développe les mêmes forces accélératrices dans quelque direction qu'il s'exécute. On voit donc que, pour les rayons perpendiculaires à ces deux sections circulaires, il ne peut pas y avoir deux vitesses de propagation : par conséquent ils ne peuvent éprouver de la part du cristal aucune modification dans leur polarisation primitive. Car supposons qu'on décompose les mouvements oscillatoires de l'onde incidente suivant deux directions rectangulaires prises arbitrairement, les deux ondes composantes, se propageant avec la même vitesse, resteront toujours dans les mêmes situations relatives, et en recomposant les mouvements on aura des oscillations parallèles et semblables à celles de l'onde primitive : ainsi l'onde émergente sera polarisée dans le même sens que l'onde incidente. On voit donc que les deux lignes perpendiculaires aux sections circulaires de l'ellipsoïde jouissent des propriétés optiques observées dans les deux axes du cristal, que j'appellerai *axes optiques*[1], pour les distinguer des axes rectangulaires de l'ellipsoïde, qui sont les véritables axes d'après l'idée qu'on attache ordinairement à ce mot, puisque leur position reste fixe dans le cristal, tandis que l'inclinaison des autres peut varier avec la nature des rayons colorés, ainsi que l'ont remarqué M. Herschel et M. Brewster[2]. On peut se rendre raison

[1] Le nom d'*axes polaires* serait peut-être préférable.

---

[2] *On the Action of crystallized Bodies on homogeneous Light, and on the causes of the Deviation from Newton's scale in the tints which many of them develope on exposure to a polarized Ray.* (*Philosoph. Transact.* for 1820, p. 45. Voir une note de Brewster à la suite de ce Mémoire.) — *On certain remarkable instance of Deviation from Newton's scale in the*

de ce phénomène curieux en supposant que les trois diamètres rectangulaires de l'ellipsoïde, qui représente les vitesses de propagation des déplacements parallèles à ses rayons vecteurs, n'ont pas les mêmes rapports de longueur pour les ondes lumineuses de nature différente: car alors les ellipsoïdes n'étant pas semblables, les plans des sections circulaires n'auraient plus les mêmes inclinaisons relativement à leurs diamètres. Cette hypothèse paraîtra très-admissible, si l'on réfléchit que les vitesses de propagation des rayons de diverses couleurs sont très-sensiblement différentes, et qu'en conséquence les ellipsoïdes correspondants n'ont point les mêmes dimensions; il peut donc se faire aussi qu'ils ne soient pas semblables[1]. N° XXXVIII.

32. Pour distinguer les rayons *ordinaires* des rayons *extraordinaires*, dans les cristaux à deux axes, où, rigoureusement parlant, il n'y a plus de rayons *ordinaires*, je suivrai la règle de M. Biot[a] relative à la direction de leur plan de polarisation, et, concevant deux plans menés par la direction du rayon et celle des axes optiques, j'appellerai *rayon ordinaire* celui dont le plan de polarisation divise en deux parties égales l'angle dièdre de ces plans, en passant en dedans de l'angle aigu des deux axes; et j'appellerai au contraire *rayon extraordinaire* celui

[1] Lorsque les vibrations s'exécutent dans le même milieu suivant la même direction, il semble, d'après les résultats de l'analyse, que les ondes de diverses longueurs devraient se propager avec la même vitesse, puisqu'alors l'élasticité et la densité sont les mêmes; mais ce principe n'est vrai qu'autant que les sphères d'activité des forces accélératrices sont très-petites relativement à la longueur des ondulations. Or il peut se faire que la dépendance mutuelle des molécules s'étende à des distances assez sensibles pour n'être point négligeables devant la longueur des ondulations lumineuses, qui n'est guère qu'un demi-millième de millimètre dans les rayons jaunes[b].

tints developed by Crystals with one axis of double refraction on exposure to polarized Light. — *On the remarkable peculiarity in the Law of the extraordinary Refraction of differently coloured Rays exhibited by certains varieties of Apophyllite.* (*Transactions of Cambridge Philosophical Society*, t. I, part. I, p. 21; part. II, p. 241.)

[a] Mémoire cité plus haut.

[b] Voir ci-après, N° XLIII, § 32.

N° XXXVIII. dont le plan de polarisation, perpendiculaire au premier, divise en deux parties égales l'angle dièdre supplémentaire, et passe en conséquence dans l'angle obtus des deux axes. Ce sont en effet les rayons polarisés de cette seconde manière qui éprouvent les plus grandes variations de vitesse et auxquels convient le mieux le nom de rayons extraordinaires.

Il s'agit de démontrer maintenant que la théorie s'accorde avec cette loi de polarisation, c'est-à-dire que les deux plans qui divisent l'angle dièdre et son supplément en deux parties égales sont perpendiculaires, l'un au petit, et l'autre au grand diamètre de la section elliptique normale au rayon; puisque la théorie nous a appris que les plans de polarisation devaient être perpendiculaires, l'un à la direction de la plus grande élasticité dans le plan de l'onde, et l'autre à la direction de la plus petite.

33. Concevons les deux plans diamétraux perpendiculaires aux axes optiques qui donnent des sections circulaires, et le plan mené par le centre de l'ellipsoïde normalement au rayon. Ces trois plans, étant perpendiculaires à ces trois droites, formeront entre eux un angle solide trièdre supplémentaire de celui qui a les trois droites pour arêtes. Concevons une sphère concentrique à l'ellipsoïde, et qui le coupe suivant le contour des deux sections circulaires : les trois plans dont il s'agit traceront sur la surface de cette sphère un triangle sphérique, et il s'en formera un second par la rencontre de la même surface avec les trois plans menés suivant les deux axes normaux aux sections circulaires et le rayon (sur lequel je place toujours le centre de l'ellipsoïde). Les points où ces trois droites percent la surface sphérique seront les pôles des côtés du premier triangle; et les plans qui diviseront en deux parties égales les angles du second triangle diviseront aussi en deux parties égales les côtés opposés du second : c'est une propriété des triangles supplémentaires très-facile à démontrer. Donc le plan qui divise en deux parties égales l'angle dièdre des deux plans menés par le rayon et les deux axes optiques, divisera en deux parties égales le côté dont il est le pôle, c'est-à-dire l'arc de grand cercle situé

dans le plan de la section elliptique et compris entre les intersections N° XXXVIII.
de ce plan avec les plans des sections circulaires : il divise donc en deux parties égales l'angle de ces deux droites. Or il est à remarquer que suivant ces deux droites les rayons vecteurs de la section elliptique sont égaux entre eux, puisqu'ils sont l'un et l'autre égaux au rayon de la sphère; donc la ligne qui divise leur angle en deux parties égales est un des deux diamètres rectangulaires de cette ellipse; donc le plan qui divise l'angle dièdre en deux parties égales passe par un des diamètres rectangulaires de la section elliptique, et est en conséquence perpendiculaire à l'autre, puisqu'il est d'ailleurs perpendiculaire au plan de l'ellipse. De même, le plan qui divise en deux parties égales le supplément de l'angle dièdre est perpendiculaire au premier diamètre de la section elliptique. Donc la théorie s'accorde encore avec l'expérience sur la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires. Je vais démontrer maintenant qu'elle s'accorde également avec la loi du produit des deux sinus donnée par M. Biot [a].

34. En envisageant la loi d'Huyghens sous le point de vue du système de l'émission, M. de Laplace a trouvé, par le principe de la moindre action, que la différence entre les carrés des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires était proportionnelle au carré du sinus de l'angle que le rayon extraordinaire fait avec l'axe du cristal [b]. Guidé par l'analogie, M. Biot a pensé que, dans les cristaux à deux axes, la même différence devait être proportionnelle au produit des sinus des angles que le rayon extraordinaire fait avec chacun des axes optiques: car, lorsque ces deux axes se réuniraient en un seul, le produit des deux sinus redeviendrait le carré du sinus.

M. Biot a vérifié cette loi par de nombreuses expériences faites avec

[a] Mémoire déjà cité.

[b] Sur le mouvement de la lumière dans les milieux diaphanes. (*Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, t. II, p. 111. — *Mémoires de mathématiques et de physique de la première Classe de l'Institut*, pour 1809, 1re partie, p. 300.

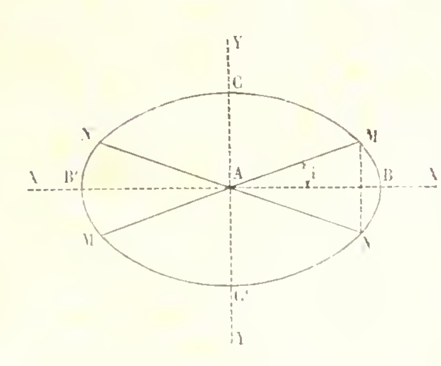
N° XXXVIII. beaucoup de soin et ayant pour unique objet de déterminer la divergence des rayons ordinaires et extraordinaires dans des directions variées[a]. Il a comparé ces mesures avec les nombres déduits de la loi du produit des sinus à l'aide du principe de la moindre action, et a trouvé toujours un accord satisfaisant entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience. En transformant les formules données par le docteur Brewster[b], avant la publication du beau Mémoire de M. Biot, ce savant physicien a reconnu que la loi du produit des sinus, qui lui avait été indiquée par l'analogie, se trouvait renfermée implicitement dans les formules compliquées que le docteur Brewster avait déduites de l'observation. Ainsi les expériences du physicien anglais, comme celles de M. Biot, confirment la loi du produit des sinus. Pour la traduire dans le langage de la théorie des ondes, il faut se rappeler que la direction des rayons étant donnée dans ce système par le principe du plus court chemin, comme elle est donnée dans le système de l'émission par le principe de la moindre action, il en résulte que les vitesses de la lumière qui passe d'un milieu dans un autre sont en rapport inverse dans les deux systèmes. Ainsi la différence des carrés des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires, considérés sous le point de vue du système de l'émission, répond, dans celui des ondes, à la différence des quotients de l'unité divisée par les carrés des vitesses des mêmes rayons: c'est donc cette dernière différence qu'il faut démontrer égale à un facteur constant multiplié par le produit des deux sinus. Je remarquerai d'abord que les deux diamètres de la section elliptique que nous avons déjà considérée nous donnent immédiatement les vitesses de propagation des ondes ordinaires et extraordinaires parallèles au plan de cette section, puisqu'ils représentent les carrés du maximum et du minimum d'élasticité dans le plan de ces ondes; c'est donc la différence des quotients de l'unité divisée par le carré de chaque diamètre qu'il s'agit de calculer.

---

[a] Mémoire déjà cité.

[b] Mémoire déjà cité.

35. Soient BB′ et CC′ le plus grand et le plus petit des diamètres de l'ellipsoïde. Je prends le premier pour axe des x et le second pour axe des y; la figure étant tracée dans le plan de ces deux axes, l'axe des z se trouve projeté en A centre de l'ellipsoïde. — Soient MM′ et NN′ les projections des sections circulaires qui, comme on sait, sont toujours perpendiculaires au plan passant par le plus petit et le plus grand diamètre. — Calculons l'angle i qu'elles font avec le plan des xz. N° XXXVIII.



L'équation de l'ellipsoïde pourra toujours être mise sous la forme

$$fx^2 + gy^2 + hz^2 = 1,$$

plus commode pour la démonstration du théorème dont il s'agit, parce que le coefficient du carré de chaque coordonnée est alors l'unité divisée par le carré du demi-diamètre parallèle à cette coordonnée.

Si l'on fait $z = 0$ dans cette équation de l'ellipsoïde, on aura $fx^2 + gy^2 = 1$, pour l'équation de l'ellipse C′M′B′N′CMBN, située dans le plan de la figure. Pour que la section MM′ soit circulaire, il faut que le rayon vecteur AM, que je représente par r, soit égal au demi-diamètre situé sur l'axe des z, ou que son carré soit égal à celui de ce demi-diamètre, qui est $\frac{1}{h}$; mais on a :

$$y = r \sin i \qquad \text{et} \qquad x = r \cos i;$$

substituant dans l'équation $fx^2 + gy^2 = 1$, elle devient.

$$fr^2 \cos^2 i + gr^2 \sin^2 i = 1,$$

ou, puisque $r^2 = \frac{1}{h}$,

$$\frac{f}{h} \cos^2 i + \frac{g}{h} \sin^2 i = 1,$$

ou enfin

$$f \cos^2 i + g \sin^2 i = h;$$

Nº XXXVIII. d'où l'on tire :

$$\sin^2 i = \frac{f-h}{f-g};\quad \cos^2 i = \frac{h-g}{f-g},\quad \text{et}\quad \operatorname{tang}^2 i = \frac{f-h}{h-g}.$$

Ainsi l'équation du plan AM est

$$y = x\sqrt{\frac{f-h}{h-g}},$$

et celle du plan AN de l'autre section circulaire

$$y = -x\sqrt{\frac{f-h}{h-g}}.$$

Soit $z = ax + by$ le plan de l'onde lumineuse, sur lequel je suppose toujours placé le centre de l'ellipsoïde, et qui passe en conséquence par l'origine des coordonnées. Il s'agit de trouver la différence des quotients de l'unité divisée par les carrés des demi-diamètres de l'ellipse d'intersection de ce plan avec l'ellipsoïde, en fonction des angles que ce plan fait avec les deux sections circulaires; car ces angles sont égaux à ceux que la normale à ce plan, ou le rayon lumineux, fait avec les normales aux deux sections circulaires qui donnent la direction des axes optiques du cristal. Or, si l'on représente par m l'angle que le plan $z = ax + by$ fait avec la section circulaire AM, et par n l'angle qu'il fait avec l'autre section circulaire AN, on a :

$$\cos m = \frac{a\sqrt{f-h} - b\sqrt{h-g}}{\sqrt{f-g}\times\sqrt{1+a^2+b^2}},$$

et

$$\cos n = \frac{a\sqrt{f-h} + b\sqrt{h-g}}{\sqrt{f-g}\times\sqrt{1+a^2+b^2}};$$

et par conséquent

$$\cos m + \cos n = \frac{2a\sqrt{f-h}}{\sqrt{f-g}\times\sqrt{1+a^2+b^2}},\quad \text{et}\quad \cos n - \cos m = \frac{2b\sqrt{h-g}}{\sqrt{f-g}\times\sqrt{1+a^2+b^2}};$$

ce qui donne

$$\frac{\cos m + \cos n}{\cos n - \cos m} = \frac{a\sqrt{f-h}}{b\sqrt{h-g}};$$

d'où l'on tire : X XXXVIII.

$$\frac{b}{a} = \frac{\cos n - \cos m}{\cos n + \cos m}\sqrt{\frac{f-h}{h-g}},$$

et par conséquent

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{(f-h)(\cos n - \cos m)^2}{(h-g)(\cos n + \cos m)^2}.$$

Substituant cette valeur de $\frac{b^2}{a^2}$ dans l'équation

$$(\cos m + \cos n)^2 = \frac{4(f-h)}{(f-g)\left(\frac{1}{a^2} + 1 + \frac{b^2}{a^2}\right)},$$

on en tire :

$$\frac{1}{a^2} = \frac{(f-g)(h-g)(\cos n+\cos m)^2 - (f-h)(f-g)(\cos n - \cos m)^2 + 4(f-h)(h-g)}{(f-g)(h-g)(\cos n + \cos m)^2}.$$

Cela posé, calculons maintenant les deux diamètres de la section elliptique. Il suffit pour cela de former l'équation polaire de l'ellipsoïde et de chercher les valeurs *maxima* et *minima* du rayon vecteur dans le plan de la section elliptique.

Soient, $x = \alpha z$ et $y = \beta z$ les équations générales de ce rayon vecteur; son carré sera égal à $x^2 + y^2 + z^2$, ou, $z^2(1 + \alpha^2 + \beta^2)$, z répondant au point d'intersection de ce rayon vecteur avec la surface de l'ellipsoïde. Pour avoir cette valeur de z^2, j'élimine x et y de l'équation de l'ellipsoïde $fx^2 + gy^2 + hz^2 = 1$, au moyen des équations du rayon vecteur, et j'ai $z^2(f\alpha^2 + g\beta^2 + h) = 1$; d'où je tire

$$z^2 = \frac{1}{(f\alpha^2 + g\beta^2 + h)}.$$

Substituant dans l'expression $z^2(1 + \alpha^2 + \beta^2)$, je trouve pour le carré du rayon vecteur

$$\frac{1 + \alpha^2 + \beta^2}{f\alpha^2 + g\beta^2 + h},$$

expression que j'égale à $\frac{1}{t}$, afin que la variable t représente l'unité divisée par le carré du rayon vecteur, puisque c'est la différence entre ces quotients, pour les valeurs *maxima* et *minima* du rayon vecteur, qu'il s'agit de calculer. Je retombe ainsi sur l'équation polaire

$$f\alpha^2 + g\beta^2 + h = t(1 + \alpha^2 + \beta^2).$$

N° XXXVIII. que Petit a donnée le premier, je crois, et dont il a fait une application si élégante à la discussion générale des surfaces du second degré [a].

Si l'on assujettit le rayon vecteur à rester dans le plan $z = ax + by$, on a l'équation de condition $1 = a\alpha + b\beta$, qui, différentiée par rapport à α et β, donne $\frac{d\beta}{d\alpha} = -\frac{a}{b}$.

Je différentie maintenant l'équation polaire de l'ellipsoïde relativement à α, en considérant β et t comme fonctions de α, et j'ai :

$$2f\alpha + 2g\beta\frac{d\beta}{d\alpha} = (1 + \alpha^2 + \beta^2)\frac{dt}{d\alpha} + 2t\alpha + 2t\beta\frac{d\beta}{d\alpha},$$

ou, substituant pour $\frac{d\beta}{d\alpha}$ sa valeur,

$$2bf\alpha - 2ag\beta - 2tb\alpha + 2ta\beta = (1 + \alpha^2 + \beta^2)\frac{dt}{d\alpha};$$

d'où l'on tire :

$$\frac{dt}{d\alpha} = \frac{2bf\alpha - 2ag\beta - 2tb\alpha + 2ta\beta}{1 + \alpha^2 + \beta^2}.$$

On a donc pour l'équation qui donne les valeurs *maxima* et *minima* de t

$$bf\alpha - ag\beta - tb\alpha + ta\beta = 0, \quad \text{ou} \quad \beta a(t-g) - \alpha b(t-f) = 0.$$

Combinant cette équation avec l'équation $b\beta + a\alpha - 1 = 0$, qui assujettit le rayon vecteur à rester dans le plan de la section elliptique, on en tire les valeurs suivantes de α et β :

$$\alpha = \frac{a(t-g)}{a^2(t-g) + b^2(t-f)}, \qquad \beta = \frac{b(t-f)}{a^2(t-g) + b^2(t-f)}.$$

On peut mettre l'équation polaire de l'ellipsoïde

$$f\alpha^2 + g\beta^2 + h = t(1 + \alpha^2 + \beta^2)$$

sous la forme $\alpha^2(t-f) + \beta^2(t-g) + t - h = 0$, et, substituant à la place de $\alpha^2 + \beta^2$ leurs valeurs, on trouve, en chassant le dénominateur :

$$a^2(t-g)^2(t-f) + b^2(t-f)^2(t-g) + (t-h)\left[a^2(t-g) + b^2(t-f)\right]^2 = 0.$$

---

[a] De la discussion des surfaces du second degré au moyen de l'équation qui a pour racines les carrés des demi-diamètres principaux de ces surfaces. (*Correspondance sur l'École impériale polytechnique*, t. II, p. 324 à 328.)

En faisant attention que $(t-g)(t-f)$ est facteur commun des deux premiers termes, on voit que cette équation peut être mise sous la forme, Nº XXXVIII.

$$(t-f)(t-g)\left[a^2(t-g)+b^2(t-f)\right]-(t-h)\left[a^2(t-g)+b^2(t-f)\right]^2=0,$$

et, supprimant le facteur commun $a^2(t-g)+b^2(t-f)$, on a définitivement,

$$(t-f)(t-g)-a^2(t-g)(t-h)-b^2(t-f)(t-h)=0,$$

pour l'équation du second degré qui doit donner la valeur maximum et la valeur minimum de t.

Je divise cette équation par a^2 et la mets sous la forme,

$$(t-f)(t-g)\frac{1}{a^2}-(t-g)(t-h)-\frac{b^2}{a^2}(t-f)(t-h)=0;$$

j'y substitue les valeurs de $\frac{1}{a^2}$ et $\frac{b^2}{a^2}$ en fonction des angles m et n, que nous avons trouvées dans la première partie du calcul, et j'arrive, après plusieurs réductions, à l'équation :

$$t^2-t\left[f+g-(f-g)\cos n\cos m\right]+fg+\tfrac{1}{4}(\cos^2 n+\cos^2 m)(f-g)^2-\tfrac{1}{2}\cos n\cos m(f^2-g^2)=0;$$

d'où l'on tire

$$t=\tfrac{1}{2}(f+g)-\tfrac{1}{2}(f-g)\cos n\cos m\pm\sqrt{\tfrac{1}{4}(f-g)^2+\tfrac{1}{4}(f-g)^2\cos^2 n\cos^2 m-\tfrac{1}{4}(f-g)^2(\cos^2 n+\cos^2 m)}$$

$$=\tfrac{1}{2}(f+g)-\tfrac{1}{2}(f-g)\cos n\cos m\pm\tfrac{1}{2}(f-g)\sqrt{1+\cos^2 n\cos^2 m-\cos^2 n-\cos^2 m}.$$

Mais la quantité qui est sous le radical est égale à $\sin^2 n\sin^2 m$, comme il est aisé de le voir en substituant à la place de $\cos^2 n$ et $\cos^2 m$ leurs valeurs $1-\sin^2 n$, et $1-\cos^2 m$; donc on a

$$t=\tfrac{1}{2}(f+g)-\tfrac{1}{2}(f-g)\cos n\cos m\pm\tfrac{1}{2}(f-g)\sin n\sin m\ldots\ldots\text{[1]}$$

[1] Les deux valeurs de t peuvent être mises sous la forme suivante,

$$t=\tfrac{1}{2}(f+g)-\tfrac{1}{2}(f-g)\cos(m+n),\ \text{et}\ t=\tfrac{1}{2}(f+g)-\tfrac{1}{2}(f-g)\cos(m-n).$$

N° XXXVIII. Donc la différence entre les deux valeurs de t, ou la quantité cherchée, est égale à

$$(f-g)\sin n \sin m,$$

et par conséquent proportionnelle au produit des deux sinus: ce qu'il fallait démontrer.

Mon hypothèse sur les causes mécaniques de la double réfraction m'a conduit ainsi à démontrer deux propriétés assez curieuses de l'ellipsoïde. J'ignore si elles avaient été remarquées par les géomètres qui se sont occupés des surfaces du second degré; mais quand je serais le premier qui en aurais donné la démonstration, j'attacherais peu de prix à cette petite découverte géométrique.

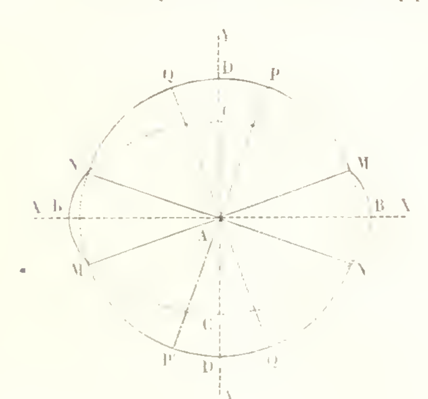
36. Je viens de prouver ainsi que les lois observées par le docteur Brewster et M. Biot, dans les cristaux à deux axes[a], peuvent se représenter par un ellipsoïde dont les trois diamètres sont inégaux. Je vais déduire maintenant de la même théorie les conséquences nouvelles qui en résultent.

J'ai dit, au commencement de ce Mémoire, qu'elle m'avait annoncé d'avance que les rayons ordinaires n'avaient pas la même vitesse parallèlement à l'axe des x et parallèlement à celui des z, et que c'étaient les deux directions suivant lesquelles cette variation devait être le plus sensible. Il est d'abord évident, d'après ma théorie, que la vitesse de ces rayons ne peut être la même dans le sens des x et dans celui des y. En effet, supposons d'abord le rayon parallèle aux x. Si c'est un rayon ordinaire, son plan de polarisation se confond avec le plan des deux axes optiques, ou le plan des xy, et ses vibrations sont en conséquence perpendiculaires à ce plan, ou parallèles aux z; donc la vitesse de propagation du rayon est représentée dans ce cas par le demi-diamètre des z. Considérons maintenant un rayon ordinaire dirigé suivant ce diamètre : son plan de polarisation, devant diviser en deux parties

[a] Mémoires déjà cités, notes des paragraphes 2 et 13.

égales l'angle dièdre formé par les deux plans qui passent suivant ce rayon et les deux axes optiques, passera par l'axe des y; et comme il passe déjà par l'axe des z, il sera perpendiculaire à l'axe des x; donc les vibrations de ce rayon seront parallèles à cet axe, et leur vitesse de propagation sera représentée par la moitié du diamètre des x; mais, dans le premier cas, la vitesse des rayons était représentée par le demi-diamètre des z; et puisque par hypothèse ces deux diamètres de l'ellipsoïde ne sont pas égaux, on voit que dans ces deux cas les vitesses de propagation des rayons ordinaires sont différentes. Il s'agit maintenant de démontrer que c'est alors que leur différence est la plus grande possible. N° XXXVIII.

37. Ce que je viens de dire sur la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires suppose que les deux axes optiques PP' et QQ' comprennent l'axe des Y dans leur angle aigu; car sans cela le plan de polarisation du rayon ordinaire ne passerait pas par l'axe des y, mais par celui des x, dans le second cas que nous avons considéré; puisque, d'après la règle de M. Biot, le plan de polarisation du rayon ordinaire doit toujours passer en dedans de l'angle aigu des deux axes. Cela posé, quelle que soit la direction d'un rayon ordinaire mené par le centre de l'ellipsoïde, son plan de polarisation passant en dedans de l'angle aigu QAP des deux axes, sa trace sur le plan de la figure, ou plan des xy, sera comprise dans l'intérieur de cet angle, et par conséquent la projection (sur le plan de la figure) du diamètre perpendiculaire au plan de polarisation sera comprise dans l'angle aigu MAN et M'AN' des deux sections circulaires, puisqu'elles sont perpendiculaires aux axes optiques PP' et QQ'. Donc ce diamètre, dont la moitié représente la vitesse de propagation du rayon, ne peut rencontrer la surface de l'ellipsoïde hors des deux parties projetées en MBNA et M'B'N'A. Mais



N° XXXVIII. si du point A comme centre, et d'un rayon égal à celui des sections circulaires, on décrit une sphère, on voit que dans ces deux parties sa surface passera par-dessous celle de l'ellipsoïde, et que par conséquent aucun des diamètres de l'ellipsoïde projetés dans cet espace angulaire ne sera plus petit que le diamètre MM' des sections circulaires, ou le diamètre des z. La moitié de ce diamètre donne donc le minimum de la vitesse de propagation des rayons ordinaires, tandis que son maximum est donné par le demi-diamètre des x, le plus grand, par hypothèse, de tous les rayons vecteurs de l'ellipsoïde. Ainsi les circonstances que j'avais choisies pour vérifier la variation de vitesse des rayons ordinaires étaient les plus favorables, puisqu'elles la présentaient à son maximum.

38. Par un raisonnement semblable il serait aisé de démontrer que les diamètres perpendiculaires aux plans de polarisation des rayons extraordinaires sont toujours compris dans les angles obtus N'AM et M'AN des sections circulaires, quelle que soit la direction de ces rayons, et qu'en conséquence leur vitesse de propagation ne peut varier qu'entre les vitesses représentées par le demi-diamètre des z et le demi-diamètre des y. En général cette étendue est plus considérable que celle dans laquelle varient les rayons ordinaires, parce que l'angle QAP est aigu par hypothèse; mais s'il était droit, l'angle des deux sections circulaires le serait aussi, et par conséquent l'angle MAB serait la moitié d'un angle droit, dont la tangente est égale à l'unité. Or nous avons trouvé pour le carré de la tangente MAB l'expression $\frac{f-h}{h-g}$; en l'égalant à 1, l'on a $f-h=h-g$. Les quantités f, g et h ne sont pas les demi-diamètres de l'ellipsoïde, mais les quotients de l'unité divisée par leurs carrés; ainsi de ce que la différence entre f et h est égale à la différence entre h et g, on ne peut en conclure, en général, que la différence entre les demi diamètres des x et des z est égale à la différence entre ceux des z et des y; mais comme dans presque tous les cristaux, excepté le spath calcaire, l'ellipsoïde se rapproche extrêmement d'une sphère, les différences de ses diamètres, étant très-petites, sont sensiblement proportionnelles à celles des quantités f, g, h. Ainsi, lorsque l'angle des deux axes optiques sera droit, l'étendue des variations de vitesse des rayons

ordinaires sera égale à celle des variations de vitesse des rayons extraordinaires, et il n'y aura pas de raison pour donner le nom de *rayons ordinaires* aux uns plutôt qu'aux autres. N° XXXVIII.

39. Il me reste à démontrer deux conséquences de la théorie que j'ai énoncées en rendant compte de mes expériences, savoir : que la différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires, parallèlement aux y, est égale à la différence de vitesse des rayons ordinaires dans le sens des x et celui des z, et que la vitesse des rayons extraordinaires reste la même dans ces deux dernières directions.

40. Considérons d'abord un rayon dirigé suivant l'axe des y. Son plan de polarisation coïncide avec le plan des yz, s'il éprouve la réfraction ordinaire, et avec le plan des xy, si c'est un rayon extraordinaire ; ainsi les oscillations du premier sont parallèles à l'axe des x, et celles du second à l'axe des z. Leurs vitesses de propagation et les différences de ces vitesses seront donc les mêmes que pour les rayons ordinaires parallèles aux x, et les rayons ordinaires parallèles aux z.

41. Passons au second théorème : la démonstration en est aussi simple. Les rayons ordinaires parallèles aux x ayant leur plan de polarisation dans le plan même des xy, celui des rayons extraordinaires, qui suivent la même direction, coïncide avec le plan des xz ; donc leur vitesse de propagation est représentée par le demi-diamètre des y perpendiculaire à ce plan. De même, les rayons ordinaires parallèles aux z ayant pour plan de polarisation le plan des yz, les rayons extraordinaires, qui suivent la même direction, ont leur plan de polarisation dans le plan perpendiculaire xz. Leurs oscillations s'exécutent donc parallèlement au diamètre des y, dont la moitié représente encore leur vitesse de propagation. Ainsi, d'après la théorie, les rayons extraordinaires doivent avoir la même vitesse, quand ils sont dirigés parallèlement aux x, ou parallèlement aux z. C'est aussi ce que les expériences de diffraction et de réfraction confirment, comme on l'a vu au commencement de ce Mémoire [a].

---

[a] Mémoire cité, note du § 5.

N° XXXVIII. 42. J'ai mesuré, par un procédé analogue à celui de M. Biot, l'intervalle compris entre les images ordinaire et extraordinaire que donnent chacun de mes deux prismes de topaze, à un mètre de distance, et en les tournant de manière que l'abaissement des deux images fût le moindre possible, ce qui m'indiquait qu'alors les rayons traversaient les prismes parallèlement à leurs bases, ou à la face de clivage que nous avons prise pour plan des xz. La dépression moyenne des images résultant de la supériorité de réfraction des prismes de topaze sur ceux de crown était d'environ 15° 18'. J'ai trouvé, pour la divergence des images correspondant au prisme dont l'arête était parallèle à l'axe des x, $22^{mm},7$ et pour la divergence des images données par le second prisme, dont l'arête était parallèle aux z, $17^{mm},0$. Les rayons étaient parallèles aux z dans le premier prisme, et aux x dans le second : d'après la théorie les premiers devaient en conséquence donner une plus grande séparation des images que les seconds, puisque l'axe des x diffère plus de l'axe des y que l'axe des z.

Connaissant l'angle des prismes de topaze, qui est à peu près de $92° \frac{1}{2}$, je pouvais calculer, d'après ces deux mesures, tous les éléments de leur double réfraction. J'ai employé dans ce calcul le rapport de la réfraction ordinaire donné par M. Biot, et que j'ai supposé pris dans les circonstances où il est le moindre possible. Ce rapport est 1,61018 pour les rayons orangés; il serait en conséquence à peu près 1,61096 pour les rayons les plus brillants du spectre. C'est le nombre d'où je suis parti et qu'il importait peu de connaître avec une grande précision, puisqu'il s'agit plutôt ici de déterminer les différences des diamètres de l'ellipsoïde que leurs longueurs absolues relativement à la vitesse de propagation de la lumière dans l'air, prise pour unité.

J'ai trouvé, d'après la première mesure,

$$\sqrt{g}-\sqrt{f}, \text{ ou } \frac{1}{b}-\frac{1}{a}=0,00965;$$

et, d'après la seconde,

$$\sqrt{g}-\sqrt{h}, \text{ ou } \frac{1}{b}-\frac{1}{c}=0,00723;$$

donc N° XXXVIII.

$$\sqrt{h}-\sqrt{f}, \text{ ou } \frac{1}{c}-\frac{1}{a}=0{,}00242,$$

en représentant par a, b et c les demi-diamètres de l'ellipsoïde.

43. On peut conclure de là l'angle que chaque axe optique fait avec l'axe des y, par la formule

$$\operatorname{tang} i=\sqrt{\frac{f-h}{h-g}}.$$

En faisant attention que, vu le peu de différence qu'il y a entre les quantités f, g et h, le rapport de $h-f$ à $g-h$ est sensiblement le même que celui de $\sqrt{h}-\sqrt{f}$ à $\sqrt{g}-\sqrt{h}$, on a pour $\sqrt{\frac{h-f}{g-h}}$ l'expression numérique $\sqrt{\frac{0{,}00242}{0{,}00723}}$, qui est la valeur de $\operatorname{tang} i$; et l'on trouve $i=30^\circ 3'$, valeur qui ne s'éloigne pas beaucoup de celle que m'avait donnée l'observation directe de l'inclinaison des axes, qui était $30^\circ 53'$.

44. En partant des résultats obtenus par les expériences de diffraction rapportées au commencement de ce Mémoire, on trouve pour les mêmes quantités

$$\sqrt{g}-\sqrt{f}, \text{ ou } \frac{1}{b}-\frac{1}{a}=0{,}00922,$$

$$\sqrt{g}-\sqrt{h}, \text{ ou } \frac{1}{b}-\frac{1}{c}=0{,}00700,$$

et

$$\sqrt{h}-\sqrt{f}, \text{ ou } \frac{1}{c}-\frac{1}{a}=0{,}00222;$$

d'où l'on conclut $i=29^\circ 23'$.

D'après les observations de M. Biot, on a

$$\sqrt{g}-\sqrt{f}, \text{ ou } \frac{1}{b}-\frac{1}{a}=0{,}00990 \text{ et } i=31^\circ 37';$$

or

$$\sin^2 i=\frac{h-f}{g-f}=\frac{\sqrt{h}-\sqrt{f}}{\sqrt{g}-\sqrt{f}},$$

à très-peu près; donc

$$\sqrt{h}-\sqrt{f}=(\sqrt{g}-\sqrt{f})\sin^2 i=0{,}00990 \sin^2 31^\circ 37'$$

$$=0{,}00272=\frac{1}{c}-\frac{1}{a};$$

N° XXXVIII. et, par conséquent,

$$\sqrt{g} - \sqrt{h}, \text{ ou } \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0{,}00718.$$

45. On voit que les résultats de mes deux expériences diffèrent assez les uns des autres, et de ceux qui se déduisent des observations de M. Biot. N'ayant pas pris toutes les précautions nécessaires pour m'assurer que la direction des rayons lumineux relativement aux axes du cristal était bien exactement celle que je leur supposais, et n'ayant mesuré l'angle des prismes, dans la seconde expérience, que d'une manière assez grossière, je ne regarde ces essais que comme une première vérification approximative de la théorie. Je me propose de les reprendre dans une saison plus favorable aux expériences de diffraction, en y apportant tous les soins nécessaires et en employant de la lumière homogène, pour éviter les méprises que la dispersion de double réfraction peut occasionner dans la détermination des bandes centrales.

Malgré ce qu'elles laissent à désirer du côté de l'exactitude, ces deux vérifications expérimentales paraîtront sans doute une confirmation frappante des conséquences les plus singulières de mon hypothèse. Si d'ailleurs on fait attention que la loi du produit des sinus, démontrée à la fois par les observations de M. Brewster et de M. Biot, ainsi que la règle de M. Biot pour déterminer les plans de polarisation, sont aussi des conséquences naturelles et même nécessaires de cette hypothèse, on sentira qu'elle présente déjà une explication très-probable de la double réfraction et des phénomènes de polarisation qui l'accompagnent.

46. Il résulte des faits nouveaux rapportés dans ce Mémoire, comme des faits connus précédemment, que les lois de la double réfraction de tous les cristaux étudiés jusqu'à présent[1] peuvent être représentées à l'aide d'un ellipsoïde dont les trois diamètres sont en général inégaux. Quand ces trois axes sont égaux, la lumière n'a qu'un seul

[1] [Addition marginale au crayon] : « excepté ceux dont la double réfraction est trop forte, comme le spath calcaire. »

mode de propagation dans le milieu, et il n'y a alors ni double réfraction ni polarisation. Quand deux des diamètres seulement sont égaux, c'est-à-dire que l'ellipsoïde est de révolution, il représente la double réfraction des cristaux à un axe. L'un des deux systèmes d'ondes dans lesquels la lumière se divise, conserve toujours la même vitesse dans toutes les directions et suit ainsi les lois de la réfraction ordinaire, tandis que l'autre, en changeant de direction, passe successivement par toutes les vitesses de propagation qui répondent à chaque rayon vecteur de l'ellipsoïde. Enfin, lorsque les trois diamètres sont inégaux, ce qui est le cas des cristaux à deux axes, aucun des deux systèmes d'ondes dans lesquels la lumière est divisée ne conserve une vitesse constante dans tous les sens, c'est-à-dire qu'aucun ne suit les lois de la réfraction ordinaire, et, qu'à proprement parler, il n'y a plus alors de rayons ordinaires. Cependant les rayons qui traversent ces sortes de cristaux se divisent naturellement en deux classes par le sens de leur plan de polarisation, et ces deux classes de rayons n'éprouvent pas en général des variations égales. Pour conserver les dénominations usitées, on peut appeler *rayons ordinaires* ceux qui éprouvent les plus petites variations dans leur vitesse. Les deux lignes qu'on nomme *axes du cristal* [1] sont déterminées par la direction des deux plans diamétraux qui coupent l'ellipsoïde suivant un cercle : ce sont les diamètres perpendiculaires à ces deux sections circulaires. N° XXXVIII.

[1] M. Brewster leur a donné le nom plus convenable d'*axes résultants*, d'après des idées théoriques qui n'ont d'ailleurs aucun rapport avec les miennes [a]. Il a expliqué depuis longtemps les différences d'inclinaison de ces axes, pour les rayons de diverses couleurs, en supposant que les forces polarisantes qui les déterminent, et qu'il suppose dirigées suivant des axes rectangulaires, peuvent varier d'une espèce de rayons à l'autre. On voit qu'il y a quelque analogie, sous ce rapport, entre son explication et la mienne, à laquelle elle est d'ailleurs antérieure de plusieurs années. [Voyez la lettre du Dr Brewster à la fin du Mémoire de M. Herschel sur les déviations à la table de Newton [b].]

(a) Mémoire cité, note du paragraphe 13.
(b) Mémoires cités, note du paragraphe 31.

X XXXVIII Les différentes vitesses que peuvent prendre les rayons ordinaires sont données par les rayons vecteurs de l'ellipsoïde qui sont compris dans l'angle aigu des deux sections circulaires, et les rayons vecteurs de la partie de l'ellipsoïde comprise dans l'angle obtus représentent les différentes vitesses des rayons extraordinaires. Quand l'ellipsoïde est de révolution, les deux sections circulaires se confondant avec l'équateur, cette seconde partie comprend l'ellipsoïde entier; tandis que les rayons vecteurs correspondant aux vitesses des rayons ordinaires se bornent alors à ceux qui sont renfermés dans le plan de l'équateur et dont la longueur est constante. Si les deux sections circulaires étaient perpendiculaires entre elles, l'ellipsoïde étant toujours supposé peu différent d'une sphère, comme dans la plupart des cristaux étudiés jusqu'à présent, l'étendue des variations de vitesse des rayons ordinaires serait égale à celle des rayons extraordinaires, c'est-à-dire qu'il y aurait autant de différence entre le maximum et le minimum de vitesse des rayons ordinaires qu'entre le maximum et le minimum de vitesse des rayons extraordinaires. Alors il n'y aurait plus aucune raison pour donner le nom de *rayons ordinaires* aux uns plutôt qu'aux autres.

47. Pour déterminer les vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires et leurs plans de polarisation à l'aide de l'ellipsoïde, il faut se rappeler l'hypothèse fondamentale de la théorie que je viens d'exposer : c'est que les vibrations lumineuses s'exécutent dans le sens même de la surface des ondes, et que leur plan de polarisation est le plan perpendiculaire à la direction de ces oscillations. Maintenant, si l'on se donne la direction d'un rayon dans l'intérieur du cristal, il faudra généralement par un point quelconque de ce rayon concevoir un plan tangent à la surface de l'onde (qui est toujours sensiblement perpendiculaire au rayon, tant que la double réfraction n'a pas trop d'énergie)[1], et, prenant ce point pour centre de l'ellipsoïde, déter-

[1] Pour la plupart des cristaux on peut faire abstraction de l'inclinaison de l'onde sur le rayon dans le calcul de la vitesse; mais dans le carbonate de chaux cette inclinaison me paraît déjà assez sensible pour qu'il soit nécessaire d'y avoir égard; et alors, d'après mes idées théoriques, la différence entre les carrés des vitesses du rayon ordi-

miner la direction et la grandeur de chacun des deux diamètres de la section elliptique faite dans l'ellipsoïde par le plan tangent : leurs directions donneront celles de la plus grande et de la plus petite élasticité, et par conséquent celles suivant lesquelles doivent s'exécuter les vibrations ordinaires et extraordinaires. Les plans de polarisation seront donc perpendiculaires à ces diamètres, dont les demi-longueurs représenteront d'ailleurs les vitesses de propagation des vibrations qui leur sont parallèles, puisque les rayons vecteurs sont supposés proportionnels aux carrés de l'élasticité du milieu suivant chacun d'eux. N° XXXVIII

48. Cette hypothèse sur la constitution des ondes lumineuses, à laquelle j'ai été conduit par les lois particulières que nous avions remarquées, M. Arago et moi, dans l'interférence des rayons polarisés, les explique de la manière la plus simple, et avec elles tous les phénomènes de coloration que présentent les lames cristallisées, puisque l'explication de ceux-ci repose uniquement sur ces lois. Elle m'a conduit en outre à des formules qui donnent les intensités de la lumière réfléchie sur la surface des corps transparents, sous toutes les incidences, les déviations du plan de polarisation et les proportions de lumière polarisée par réflexion et par transmission; formules que je crois justes, si j'en juge du moins par le petit nombre de vérifications auxquelles je les ai soumises[a]. Cette hypothèse s'accorde d'ailleurs, aussi bien que celle qui suppose les vibrations parallèles aux rayons, avec le principe des interférences, qui a servi à expliquer et à découvrir les lois de tant de phénomènes d'optique; elle me paraît donc

carré du rayon extraordinaire ne serait pas rigoureusement proportionnelle au carré du sinus de l'angle que le rayon fait avec l'axe, mais au carré du sinus de l'angle que le plan tangent à l'onde fait avec le plan de l'équateur, si du moins les carrés des élasticités du milieu sont réellement proportionnels aux rayons vecteurs d'un ellipsoïde, ce que des expériences très-précises peuvent seules décider.

Voyez N° XXII, § 17 et suivants.

[a] On remarquera cette réserve.

N° XXXVIII. d'une haute probabilité par la multitude des faits qu'elle embrasse, et par la confirmation frappante que l'expérience m'a présentée jusqu'ici de ses conséquences les plus inattendues.

A. FRESNEL.

[Présenté à l'Académie le 19 novembre 1821.

DELAMBRE.]

N° XXXIX.

MÉMOIRE

SUR

LA DOUBLE RÉFRACTION.

EXTRAIT

LU À L'INSTITUT LE 26 NOVEMBRE 1821

1. Tous les physiciens qui se sont occupés de la double réfraction ont supposé, je crois, jusqu'à présent, que la vitesse des rayons ordinaires restait constante dans le même cristal, quelle que fût leur direction, et soit que le cristal eût un seul axe ou plusieurs. On a reconnu depuis longtemps que dans le spath calcaire un des faisceaux

(1) Cet Extrait a été lu à l'Académie une semaine après la présentation du Mémoire XXXVIII. Dans ce court espace de temps, les méditations de Fresnel l'avaient conduit à des progrès considérables, et l'avaient mis en possession complète, on peut le dire, des lois de la double réfraction. La déviation des ondes planes et des rayons de lumière, imparfaitement indiquée dans le Mémoire, est exposée dans l'Extrait avec une clarté qui ne laisse rien à désirer, notamment aux paragraphes 16 et 24; la construction approchée, bonne à donner une première notion des propriétés des cristaux faiblement biréfringents, mais inapplicable au spath calcaire et aux corps analogues, est mentionnée encore dans l'Extrait, mais complétée par des principes qui renferment implicitement (§ 15 et 23) la loi générale à laquelle le nom de Fresnel demeure attaché. De telles différences nous ont fait juger nécessaire de placer le présent Extrait après le Mémoire auquel il se rapporte, par exception à la règle suivie par M. de Senarmont et maintenue partout ailleurs dans cette édition. [E. Verdet.]

N° XXXIX. lumineux suivait les lois de la réfraction ordinaire; et c'est pour cette raison même qu'on l'a nommé *faisceau ordinaire*. Il était naturel d'étendre ce principe à tous les autres cristaux, et de supposer que toujours un des deux faisceaux dans lesquels ils divisent la lumière suit les lois de la réfraction ordinaire, ou, en d'autres termes, conserve la même vitesse dans tous les sens. Voilà du moins ce qu'indiquait l'analogie. Mais en cherchant par la théorie des ondes à expliquer la double réfraction, d'abord pour le cas le plus simple, celui des cristaux à un axe, tels que le spath calcaire, je remarquai que le raisonnement que j'employais pour rendre compte de la vitesse constante du rayon ordinaire ne pouvait pas s'appliquer aux cristaux à deux axes. J'ai publié cette explication dans le cahier des Annales de chimie et de physique du mois de juin dernier. J'en tirai dès lors la singulière conséquence que la vitesse des rayons ordinaires devait varier avec leur direction dans les cristaux à deux axes[a].

2. Ce n'était pas d'une manière vague que la théorie m'indiquait ces variations; elle m'annonçait dans quelles directions elles seraient le plus sensibles, et les liait d'une manière si précise avec les éléments de la double réfraction des cristaux à deux axes, que, connaissant l'intensité de la double réfraction et l'angle des deux axes, je pouvais déterminer d'avance par un calcul numérique les variations de la vitesse des rayons ordinaires. C'est ce que j'ai fait pour la topaze, en partant des nombres donnés par M. Biot dans son beau Mémoire sur la double réfraction[b]. Aussitôt que j'ai pu me procurer une topaze, je me suis empressé de comparer l'expérience avec les résultats du calcul. J'ai reconnu que la vitesse des rayons ordinaires variait précisément dans le sens indiqué par la théorie; mais cette variation s'est trouvée plus petite d'un sixième environ que celle que j'avais calculée d'avance. Néanmoins, comme la variation de vitesse qu'il s'agissait de

---

[a] Voyez N° XXXII, § 10 et suivants.

[b] Mémoire sur les lois générales de la double réfraction dans les corps cristallisés. (*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut*, pour 1818, t. III, p. 177.)

mesurer est très-petite, le résultat de l'expérience m'a paru une confirmation satisfaisante de la théorie; et j'ai pensé qu'on pouvait attribuer la discordance d'un sixième à quelque inexactitude de mes observations, et peut-être aussi à une petite différence de propriétés optiques entre ma topaze et celle de M. Biot. N° XXXIX

3. Cette première vérification avait été faite par le moyen que fournit la diffraction pour mesurer la différence de marche des rayons lumineux. Quoique le principe des interférences, sur lequel il repose, soit maintenant au rang des lois les plus certaines de l'optique, M. Arago m'a engagé à mettre cette variation de la réfraction ordinaire en évidence par les mêmes procédés que M. Biot a employés à la mesure de la double réfraction, afin de ne rien laisser à désirer sur la démonstration expérimentale d'un phénomène aussi singulier. C'est ce que j'ai fait avec le même succès, à l'aide du petit appareil que j'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie.

4. Il consiste dans deux prismes isocèles de topaze tirés du même cristal et collés bout à bout. Ils ont été travaillés ensemble avec beaucoup de soin, de manière que leurs faces contiguës fussent exactement dans un même plan, ce qui a été vérifié par la réflexion. Ces prismes accouplés, dont l'angle réfringent est à peu près de $92^\circ \frac{1}{2}$, ont été collés ensuite avec de la térébenthine entre deux prismes de crown d'un seul morceau chacun, disposés de manière que les deux faces opposées, par lesquelles entre et sort la lumière qui traverse les prismes de topaze, fussent parallèles entre elles et au plan qui divise en deux parties égales l'angle réfringent des cristaux. De cette manière ceux-ci se trouvent presque achromatisés. Mais à cause du plus grand pouvoir réfringent de la topaze, son effet prismatique général n'est pas entièrement compensé; et les rayons menés suivant un plan d'incidence perpendiculaire à l'arête sont encore brisés de $15^\circ 18'$ environ, quand ils sont également inclinés sur les faces d'entrée et de sortie. Dans ce cas particulier, que j'ai choisi pour mon expérience, ils traversent les prismes de topaze parallèlement à leur base, qui est dans l'un et l'autre une face de clivage, dont le plan est, comme on sait, perpendiculaire à la

N° XXXIX. ligne qui divise en deux parties égales l'angle aigu des deux axes. Mais les autres faces ont été taillées suivant des directions différentes dans les deux prismes. Dans l'un l'arête de l'angle réfringent est parallèle au plan des deux axes, et dans l'autre elle lui est perpendiculaire. Il en résulte que les rayons, dirigés comme nous l'avons supposé, traversent le premier prisme perpendiculairement au plan des deux axes, et le second parallèlement à ce plan, en restant toujours perpendiculaires à la ligne qui divise en deux parties égales l'angle aigu des deux axes, puisqu'ils sont supposés parallèles au plan de clivage. Ce sont les deux directions qui m'avaient été indiquées par la théorie comme devant présenter la plus grande variation de la vitesse des rayons ordinaires, et partant de leur réfraction; tandis que, dans le même cas, la réfraction extraordinaire resterait constante. C'est ce qui a lieu, en effet, comme on peut s'en assurer en regardant une ligne droite au travers de ces deux prismes. Je suppose la base en haut et l'arête en bas, pour fixer les idées; on reconnaîtra que l'image inférieure est bien continue, c'est-à-dire que la portion vue au travers d'un prisme est exactement sur le prolongement de celle qu'on voit à travers l'autre, tandis que l'image supérieure est brisée d'une manière très-sensible, et se trouve plus haute dans un prisme que dans l'autre : or l'image inférieure est la plus réfractée, et partant l'image extraordinaire; et l'image supérieure appartient évidemment aux rayons ordinaires, puisqu'elle est la moins réfractée; car on sait que dans la topaze c'est la réfraction ordinaire qui est la plus faible.

5. Cette expérience a l'avantage de démontrer la variation de la réfraction ordinaire, sans qu'il soit même nécessaire de connaître le sens des coupes, puisqu'il suffit de remarquer laquelle des deux images est la moins réfractée par la topaze. Mais quand on sait dans quel sens les faces de chaque prisme ont été taillées, on peut encore reconnaître l'image ordinaire d'après la direction de son plan de polarisation, au moyen de la règle de M. Biot, et s'assurer de nouveau que c'est l'image ordinaire qui change de hauteur quand l'œil passe d'un prisme à l'autre.

6. J'ai mesuré la divergence des rayons et la variation de réfraction ordinaire que présente cet appareil. Les résultats ne s'accordent pas encore tout à fait avec les nombres déduits des observations de M. Biot, mais s'en rapprochent plus que les mesures obtenues par la diffraction. Au reste, n'ayant pas pris dans ces deux expériences toutes les précautions nécessaires pour éviter les petites causes d'erreur, et surtout pour m'assurer que les rayons étaient exactement dirigés comme je le supposais relativement aux axes, je ne présente ces résultats que comme une première vérification approximative de la théorie. N° XXXIX.

Cette théorie est d'ailleurs confirmée par les expériences de M. Biot et de M. Brewster[a], car elle s'accorde avec les lois qui en dérivent, savoir : la loi du produit des deux sinus relative à la différence des carrés des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires, et la règle que M. Biot a donnée pour déterminer la direction des plans de polarisation.

7. En envisageant la loi d'Huyghens sous le point de vue du système de l'émission, M. de Laplace a trouvé, par le principe de la moindre action[b], que la différence entre les carrés des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires était proportionnelle au carré du sinus de l'angle que le rayon extraordinaire fait avec l'axe du cristal. Guidé par l'analogie, M. Biot a pensé que, dans les cristaux à deux axes, la même différence devait être proportionnelle au produit des sinus des angles que le rayon extraordinaire fait avec chacun des deux axes[c] : car lorsque ces deux axes se réunissent en un seul, le produit des deux sinus redeviendrait le carré du sinus. M. Biot a vérifié cette loi par de nombreuses expériences, faites avec beaucoup de soin, et ayant pour unique objet de déterminer la divergence des rayons ordinaires et ex-

---

[a] *On the Laws of Polarisation and double Refraction in regularly crystallized Bodies.* (*Philosophical Transactions*, for 1818, p. 199.)

[b] Sur le mouvement de la lumière dans les milieux diaphanes (*Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, t. II, p. 111.)

[c] Mémoire déjà cité, note.

N° XXXIX. traordinaires dans des directions variées. Il a comparé ces mesures avec les nombres déduits de la loi du produit des sinus à l'aide du principe de la moindre action, et a trouvé toujours un accord satisfaisant entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience. En transformant les formules données antérieurement par le docteur Brewster, M. Biot a reconnu que la loi du produit des sinus, qui lui avait été indiquée par l'analogie, se trouvait renfermée implicitement dans les formules compliquées que le Dr Brewster avait déduites de l'observation. Ainsi les expériences de ces deux savants physiciens confirment également la loi du produit des sinus.

8. Pour la traduire dans le langage de la théorie des ondes, il faut se rappeler que la direction des rayons étant donnée d'après ce système par le principe du plus court chemin, comme elle est donnée dans le système de l'émission par le principe de la moindre action, il en résulte que les vitesses de la lumière qui passe d'un milieu dans un autre sont en rapport inverse dans les deux systèmes. Ainsi la différence des carrés des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires, considérées sous le point de vue du système de l'émission, répond, dans celui des ondes, à la différence des quotients de l'unité divisée par les carrés des vitesses des mêmes rayons; c'est donc cette dernière différence qu'il faut démontrer égale à un facteur constant multiplié par le produit des deux sinus, quand on adopte la théorie des ondulations.

9. La démonstration que j'en donne dans mon Mémoire n'est pas susceptible d'être lue. Je n'entreprendrai pas non plus de lire les autres développements théoriques qu'il contient, de crainte de lasser l'attention de l'Académie; je me bornerai à en présenter un extrait.

Les lois que nous avons remarquées depuis longtemps, M. Arago et moi, dans l'interférence des rayons polarisés [a], m'ont conduit à considérer les vibrations lumineuses comme s'exécutant toujours transversalement dans le sens même de la surface des ondes. En exposant

[a] Voyez le N° XVIII.

cette hypothèse dans le cahier des Annales de chimie et de physique du mois de juin dernier [a], j'ai fait voir comment on pouvait la concilier avec la fluidité de l'éther et concevoir l'absence des vibrations sensibles suivant la direction des rayons, en supposant que ce fluide présente une résistance suffisante à la compression. N° XXXIX

10. Il est à remarquer d'abord que tous les calculs d'interférences appliqués jusqu'ici aux phénomènes d'optique, et qui ont si puissamment contribué à les expliquer et souvent même à en découvrir les lois, s'accordent aussi bien avec cette nouvelle hypothèse sur la constitution des ondes lumineuses qu'avec la première; car l'interférence des rayons et leur influence mutuelle auront également lieu et se calculeront de la même manière, quelle que soit la direction des oscillations lumineuses, soit qu'elles s'exécutent parallèlement ou perpendiculairement à la ligne de propagation, pourvu qu'elles aient la même direction, ou à peu près, dans les deux faisceaux qui interfèrent.

11. On voit déjà que, d'après cette nouvelle hypothèse, la lumière polarisée est celle dont les vibrations transversales s'exécutent constamment suivant la même direction, et que la lumière ordinaire est l'assemblage, ou plutôt la succession rapide d'une infinité d'ondes polarisées suivant toutes les directions. L'acte de la polarisation ne consiste plus à créer ces mouvements transversaux, mais à les décomposer suivant deux directions rectangulaires invariables, et à séparer les deux composantes l'une de l'autre; car alors, dans chacune d'elles, les mouvements oscillatoires s'opéreront toujours suivant le même plan.

12. Après avoir rappelé ces idées théoriques publiées dans le journal déjà cité, je m'occupe d'abord des cristaux à un axe, que je considère comme des milieux dans lesquels l'élasticité est la même tout autour de l'axe perpendiculairement à sa direction, tandis qu'elle

[a] Voyez le N° XXXII, § 10 et suivants.

N° XXXIX varie pour les autres inclinaisons. J'entends ici par élasticité la force plus ou moins grande avec laquelle le petit déplacement d'une file de molécules glissant sur elle-même, en vertu de l'oscillation lumineuse, tend à entraîner le déplacement des rangées suivantes. Cela posé, pour que les rayons ordinaires conservent la même vitesse de propagation suivant toutes les directions, il faut que leurs oscillations s'exécutent toujours perpendiculairement à l'axe, parce qu'alors, développant toujours les mêmes forces accélératrices, elles se propagent avec la même vitesse, puisque d'ailleurs la densité du milieu ne varie pas; or le plan de polarisation des rayons ordinaires passe par l'axe : donc leurs oscillations, qui sont à la fois perpendiculaires à l'axe et à ces rayons, le sont à leur plan de polarisation. Ainsi c'est perpendiculairement au plan de polarisation que s'exécutent les oscillations lumineuses.

13. Après avoir donné cette définition mécanique du plan de polarisation, je considère un faisceau lumineux qui entre dans une plaque parallèle à l'axe perpendiculairement à sa surface, et qui est polarisé suivant un plan dirigé d'une manière quelconque relativement à la section principale. Je fais voir comment, d'après le principe de la composition et de la décomposition des petits mouvements, il se décomposera en deux systèmes d'ondes qui vibreront, l'un dans le sens de la plus grande élasticité, et l'autre dans celui de la plus petite, c'est-à-dire parallèlement et perpendiculairement à l'axe. Celui qui vibrera perpendiculairement à l'axe appartiendra au faisceau ordinaire, et l'autre constituera les ondes extraordinaires. Or les forces accélératrices qu'ils développent ayant des coefficients inégaux en raison de la différence d'élasticité dans les deux directions, ces deux systèmes d'ondes se propageront avec des vitesses différentes, et seront d'autant plus éloignés l'un de l'autre qu'ils auront traversé une plus grande épaisseur de cristal.

14. Dans le cas particulier que nous envisageons, les ondes ordinaires et extraordinaires ne sont séparées que par la différence des chemins parcourus; mais si l'on inclinait la plaque cristallisée sur le

faisceau incident, les deux systèmes d'ondes se sépareraient encore l'un de l'autre par leur différence d'obliquité dans le cristal, puisque leurs vitesses de propagation ne sont pas les mêmes. Dès que la loi des vitesses est connue, il est facile d'en conclure la direction des rayons, d'après la règle du plus court chemin déduite du principe de la composition des petits mouvements. Il suffit donc d'étudier la loi des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires dans les différents cristaux pour déterminer les autres phénomènes de leur double réfraction. N° XXXIX

15. Si la constitution élastique du milieu était connue, l'on en conclurait immédiatement la vitesse des rayons suivant toutes les directions, d'après l'hypothèse que nous venons d'exposer. Mais il paraît difficile d'établir *a priori*, avec quelque probabilité, la loi générale de ces élasticités, et il est plus simple de recourir à l'expérience et de la déduire de la loi des vitesses. Si celle-ci est rigoureusement représentée par les rayons vecteurs d'un ellipsoïde de révolution dans le spath calcaire, comme il paraît résulter des expériences d'Huyghens, de Wollaston et de Malus, ce sera encore une surface de révolution qui donnera la loi des élasticités; mais sa courbe génératrice, au lieu d'être une ellipse, sera une courbe du quatrième degré, qui ne présentera aussi qu'un maximum et un minimum du rayon vecteur, condition nécessaire pour que la lumière ne se divise qu'en deux systèmes d'ondes. Je suppose que chaque rayon vecteur est proportionnel à la racine carrée de l'élasticité qui s'oppose aux petits déplacements relatifs des files moléculaires suivant sa direction, et représente ainsi la promptitude avec laquelle ces vibrations se propagent. La surface de révolution ainsi déterminée se rapproche d'autant plus d'un ellipsoïde, qu'il y a moins de différence entre le plus grand et le plus petit de ses rayons vecteurs, c'est-à-dire que la double réfraction est plus faible. Dans presque tous les cristaux, excepté le carbonate de chaux, elle se confond avec l'ellipsoïde, ou du moins la différence est beaucoup plus petite que les quantités dont on peut répondre dans les observations. C'est pourquoi j'adopte l'ellipsoïde dans ce cas, comme une représen-

N° XXXIX. tation plus simple de la loi des élasticités et dont les conséquences sont plus faciles à saisir [a].

16. Étant donné le plan tangent à l'onde, c'est-à-dire le plan suivant lequel s'exécutent les vibrations lumineuses au point que l'on considère, il est aisé de déterminer, à l'aide de cet ellipsoïde, les vitesses de propagation et les plans de polarisation des deux espèces de vibrations qui peuvent s'exécuter dans ce plan. Il suffit d'y placer le centre de l'ellipsoïde, et de chercher la direction et la grandeur des deux axes rectangulaires, ou diamètres principaux de la section elliptique faite par ce plan dans l'ellipsoïde; on aura ainsi les directions de la plus grande et de la plus petite élasticité de la section. C'est suivant ces directions que s'exécuteront les vibrations ordinaires et extraordinaires, et les plans de polarisation leur seront perpendiculaires; quant aux vitesses de propagation, elles seront données par les moitiés de ces mêmes diamètres.

17. Lorsque l'ellipsoïde est de révolution, ce qui représente le cas des cristaux à un axe, un des diamètres principaux de la section elliptique est toujours compris dans le plan de l'équateur, et par conséquent ne change pas de grandeur, quelle que soit la direction du plan sécant; c'est parallèlement à ce diamètre que s'exécutent les vibrations ordinaires, qui conservent ainsi la même vitesse de propagation pour toutes les directions de l'onde lumineuse. Quant à l'autre diamètre de la section elliptique, suivant lequel s'exécutent les vibrations extraordinaires, il peut prendre toutes les grandeurs des diamètres de l'ellipsoïde, depuis celle de l'axe jusqu'à celle du diamètre de l'équateur. Ce dernier cas a lieu lorsque la section faite par le plan tangent à l'onde coïncide avec le plan de l'équateur, c'est-à-dire quand les rayons sont parallèles à l'axe. Alors la vitesse de propagation des ondes extraordinaires est égale à celle des ondes ordinaires, puisqu'elles sont représentées l'une et l'autre par le rayon de l'équateur. Cette section, étant circulaire,

[a] Hypothèse bientôt rectifiée.

n'offre plus ni maximum ni minimum d'élasticité, et ne doit plus en conséquence imprimer aucune polarisation à l'onde. Il est facile de voir en effet que si l'on décomposait les oscillations de l'onde incidente suivant deux directions rectangulaires quelconques, elles se propageraient avec la même vitesse, puisque les élasticités parallèles à la section sont les mêmes dans tous les sens; par conséquent les deux ondes composantes se trouveraient encore au sortir du cristal dans les mêmes situations relatives, et, en recomposant les mouvements, les vibrations de l'onde résultante auraient la même direction que celle de l'onde incidente; donc le plan de polarisation primitif ne peut pas changer. (XXXIX)

18. Tant que la double réfraction est très-faible, comme dans la plupart des cristaux, le rayon extraordinaire s'écarte fort peu de la normale à l'onde, et le plan tangent est sensiblement perpendiculaire au rayon; donc l'angle que ce plan fait avec celui de l'équateur est égal à l'inclinaison du rayon sur l'axe. Mais il résulte des propriétés de l'ellipse (que nous prenons ici pour génératrice de la surface de révolution), que la différence entre les quotients de l'unité divisée par les carrés des deux diamètres de la section est proportionnelle au carré du sinus de l'angle qu'elle fait avec le plan de l'équateur, et par conséquent au carré du sinus de l'angle que le rayon fait avec l'axe. Ainsi lorsque l'ellipsoïde se rapproche beaucoup d'une sphère, il représente les élasticités du milieu avec une exactitude suffisante, puisqu'il ramène à la loi d'Huyghens.

Quant à la règle de Malus [a] sur la direction du plan de polarisation, elle résulte également de la construction que je viens d'indiquer. Les vibrations ordinaires s'exécutant suivant le diamètre de la section elliptique compris dans le plan de l'équateur, leur plan de polarisation est perpendiculaire à ce diamètre et passe en conséquence par l'axe de l'ellipsoïde; c'est le méridien mené par le rayon. Le plan de polarisation du rayon extraordinaire doit être perpendiculaire à l'autre

[a] Théorie de la double réfraction (XLII). (*Mémoires de mathématiques et de physique présentés à la Classe, etc. par divers Savants.* — 2e Collection, t. II, pour 1809, p. 303.)

N° XXXIX. diamètre de la section elliptique, qui est compris dans le plan méridien, et suivant lequel s'exécutent les vibrations extraordinaires. Il est donc perpendiculaire à ce méridien, ou au plan de polarisation des rayons ordinaires.

19. Après avoir représenté les phénomènes de la double réfraction des cristaux à un axe par un ellipsoïde de révolution, je fais voir, dans ce Mémoire, que tous les phénomènes de la double réfraction des cristaux à deux axes peuvent être représentés à l'aide d'un ellipsoïde dont les trois diamètres conjugués rectangulaires sont inégaux, ses rayons vecteurs étant toujours supposés proportionnels aux racines carrées des élasticités du milieu, ou aux vitesses de propagation des vibrations parallèles.

Dans un ellipsoïde de cette espèce, aucune des sections perpendiculaires à l'un des trois axes n'est circulaire, et par conséquent aucun de ces axes ne doit offrir les mêmes propriétés que l'axe de révolution de l'ellipsoïde du cas précédent, c'est-à-dire l'absence de polarisation pour les ondes qui sont perpendiculaires à cet axe ou les rayons qui lui sont parallèles, et l'égalité de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires. En effet, dès que la section est elliptique, dès que ses diamètres sont inégaux, il y a suivant l'un maximum et suivant l'autre minimum d'élasticité; d'où résulte généralement la division de la lumière incidente en deux systèmes d'ondes qui se propagent avec des vitesses différentes, et sont polarisés dans des directions rectangulaires. Mais on sait que parmi tous les plans menés par le centre d'un ellipsoïde, il en est toujours deux qui le coupent suivant des cercles, et ce sont les normales à ces plans qui donneront la direction de ce qu'on appelle les *deux axes* du cristal, c'est-à-dire les deux lignes suivant lesquelles les rayons ordinaires et extraordinaires se propagent avec la même vitesse et ne reçoivent aucune polarisation de la part du cristal. Puisque ces deux sections sont circulaires, l'élasticité y est la même dans tous les sens, c'est-à-dire que le déplacement des tranches du milieu parallèlement à ces plans développe les mêmes

forces accélératrices dans quelque direction qu'il s'exécute. Donc les rayons qui leur sont perpendiculaires ne peuvent pas avoir deux vitesses de propagation, et ne doivent en conséquence éprouver aucun changement dans l'azimut de leur plan primitif de polarisation, ainsi que nous l'avons déjà vu. N° XXXIX.

20. J'appelle les diamètres perpendiculaires aux sections circulaires, *axes optiques*, pour les distinguer des axes de l'ellipsoïde, qui sont les véritables *axes* du cristal, puisque leur direction reste constante quelle que soit la nature de la lumière employée, tandis que les deux axes optiques varient en général avec l'espèce des rayons, comme l'a remarqué M. Herschel[a]. Cela tient sans doute à ce que les trois axes rectangulaires qui représentent les vitesses de propagation des vibrations parallèles à chacun d'eux, et dont la longueur varie avec celle des ondulations lumineuses, ne conservent plus entre eux les mêmes rapports: car, s'il en est ainsi, les sections circulaires changeront d'inclinaison, et avec elles les deux axes optiques, qui leur sont perpendiculaires.

Si la sphère d'activité des forces qui maintiennent les molécules du milieu dans leurs positions respectives ne s'étendait qu'à des distances infiniment petites relativement à la longueur d'ondulation, la vitesse de propagation resterait constante pour la même densité et la même élasticité du milieu, quelle que fût la longueur des ondes; mais comme la longueur moyenne des ondes lumineuses n'est guère que d'un demi-millième de millimètre, on peut supposer sans invraisemblance que cette étendue n'est pas infiniment grande relativement à celle de la sphère d'activité de la force élastique, et dès lors il en résulte que

[a] *On the action of crystallized Bodies on homogeneous Light, and on the causes of the Deviation from Newton's scale in the tints which many of them develope on exposure to a polarized Ray.* (*Philosophical Transactions*, for 1820, p. 45.) — *On certain remarkable instance of Deviation from Newton's scale in the tints developed by Crystals with one axis of double Refraction on exposure to polarized Light.* — *On a remarkable peculiarity in the Law of the extraordinary Refraction of differently coloured Rays exhibited by certain varieties of Apophyllite.* (*Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. I, part I, p. 21; part II, p. 241.)

N° XXXIX. les ondes les plus courtes doivent se propager un peu plus lentement que les autres; ce qui explique d'une manière assez satisfaisante le phénomène de la dispersion. Ainsi, dans cette hypothèse, les rayons vecteurs de l'ellipsoïde, par lesquels, en définitive, j'ai voulu représenter les vitesses de propagation des vibrations parallèles, n'auraient pas les mêmes longueurs pour les ondes de diverses longueurs, quoique les élasticités du milieu ne changent pas. Ainsi, puisque les trois axes de l'ellipsoïde ne conservent pas la même longueur pour les rayons de diverses couleurs, comme l'expérience le prouve, et que ces variations sont plus grandes que la double réfraction elle-même dans la plupart des cristaux, on peut supposer qu'en changeant de longueur d'une espèce de rayons à l'autre, ils ne conservent pas non plus entre eux le même rapport, et alors la variation d'inclinaison des axes optiques est expliquée[a].

21. Revenant ensuite aux lois générales de la double réfraction des cristaux à deux axes, dans une lumière homogène, je déduis de l'ellipsoïde la règle que M. Biot a donnée pour déterminer la direction des plans de polarisation et la loi du produit des deux sinus.

Ce savant physicien a reconnu par l'observation que le plan de polarisation du rayon ordinaire, pour une direction quelconque, divise en deux parties égales l'angle aigu des deux plans menés par ce rayon et les deux axes optiques; tandis que le plan de polarisation du rayon extraordinaire divise en deux parties égales le supplément de cet angle dièdre, ou l'angle obtus des deux plans.

D'après la théorie que je viens d'exposer, pour trouver la direction des deux plans de polarisation, il faut mener par le centre de l'ellipsoïde (que je place toujours sur le rayon) un plan perpendiculaire au rayon,

[a] Tout ce dernier alinéa est bâtonné sur le manuscrit de l'auteur. Nous le reproduisons néanmoins, parce qu'il éclaircit un passage correspondant du Mémoire précédent (§ 31, note finale) et qu'il n'a été bâtonné par Fresnel, suivant toute apparence, qu'en vue de l'impression, et pour éviter les objections dont l'auraient fatigué ses contradicteurs habituels. Les mêmes idées se trouvent en effet reproduites et fortifiées par des développements nouveaux dans les Mémoires subséquents. [E. VERDET.]

et déterminer le grand et le petit diamètre de la section elliptique N° XXXIX
faite par ce plan : chacun des plans de polarisation devra être perpendiculaire à l'un des diamètres rectangulaires, et conséquemment passera par l'autre. Il fallait donc démontrer que les plans qui divisent en deux parties égales l'angle dièdre en question et son supplément coupent la section elliptique suivant ses deux diamètres principaux : c'est ce que j'ai fait aisément sans calcul et par de simples considérations géométriques.

22. Pour démontrer que la loi des produits des sinus est encore une conséquence des propriétés de l'ellipsoïde, il fallait prouver que la différence entre les quotients de l'unité divisée par les carrés des deux diamètres conjugués rectangulaires d'une section diamétrale quelconque de l'ellipsoïde est égale à un facteur constant multiplié par le produit des sinus des angles que la normale au plan sécant fait avec les normales aux deux sections circulaires, qui sont les deux axes optiques. Je n'ai pu démontrer ce théorème sans avoir recours à l'analyse appliquée, et le calcul est même un peu long, quoiqu'il conduise à un résultat très-simple. J'aurais pu l'abréger sans doute en me bornant au cas particulier où les trois axes de l'ellipsoïde diffèrent très-peu, ce qui suffisait pour l'application que je voulais en faire.

La vérification de mon hypothèse sur les causes mécaniques de la double réfraction m'a conduit ainsi à deux propriétés assez curieuses de l'ellipsoïde. J'ignore si elles avaient été remarquées par les géomètres qui se sont occupés des surfaces du second degré ; mais quand je serais le premier qui en aurais donné la démonstration, j'attacherais fort peu de prix à cette petite découverte géométrique.

23. Le reste de mon Mémoire est employé à exposer les conséquences nouvelles auxquelles j'ai été conduit par la même théorie, telles que la variation de vitesse des rayons ordinaires, qui s'en déduit immédiatement. En effet, lorsque les trois axes de l'ellipsoïde sont inégaux, les deux axes de la section diamétrale changent de longueur l'un et l'autre quand on fait varier la direction du plan sécant : or les

N° XXXIX. moitiés de ces deux axes représentent les vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires perpendiculaires au plan sécant; ainsi la vitesse des premiers varie comme celle des seconds, mais entre des limites plus rapprochées, si l'on appelle du moins *rayons ordinaires* ceux dont le plan de polarisation passe toujours dans l'intérieur de l'angle aigu des deux axes optiques, et *rayons extraordinaires* ceux dont le plan de polarisation passe dans l'angle obtus. Je fais voir aussi que la plus grande variation de vitesse des rayons ordinaires doit avoir lieu dans le cas que j'avais choisi pour mes deux expériences, et qu'alors les rayons extraordinaires au contraire conservent la même vitesse; ce que l'observation a confirmé.

24. Il résulte donc des faits nouveaux rapportés dans ce Mémoire, comme de ceux qui étaient déjà connus, que dans les cristaux où la double réfraction a peu d'énergie, ses lois peuvent être représentées avec une approximation suffisante à l'aide d'un ellipsoïde dont les trois diamètres conjugués rectangulaires sont généralement inégaux. On les représentera plus rigoureusement dans tous les cas, et l'on y comprendra celles qui résultent des expériences de Huyghens, Wollaston et Malus sur le spath calcaire[a], en substituant à l'ellipse une courbe du quatrième degré, dont l'équation est déterminée par l'hypothèse de l'ellipticité des ondes, hypothèse qui paraît jusqu'ici d'accord avec l'observation, mais qu'il ne serait pas inutile de vérifier encore sur le spath calcaire par les moyens plus précis qu'on emploie maintenant. Lorsque l'ellipsoïde, ou l'autre surface qu'on pourrait lui substituer, a ses trois axes égaux, la lumière n'a qu'un seul mode de propagation dans le milieu, et il n'y a alors ni double réfraction ni polarisation. Quand deux axes seulement sont égaux, c'est-à-dire quand la surface

[a] Huyghens, Traité de la lumière; — Wollaston, *On the oblique Refraction of Iceland Crystal.* (*Philosophical Transactions*, for 1802, p. 381.) — Malus, Théorie de la double réfraction (*Mémoires de mathématiques et de physique présentés à la Classe, etc. par divers Savants*, 2e Collection, t. II, pour 1809, p. 303.)

est de révolution, elle représente les lois de la double réfraction des cristaux à un axe : un des deux systèmes d'ondes dans lesquels la lumière se divise conserve toujours la même vitesse dans toutes les directions, et suit ainsi les lois de la réfraction ordinaire, tandis que l'autre en changeant de direction prend successivement toutes les vitesses de propagation qui répondent à chaque rayon vecteur. Enfin lorsque les trois diamètres principaux sont inégaux, ce qui est le cas des cristaux à deux axes, aucun des deux systèmes d'ondes en lesquels la lumière est divisée ne conserve une vitesse constante dans tous les sens, c'est-à-dire qu'aucun ne suit les lois de la réfraction ordinaire, et qu'à proprement parler *il n'y a plus alors de rayons ordinaires.* Pour conserver les dénominations usitées, on peut donner ce nom à ceux dont la vitesse éprouve les moindres variations, et que l'on distingue aisément des autres par la direction de leur plan de polarisation, qui passe toujours dans l'angle aigu des deux axes optiques du cristal, tandis que le plan de polarisation des rayons extraordinaires passe dans l'angle obtus. Ces deux axes optiques sont déterminés par la direction des deux plans diamétraux qui coupent la surface suivant un cercle; ce sont les diamètres perpendiculaires à ces deux sections circulaires. Les différentes vitesses des rayons ordinaires sont données par les rayons vecteurs compris dans l'angle aigu des deux sections circulaires, et les rayons vecteurs compris dans l'angle obtus représentent toutes les vitesses des rayons extraordinaires. N° XXXIX

25. Si les plans des deux sections circulaires étaient perpendiculaires entre eux (la surface étant toujours supposée peu différente d'une sphère, comme dans la plupart des cristaux), l'étendue des variations de vitesse des rayons ordinaires serait égale à celle des rayons extraordinaires, et il n'y aurait plus de raison pour donner le nom de *rayons ordinaires* aux uns plutôt qu'aux autres.

26. Si l'on veut déterminer la vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires, et leurs plans de polarisation, pour une direction quelconque de l'onde lumineuse, dans le cristal, il faut généralement, par le point de cette onde que l'on considère, lui mener un plan tangent,

N° XXXIX. et, prenant ce point pour centre de la surface dont les rayons vecteurs représentent les racines carrées des élasticités du milieu, chercher la longueur et la direction du plus grand et du plus petit diamètre de la section faite par ce plan dans la surface; leurs directions seront celles des vibrations ordinaires et extraordinaires, auxquelles les plans de polarisation doivent être perpendiculaires, et la moitié de chacun de ces diamètres représentera la vitesse de propagation des oscillations parallèles. Cette construction, indépendante de la nature de la surface qui donne les diverses élasticités du milieu, repose uniquement sur la supposition que les vibrations lumineuses s'exécutent dans le sens même de la surface des ondes.

27. Cette hypothèse sur la constitution des ondes lumineuses, à laquelle j'ai été conduit par les lois particulières que nous avions remarquées, M. Arago et moi, dans l'interférence des rayons polarisés, les explique de la manière la plus simple, et avec elles tous les phénomènes de la coloration des lames cristallisées, puisque l'explication de ceux-ci repose uniquement sur ces lois. Elle m'a conduit encore à des formules qui donnent les intensités de la lumière réfléchie sur la surface des corps transparents sous toutes les incidences, les déviations du plan de polarisation et les proportions de lumière polarisée par réflexion et par transmission; formules que je crois justes, si j'en juge du moins par le petit nombre de vérifications auxquelles je les ai soumises. Cette hypothèse s'accorde d'ailleurs, aussi bien que celle des vibrations parallèles aux rayons, avec le principe des interférences, qui a servi à expliquer et à calculer tant de phénomènes d'optique; elle me paraît donc d'une haute probabilité par la multitude des faits qu'elle embrasse, et par la confirmation frappante que l'expérience m'a présentée jusqu'ici de ses conséquences les plus inattendues[a].

Paris, ce 25 novembre 1821.

A. FRESNEL.

---

[a] De tous les travaux de Fresnel qui sont publiés pour la première fois dans cette édition, l'Extrait qu'on vient de lire et le Mémoire précédent, N° XXXVIII, sont peut-être les plus in-

téressants. En révélant la série de généralisations et de conjectures par lesquelles Fresnel est arrivé peu à peu à la découverte des lois générales de la double réfraction, ils font disparaître une difficulté qui ne pouvait manquer de résulter de toute étude tant soit peu approfondie de ses écrits imprimés. On sait en effet que dans le Mémoire sur la double réfraction qui fait partie du Recueil de l'Académie des sciences (voir N° XLVII), la loi de la double réfraction est présentée comme le résultat nécessaire d'une théorie mécanique; mais il ne faut pas beaucoup d'attention pour apercevoir dans la suite de ses raisonnements deux lacunes considérables. Premièrement Fresnel admet, sans démonstration suffisante, que les élasticités mises en jeu dans la propagation des ondes planes sont uniquement déterminées par la direction des vibrations et ne dépendent pas de la direction du plan des ondes (§ 9 du Mémoire cité). Ensuite, il regarde comme négligeable et absolument inefficace, en vertu des propriétés de l'éther, la composante de l'élasticité normale sur le plan des ondes, oubliant qu'après avoir constitué son milieu élastique avec des points matériels disjoints et soumis à leurs actions réciproques, il n'avait plus le droit de recourir à des suppositions auxiliaires du genre de celles sur lesquelles on a coutume de fonder l'hydrostatique et l'hydrodynamique, sans avoir égard à la vraie constitution moléculaire des fluides. Il pouvait sembler singulier que le résultat définitif d'un raisonnement incomplet et inexact en deux points fût une des lois de la nature dont l'expérience a le mieux confirmé la vérité. N° XXXIX.

On a vu au contraire que cette loi s'était manifestée à Fresnel comme le résultat d'une généralisation toute semblable aux généralisations qui ont amené la plupart des grandes découvertes. Lorsqu'il a voulu ensuite se rendre compte de la loi par une théorie mécanique il n'est pas étonnant qu'il ait, peut-être à son insu, conduit cette théorie vers le but qu'il connaissait d'avance, et qu'il ait été déterminé, dans le choix des hypothèses auxiliaires moins par leur vraisemblance intrinsèque que par leur accord avec ce qu'il était en droit de considérer comme la vérité.

On a vu quelques traces du progrès des idées de Fresnel dans les notes marginales qu'il avait ajoutées au manuscrit du Mémoire N° XXXVIII, et que cette édition reproduit. Dans les Mémoires ultérieurs on ne trouvera plus que l'exposition, sous des formes diverses, de la théorie mécanique par laquelle il a essayé de démontrer *a posteriori* les lois qu'une intuition directe lui avait révélées; en sorte qu'il ne paraît pas qu'il ait jamais rédigé lui-même le développement de cette première induction, si précieuse à tous égards. Heureusement il n'est pas difficile d'y suppléer, et les calculs suivants se seront probablement offerts d'eux-mêmes aux lecteurs.

Soit θ l'angle d'une direction quelconque avec l'axe d'un cristal de spath ou de tout autre cristal biréfringent à un seul axe; la distance du centre de l'ellipsoïde de Huyghens au plan tangent perpendiculaire à cette direction sera exprimée par

$$\sqrt{a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta}$$

a et b étant le demi-axe équatorial et le demi-axe polaire de cet ellipsoïde, et cette distance sera précisément la vitesse de propagation des ondes planes extraordinaires normales à la direction considérée. L'élasticité mise en jeu par les vibrations extraordinaires sera donc proportionnelle au carré de l'expression précédente. Admettons que les vibrations extraordi-

N° XXXIX. naires soient dirigées suivant l'intersection du plan de l'onde avec la section principale, et construisons la courbe dont l'équation polaire est

$$\rho^2 = a^2 \cos^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega.$$

L'angle ω étant compté à partir de l'axe optique, il n'est pas difficile de voir que cette courbe aura la propriété que ses rayons vecteurs représentent les vitesses de propagation des ondes planes extraordinaires dont les vibrations leur sont parallèles. En faisant tourner cette courbe autour de l'axe optique on engendrera une surface de révolution qui aura pour équation, en coordonnées rectangles,

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2x^2 + b^2(y^2 + z^2),$$

si l'on prend l'axe des x pour axe optique. En continuant d'appeler ρ le rayon vecteur, et désignant par λ, μ, ν ses angles avec les trois axes coordonnés, on peut à cette équation substituer la suivante :

$$\rho^2 = a^2 \cos^2 \lambda + b^2 (\cos^2 \mu + \cos^2 \nu).$$

Si l'on coupe cette surface par un plan normal à une droite contenue dans le plan xz et faisant avec l'axe des x un angle α, on aura pour tous les points de l'intersection

$$\cos\alpha \cos\lambda + \sin\alpha \cos\nu = 0,$$

comme d'ailleurs

$$\cos^2 \lambda + \cos^2 \mu + \cos^2 \nu = 1,$$

on déduit de là

$$\cos^2 \nu = \cos^2 \lambda \cot^2 \alpha,$$

$$\cos^2 \mu = 1 - \cos^2 \lambda (1 + \cot^2 \alpha),$$

et, substituant ces valeurs dans l'équation de la surface, on obtient l'équation suivante, à laquelle tous les points de la courbe d'intersection doivent satisfaire,

$$\rho^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \cos^2 \lambda.$$

Donc, en supposant $a > b$, le rayon vecteur de cette courbe est minimum lorsque $\lambda = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire suivant l'intersection de la courbe et du plan yz, et maximum lorsque λ est minimum, c'est-à-dire suivant l'intersection du plan de la courbe avec le plan xz qui lui est normal et qui passe par l'axe optique. D'ailleurs la valeur b du minimum est la vitesse de propagation des ondes ordinaires; la valeur $\sqrt{a^2 \cos^2 \lambda + b^2 \sin^2 \lambda}$ du maximum est la vitesse de propagation des ondes extraordinaires. Donc la surface définie plus haut est telle que, si on la coupe par un plan quelconque, le minimum et le maximum du rayon vecteur représentent les vitesses de propagation des ondes ordinaires et des ondes extraordinaires parallèles au plan considéré.

Il est naturel de supposer que dans les cristaux à deux axes il existe une surface douée de propriétés semblables et que son équation est

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2.$$

C'est précisément la surface de quatrième degré dont parle Fresnel dans divers passages de l'Extrait N° XXXIX. N° XXXIX.

Si la double réfraction est très-faible, on pourra poser,

$$h^2 = a^2 + a'^2 = b^2 + b'^2 = c^2 + c'^2,$$

a'^2, b'^2, c'^2 étant de très-petites quantités, et, par suite,

$$\rho^2 = h^2 - (a'^2 \cos^2 \lambda + b'^2 \cos^2 \mu + c'^2 \cos^2 \nu).$$

D'autre part, si l'on considère l'ellipsoïde qui a pour axes les quantités a, b et c, son équation sera, dans la même hypothèse,

$$\frac{r^2 \cos^2 \lambda}{h^2 - a'^2} + \frac{r^2 \cos^2 \mu}{h^2 - b'^2} + \frac{r^2 \cos^2 \nu}{h^2 - c'^2} = 1,$$

et, en ayant égard à la petitesse de a'^2, b'^2, c'^2, on pourra l'écrire comme il suit :

$$\frac{r^2}{h^2}\left(1 + \frac{a'^2}{h^2}\cos^2 \lambda + \frac{b'^2}{h^2}\cos^2 \mu + \frac{c'^2}{h^2}\cos^2 \nu\right) = 1,$$

ou bien, au même degré d'approximation,

$$r^2 = h^2 - (a'^2 \cos^2 \lambda + b'^2 \cos^2 \mu + c'^2 \cos^2 \nu).$$

On pourra donc, sans erreur sensible, confondre la surface du quatrième degré avec l'ellipsoïde dont il s'agit.

Enfin, si l'on construit une nouvelle surface qui ait pour rayons vecteurs les inverses des rayons vecteurs de la première, on obtient, dans le cas général, l'ellipsoïde à trois axes inégaux, qui a pour équation,

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = 1.$$

(E. Verdet.)

N° XL.

NOTE

SUR

LA DOUBLE RÉFRACTION,

DANS LES CRISTAUX À DEUX AXES.

INSÉRÉE AU MONITEUR DU 12 DÉCEMBRE 1819.

[Cette note est précédée, dans le *Moniteur*, d'un avertissement ainsi conçu: Sciences. — Plusieurs savants étrangers s'occupant de recherches importantes sur les phénomènes de la lumière, nous croyons les intéresser en mentionnant ici une découverte qui vient d'être faite parmi nous sur les lois générales de la double réfraction. Les journaux scientifiques en rendront sans doute un compte détaillé.]

On avait supposé jusqu'à présent que dans tous les cristaux qui divisent la lumière en deux faisceaux, un de ces faisceaux suivait les lois de la réfraction ordinaire. M. Fresnel, ingénieur au corps royal des ponts et chaussées, a reconnu que ce principe n'était exact que pour les cristaux à un axe, et que dans les cristaux à deux axes les rayons *ordinaires* éprouvaient des variations de vitesse et de réfraction analogues à celles des rayons *extraordinaires*, mais comprises entre des limites moins étendues. Nous n'entreprendrons pas d'exposer les idées théoriques sur la double réfraction et la polarisation qui l'ont conduit à cette découverte, et qu'il avait déjà publiées dans le cahier des Annales de chimie et de physique du mois de juin dernier. Nous nous borne-

(1) La publication de cette Note a eu pour objet de constater la priorité de l'Auteur dans la découverte des lois de la double réfraction des cristaux à deux axes. [L. F.]

N° XL. rons à énoncer la construction au moyen de laquelle il représente les lois générales de la double réfraction.

Tous les phénomènes de la double réfraction d'un cristal à deux axes peuvent être représentés par un ellipsoïde dont les trois axes sont inégaux. Si, pour une direction donnée des rayons lumineux dans le cristal, on veut connaître les vitesses de propagation qui répondent aux réfractions ordinaire et extraordinaire, il faut mener par le centre de l'ellipsoïde un plan perpendiculaire à la direction des rayons; le plus grand et le plus petit rayon vecteur de la section elliptique faite par ce plan dans la surface de l'ellipsoïde donneront, l'un la vitesse du faisceau ordinaire et l'autre celle du faisceau extraordinaire, et les plans de polarisation de chacun des deux faisceaux seront perpendiculaires aux demi-axes de la section elliptique qui représentent leurs vitesses de propagation. On sait qu'un ellipsoïde dont les trois axes sont inégaux peut toujours être coupé suivant un cercle par deux de ses plans diamétraux : d'après la construction que nous venons d'indiquer, les rayons ordinaire et extraordinaire auront la même vitesse dans les deux directions perpendiculaires à ces plans, lesquelles offriront ainsi la propriété caractéristique de ce qu'on appelle *les deux axes du cristal;* on pourrait les nommer *axes optiques*, pour les distinguer des axes de l'ellipsoïde. Lorsque deux de ceux-ci sont égaux, c'est-à-dire que l'ellipsoïde est de révolution, les deux plans des sections circulaires se confondent avec son équateur, et les deux axes optiques viennent coïncider avec son axe de révolution : c'est le cas des cristaux à un axe. Alors la section elliptique faite par un plan diamétral quelconque a toujours son plus grand ou plus petit diamètre dans le plan de l'équateur; d'où il suit qu'un des deux faisceaux doit conserver la même vitesse dans toutes les directions, tandis que celle de l'autre varie. Enfin, quand les trois axes de l'ellipsoïde sont égaux, il n'y a plus ni double réfraction ni polarisation.

Telles sont les observations contenues dans un Mémoire lu à l'Académie royale des sciences de l'Institut, le 26 novembre dernier, et sur lesquelles l'Académie doit entendre un rapport.

[Au lieu du dernier paragraphe de l'article du *Moniteur*, on trouve sur le manuscrit le paragraphe additionnel ci-après écrit à l'encre rouge] : N° XI

« Telle est la construction d'après laquelle on peut embrasser toutes « les lois connues de la réfraction simple et de la double réfraction. « Elle ne donne immédiatement que le plan de polarisation et la vitesse « des rayons ; mais il est toujours facile de déduire de celle-ci, d'après « le principe du plus court chemin, la manière dont ils se brisent ou « se réfractent en passant d'un milieu dans un autre. »

[Puis se trouve au verso le fragment suivant, où l'Auteur parle à la première personne, ce qui indique que cette page n'avait pas été écrite pour le *Moniteur*.]

« Pour construire une surface qui représente la loi des vitesses des rayons, il est bien plus naturel de porter sur la direction même de chaque rayon une longueur proportionnelle à sa vitesse, en partant d'un point commun qu'on prend pour centre de la surface : c'est ce qu'a fait Huyghens ; et il a représenté de cette manière les lois des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires dans le spath d'Islande, par la réunion d'une sphère et d'un ellipsoïde de révolution. Si je n'ai pas suivi la même marche, et si j'ai employé une construction si différente de celle d'Huyghens, il est évident que ce sont mes idées théoriques qui m'y ont conduit. Le mode de construction que j'ai adopté a déjà l'avantage de substituer un simple ellipsoïde de révolution au système de la sphère et de l'ellipsoïde de révolution d'Huyghens. Si, après avoir déterminé les vitesses des rayons par ma construction, on porte les longueurs trouvées sur les directions des rayons, les extrémités de tous ces rayons vecteurs redonnent à la fois la sphère et l'ellipsoïde de révolution d'Huyghens. Mais l'avantage le plus remarquable de cette construction [a] est de représenter, sans sortir des surfaces du second degré, et au moyen d'un ellipsoïde dont les trois axes sont inégaux,

---

[a] Il s'agit sans doute de la construction où l'on considère, au lieu des vitesses de propagation des ondes planes, leurs inverses. [E. V.]

N° XL. les vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires dans les cristaux à deux axes; tandis que les vitesses des mêmes rayons comptées sur leurs directions forment une surface du quatrième degré à deux nappes, et dont l'équation ne peut se diviser en facteurs rationnels du second degré que lorsque deux des trois axes sont égaux : ce qui est le cas des cristaux à un axe; alors en égalant séparément à zéro les deux facteurs du second degré, on retombe dans ce cas sur les équations d'une sphère et d'un ellipsoïde de révolution. Comme les équations du quatrième degré peuvent prendre des formes très-variées, on conçoit que si j'avais suivi le mode de construction d'Huyghens, j'aurais sans doute cherché longtemps avant de trouver l'équation convenable, et que ces recherches auraient été d'autant plus pénibles que cette équation est encore assez compliquée, et que les calculs sur les équations du quatrième degré sont généralement très-longs.

Si l'on remarque que ma construction, qui représente par un simple ellipsoïde les lois des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires dans les cristaux à un axe et à deux axes, donne en même temps et immédiatement la direction des plans de polarisation de ces rayons, on sentira que, pour présenter des lois aussi complexes sous une forme si simple, il fallait être dans le secret de la cause mécanique de la double réfraction. »

N° XLI.

EXTRAIT DU SUPPLÉMENT

AU

MÉMOIRE SUR LA DOUBLE RÉFRACTION,

PRÉSENTÉ À L'INSTITUT LE 26 NOVEMBRE 1821.

[LU À L'ACADÉMIE DES SCIENCES LE 13 JANVIER 1822.]

1. Dans le Mémoire que j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie le 26 novembre dernier, j'avais supposé que la loi d'élasticité des cristaux doués de la double réfraction pouvait être représentée par un ellipsoïde, du moins tant que la double réfraction est peu énergique : car j'avais remarqué que, pour le spath calcaire, où la différence de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires est considérable, cette construction empirique ne s'accordait plus avec la loi d'Huyghens, dont les expériences de Wollaston et de Malus paraissent avoir établi l'exactitude [3]. On pouvait donc supposer aussi que, pour les autres cristaux dont la double réfraction a moins d'énergie, l'ellipsoïde n'était qu'une représentation approximative de la véritable loi d'élasticité du milieu. C'est cette loi, qu'il me paraissait d'abord si difficile de déterminer *a priori*, que je suis parvenu à découvrir par un calcul très-simple, sans faire aucune hypothèse sur la nature des forces qui tendent à maintenir les molécules du milieu vibrant dans leurs positions relatives d'équilibre. Je suppose seulement trois axes rectangulaires d'élasticité, c'est-à-dire trois directions rectangulaires suivant

[3] Voyez N° XXXIX, §§ 15 à 21.

N° XLI. lesquelles chaque molécule déplacée est repoussée dans la direction du déplacement; il suffit pour cela qu'en raison d'une certaine symétrie dans l'arrangement des particules du corps chaque molécule vibrante déplacée suivant un des trois axes soit également repoussée à droite et à gauche de cet axe, et cela dans tous les azimuts; de sorte que la résultante de toutes ces forces répulsives soit dirigée suivant l'axe lui-même. L'hypothèse ainsi réduite n'en est presque plus une, à proprement parler; car il est naturel de supposer que parmi les corps cristallisés, dont les particules sont arrangées d'une manière régulière, il doit s'en trouver beaucoup qui offrent dans trois directions rectangulaires la propriété que je viens d'énoncer.

2. Lorsque la lumière traverse un corps diaphane, les molécules propres de ce corps participent-elles aux vibrations lumineuses, ou celles-ci se propagent-elles seulement par l'éther renfermé dans le corps? C'est une question qui n'est pas encore décidée. Mais quand même cet éther serait le seul véhicule des ondes lumineuses, on pourrait très-bien admettre qu'un arrangement particulier des molécules du corps modifie l'élasticité de l'éther, c'est-à-dire la dépendance mutuelle de ses couches consécutives, de manière qu'elle n'a plus la même énergie dans toutes les directions. Ainsi, sans chercher à découvrir si tout le milieu réfringent, ou seulement une portion de ce milieu participe aux vibrations lumineuses, je ne considère que la partie vibrante quelle qu'elle soit; et la dépendance mutuelle de ses molécules est ce que j'appelle *l'élasticité du milieu*. Je suppose d'ailleurs que, s'il n'y a qu'une portion du milieu qui participe aux vibrations lumineuses, cette partie vibrante reste toujours la même, dans quelque direction que s'exécutent les oscillations des molécules, et que l'élasticité seule peut varier avec cette direction.

3. Lorsqu'il y a trois axes rectangulaires d'élasticité, et que les intensités de l'élasticité suivant ces axes sont connues, il est aisé d'en conclure son intensité dans une direction quelconque à l'aide du principe suivant :

Tant qu'il ne s'agit que de petits déplacements, et quelle que soit la loi des

forces que les molécules du milieu exercent les unes sur les autres, le déplacement d'une molécule, dans une direction quelconque, produit une force répulsive égale en grandeur et en direction à la résultante des trois forces répulsives produites par trois déplacements rectangulaires de cette molécule égaux aux composantes statiques du premier déplacement. N° XLI.

4. Je donne la démonstration de ce principe dans le Supplément à mon Mémoire que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie, et j'en déduis ensuite la loi générale d'élasticité des milieux à trois axes. Représentant par a^2, b^2, c^2 les intensités des élasticités parallèles à ces axes, et par v^2 l'intensité de l'élasticité dans une direction qui fait avec ces mêmes axes des angles X, Y et Z, je trouve l'équation :

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z.$$

v^2 ne représente pas ici la totalité de la force élastique que le déplacement met en jeu, mais seulement la composante de cette force parallèle au déplacement, la seule dont on ait besoin pour calculer la vitesse de propagation des ondes. En effet, la force accélératrice développée par le déplacement d'une tranche du milieu vibrant, glissant sur elle-même, peut se décomposer en deux autres, l'une dirigée suivant la même ligne que le déplacement, et l'autre perpendiculaire à sa direction. Cette seconde composante n'est pas généralement perpendiculaire au plan de l'onde; mais dans ce plan il y a toujours deux directions rectangulaires pour lesquelles cette condition est remplie, et l'on peut concevoir le mouvement primitif décomposé en deux autres parallèles à ces directions. Or, puisque la force accélératrice développée par chacun d'eux se résout en deux autres forces, dont l'une est parallèle au déplacement et l'autre perpendiculaire au plan de l'onde, celle-ci n'aura aucun effet (d'après mon hypothèse sur la constitution des ondes lumineuses)[a] et le déplacement de la tranche suivante ne sera provoqué que par la composante parallèle. On voit que de cette

---

[a] Voyez plus loin.

N° XLI. manière les déplacements successifs des tranches se feront toujours suivant la même direction, puisque les forces qu'ils développent leur sont constamment parallèles. Il n'en serait plus ainsi pour les autres directions, où la composante perpendiculaire à la ligne de déplacement n'est plus en même temps perpendiculaire au plan de l'onde ; car il en résulte, dans le plan de l'onde, une composante perpendiculaire au déplacement, en vertu de laquelle la tranche suivante doit se mouvoir obliquement par rapport au premier déplacement, qui change ainsi de direction d'une tranche à l'autre, et à la propagation duquel on ne peut plus appliquer les lois ordinaires de la propagation des ondes. Voilà pourquoi je rapporte le mouvement primitif aux deux directions (prises dans le plan de l'onde), pour lesquelles cette déviation n'a pas lieu, parce que la composante perpendiculaire au déplacement est en même temps perpendiculaire au plan de l'onde. Le calcul démontre que les deux directions qui satisfont à cette condition sont celles pour lesquelles v^2 est un *maximum* ou un *minimum*.

5. Prenant v pour rayon vecteur, j'appelle *surface d'élasticité* la surface représentée par l'équation d'élasticité,

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z,$$

dans laquelle X, Y et Z représentent les angles que le rayon vecteur fait avec les trois axes : a, b et c sont alors les demi-axes de cette surface, dont le rayon vecteur est généralement égal à la racine carrée de la composante parallèle de la force accélératrice produite par un déplacement dirigé suivant ce même rayon vecteur. Si donc on fait dans cette surface une section diamétrale par le plan de l'onde, le plus grand et le plus petit des rayons vecteurs compris dans cette section donneront les deux directions suivant lesquelles il faut décomposer le mouvement oscillatoire, pour que chacun des mouvements composants se propage sans déviation. Ils produiront généralement deux systèmes d'ondes dont les vitesses de propagation seront respectivement proportionnelles au plus grand et au plus petit rayon vecteur ; ainsi ces deux rayons vecteurs mesureront les vitesses des

rayons ordinaires et extraordinaires (comptées perpendiculairement N° XLI
au plan de l'onde), et, donnant les directions de leurs vibrations, détermineront celles de leurs plans de polarisation, qui doivent être perpendiculaires. Telle était aussi la construction que j'avais indiquée dans mon premier Mémoire, excepté que j'employais un ellipsoïde au lieu de la véritable surface d'élasticité: mais ces deux surfaces coïncident sensiblement lorsque les trois demi-axes a, b et c diffèrent peu, ce qui a lieu pour presque tous les cristaux, excepté le spath calcaire. Ainsi les conséquences que j'avais tirées de l'ellipsoïde appartiennent également à la véritable surface d'élasticité, quand la double réfraction n'est pas plus forte que celle des divers cristaux à deux axes étudiés jusqu'à présent. La nouvelle surface d'élasticité déterminée *a priori* se trouve donc aussi bien appuyée que l'ellipsoïde par les faits observés jusqu'à présent dans la double réfraction des cristaux à deux axes.

6. Quelque différents que soient ses trois axes, cette surface a toujours, comme l'ellipsoïde, la propriété d'être coupée suivant un cercle par deux de ses plans diamétraux, et seulement par deux: d'où il résulte qu'un milieu ayant trois axes rectangulaires d'élasticité doit toujours présenter deux axes optiques, et n'en présenter que deux, quelle que soit l'énergie de sa double réfraction. Lorsque deux des axes de la surface d'élasticité sont égaux entre eux, elle devient de révolution, les deux axes optiques se confondent en un seul, perpendiculaire au plan de l'équateur, et l'équation de la surface conduit à la loi de Huyghens.

7. Tant qu'on suppose que le point de mire observé à travers le cristal en est infiniment éloigné, les ondes étant sensiblement planes à leur arrivée sur la première surface du prisme, le sont encore dans son intérieur et à leur sortie; et alors, pour connaître la déviation des rayons, il suffit de déterminer l'inclinaison mutuelle de l'onde incidente et de l'onde émergente, parce que c'est perpendiculairement au plan de chacune que le point de mire est vu sans le prisme et à travers le prisme: or l'inclinaison mutuelle des ondes incidentes et émer-

N° XLI. gentes peut, à la rigueur, être calculée par la seule connaissance de la vitesse de propagation de l'onde plane introduite dans le cristal, et sans qu'on ait déterminé préalablement la nature de la surface courbe qu'affecteraient les ondes lumineuses produites dans l'intérieur même du cristal. Ainsi dans le cas d'un point de mire infiniment éloigné, la vérification de la surface d'élasticité par la loi d'Huyghens était facile.

8. Mais quand le point de mire est assez rapproché pour que la courbure de l'onde devienne sensible, comme dans les expériences de Malus (où le voisinage de ce point était même un élément essentiel, puisqu'il l'observait à travers des plaques de spath calcaire *à faces parallèles*), alors il devient nécessaire de connaître la forme des ondes dans l'intérieur du cristal, pour calculer, par le principe du plus court chemin, la direction du rayon visuel.

9. A l'aide du principe de la composition des petits mouvements, je parviens aisément à démontrer le théorème suivant :

«Pour avoir la surface de l'onde produite par un centre d'ébranlement dans un milieu quelconque, c'est-à-dire l'ensemble de tous les points du milieu simultanément ébranlés au bout d'une unité de temps, il suffit de connaître les vitesses de propagation des ondes planes (vitesses mesurées perpendiculairement au plan de l'onde), et, faisant partir ces ondes planes du centre d'ébranlement, déterminer, pour toutes les directions initiales de leurs plans, la distance à laquelle ils se seront transportés au bout de l'unité de temps; la surface tangente à la fois à tous ces plans sera l'onde produite par le centre d'ébranlement.»

10. En appliquant ce théorème à la loi des vitesses de propagation déduite de l'équation d'élasticité, je trouve que dans les cristaux à un axe les ondes extraordinaires doivent être effectivement des ellipsoïdes de révolution, comme Huyghens l'avait supposé, et j'achève ainsi de faire voir l'accord entre la loi résultant de son ingénieuse construction et l'équation d'élasticité.

11. Je n'ai pu démontrer le théorème que je viens de citer que

pour le cas où l'onde est déjà éloignée du centre d'ébranlement d'une distance très-grande relativement à la longueur d'une ondulation, comme je n'ai pu me rendre compte des lois générales de la réflexion et de la réfraction et calculer celles des phénomènes variés de la diffraction, que lorsque l'onde est éloignée de la surface réfringente, ou diffringente, d'une quantité très-grande relativement à la longueur d'une ondulation. Mais si l'on fait attention qu'un millimètre contient déjà près de deux mille fois la longueur moyenne des ondulations lumineuses, on sentira que les formules ainsi déduites de la théorie des ondes s'appliquent avec une exactitude suffisante aux circonstances ordinaires des observations. N° XLI.

12. Toutes les lois connues de la lumière peuvent se déduire du principe de la composition des petits mouvements, en supposant d'ailleurs aux ondes lumineuses la constitution que j'ai indiquée. Dès qu'on admet ce principe comme général et sans exception, on ne peut rejeter, ce me semble, les conséquences que j'en ai tirées : elles me paraissent mathématiques. Un savant géomètre, qui a bien voulu s'en occuper un peu, les a jugées à la vérité très-susceptibles de controverse; et en admettant le principe de la composition des petits mouvements dans toute la généralité de son énoncé, il a fait plusieurs objections aux conséquences que j'en ai déduites [a] : mais il est, je crois, facile d'y répondre. C'est ce que j'ai essayé de faire dans ce Supplément, en exposant succinctement la démonstration du principe du plus court chemin, qui est la base des lois de la réfraction dans la théorie des ondes. Je me propose de publier une rédaction plus détaillée de cette démonstration. Mais en la soumettant dès à présent au jugement de l'Académie, j'ai l'honneur d'offrir à MM. les Commissaires de leur donner sur ce sujet tous les éclaircissements et les développements qu'ils jugeront nécessaires.

13. J'ai supposé que lorsqu'on avait ramené les mouvements oscillatoires, dirigés d'une manière quelconque, à deux autres mouvements

---

[a] Voyez N° XXXIV.

N° XLI. rectangulaires dirigés suivant le plus grand et le plus petit rayon vecteur compris dans le plan de l'onde, on pouvait regarder les vitesses de propagation de ces deux mouvements comme proportionnelles aux racines carrées des élasticités qu'ils mettent en jeu, parce que les forces accélératrices développées sont alors parallèles au déplacement et le propagent sans altérer sa direction; mais, comme l'application d'un principe démontré pour un milieu d'une élasticité uniforme et des ondes d'une constitution différente, pouvait paraître hasardée quand il s'agit de milieux élastiques tels que ceux que je considère, il était nécessaire de démontrer que la vitesse de propagation mesurée perpendiculairement au plan de l'onde était encore proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité mise en jeu. C'est ce que j'ai fait sans calcul, en ramenant la question, par un petit artifice de raisonnement, aux cas ordinaires des cordes vibrantes.

14. Ainsi les résultats théoriques présentés dans ce Supplément sont des conséquences mathématiques de la définition bien simple que j'ai donnée des cristaux à un et à deux axes. J'ai supposé que dans ceux-ci le milieu vibrant avait trois axes rectangulaires d'élasticité, c'est-à-dire trois directions suivant lesquelles le déplacement d'une molécule produisait une force répulsive dirigée dans la ligne même du déplacement : lorsque l'intensité de ces forces est la même pour deux des axes, le milieu présente les propriétés des cristaux à un axe tels que le spath calcaire. Il est bien remarquable que, sans faire d'ailleurs aucune hypothèse sur la nature et la loi des forces que les molécules du milieu exercent les unes sur les autres, et en ne supposant simplement qu'une certaine symétrie d'élasticité, que l'arrangement régulier des molécules du cristal rend d'ailleurs assez probable, on arrive aux ondes elliptiques d'Huyghens, ainsi qu'à toutes les lois connues de la polarisation et de la double réfraction des cristaux à deux axes.

N° XLII.

SUPPLÉMENT

AU

MÉMOIRE SUR LA DOUBLE RÉFRACTION,

PRÉSENTÉ À L'INSTITUT LE 26 NOVEMBRE 1821.

DATÉ DU 13 JANVIER 1822, PRÉSENTÉ LE 22 JANVIER 1822.

---

1. Dans le Mémoire que j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie le 26 novembre dernier, j'avais supposé que la loi d'élasticité des cristaux doués de la double réfraction pouvait être représentée par un ellipsoïde, du moins tant que la double réfraction est peu énergique [a]; car j'avais remarqué que, pour le spath calcaire, où la différence de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires est considérable, cette construction empirique ne s'accordait plus avec la loi d'Huyghens, dont les expériences de Wollaston et de Malus paraissent avoir établi l'exactitude. On pouvait donc supposer aussi que pour les autres cristaux dont la double réfraction a moins d'énergie, l'ellipsoïde n'était qu'une représentation approximative de la véritable loi d'élasticité du milieu. C'est cette loi, qu'il me paraissait d'abord si difficile de déterminer *a priori*, que je suis parvenu à découvrir par un calcul très-simple, sans faire aucune hypothèse sur la nature des forces qui tendent à maintenir les molécules du milieu vibrant dans leurs positions relatives d'équilibre. Je suppose seulement trois axes rectangulaires d'élasticité, c'est-à-dire trois directions rectangulaires suivant

[a] Voyez N° XXXIX, §§ 15 à 21.

N° XLII. lesquelles chaque molécule déplacée est repoussée dans la direction du déplacement. Il suffit pour cela, qu'en raison d'une certaine symétrie dans l'arrangement des molécules du corps, chaque molécule vibrante déplacée suivant un des trois axes soit également repoussée à droite et à gauche de cet axe, et cela dans tous les azimuts, de sorte que la résultante de toutes ces forces répulsives soit dirigée suivant l'axe lui-même. L'hypothèse ainsi réduite n'en est presque plus une, à proprement parler; car il est naturel de supposer que parmi les corps cristallisés, dont les particules sont arrangées d'une manière régulière, il doit s'en trouver beaucoup qui offrent dans trois directions rectangulaires la propriété que je viens d'énoncer.

2. Lorsque la lumière traverse un corps diaphane, les molécules propres de ce corps participent-elles aux vibrations lumineuses, ou celles-ci se propagent-elles seulement par l'éther renfermé dans le corps? C'est une question qui n'est pas encore décidée. Mais quand même cet éther serait le seul véhicule des ondes lumineuses, on pourrait très-bien admettre qu'un arrangement particulier des molécules du corps modifie l'élasticité de l'éther, c'est-à-dire la dépendance mutuelle de ses couches consécutives, de manière qu'elle n'a plus la même énergie dans toutes les directions. Ainsi, sans chercher à découvrir si tout le milieu réfringent, ou seulement une portion de ce milieu participe aux vibrations lumineuses, je ne considère que la partie vibrante quelle qu'elle soit, et la dépendance mutuelle de ses molécules est ce que j'appelle *l'élasticité du milieu.* Je suppose d'ailleurs que s'il n'y a qu'une portion du milieu qui participe aux vibrations lumineuses, cette partie vibrante reste toujours la même, et par conséquent sa densité, dans quelque direction que s'exécutent les oscillations des molécules, et que l'élasticité seule peut varier avec cette direction.

3. Lorsqu'il y a trois axes rectangulaires d'élasticité, et que les intensités de l'élasticité suivant ces axes sont connues, il est aisé d'en conclure son intensité dans une direction quelconque, à l'aide du principe suivant.

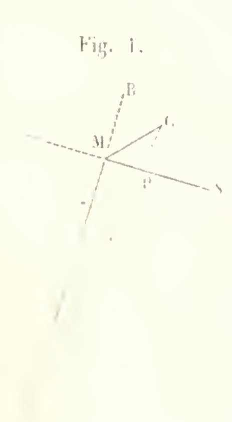
Tant qu'il ne s'agit que de petits déplacements, et quelle que soit la loi

des forces que les molécules du milieu exercent les unes sur les autres, le déplacement d'une molécule dans une direction quelconque produit une force répulsive égale en grandeur et en direction à la résultante des trois forces répulsives produites par trois déplacements rectangulaires de cette molécule égaux aux composantes statiques du premier déplacement. XXLII

Ce principe, presque évident par son énoncé même, peut se démontrer de la manière suivante.

Soit M une molécule du milieu; puisqu'il y a équilibre entre les forces que les autres molécules exercent sur elle, lorsque cet équilibre est troublé par le déplacement de la molécule M, et qu'on veut connaître ce que devient alors la resultante de toutes les forces, qui dans le premier cas était zéro, il suffit de déterminer les variations que ces forces ont éprouvées en grandeur et en direction, en raison du petit déplacement de M, et de chercher la résultante de toutes ces différentielles. Cela posé, je considère l'action particulière d'une molécule quelconque N sur la molécule M, que je suppose déplacée suivant la direction quelconque MC, d'une quantité MC très-petite relativement à la distance MN qui sépare les deux molécules. Je mène MS perpendiculairement à MN; CP sera la quantité dont la distance MN a augmenté, ou la différentielle de la distance, et $\frac{MP}{MN}$ sera le sinus de l'angle dont la direction de la force a varié. Si donc je rapporte la nouvelle force exercée sur la molécule M à la direction primitive NMR et à la direction perpendiculaire MS, j'aurai pour la différentielle suivant MR, $A\times CP$ et pour la différentielle suivant MS, $B\times\frac{MP}{MN}$, ou simplement $B\times MP$, A et B étant deux facteurs qui restent constants, tant qu'il s'agit de l'action exercée par la même molécule N.

Fig. 1.



Ne considérons encore que l'action particulière de cette molécule, et supposons que M soit déplacé successivement dans trois directions

N° XLII. rectangulaires et de quantités égales aux composantes statiques de MC suivant ces trois directions : par le point M menons un plan perpendiculaire à MN, qui coupera le plan de la figure, c'est-à-dire le plan NMC suivant la ligne MS ; le déplacement MC a produit les deux forces différentielles A×CP et B×MP, la première dirigée suivant MR et la seconde suivant MS. Les déplacements suivant les trois directions rectangulaires quelconques, que nous concevons dans l'espace, produiront chacun aussi une force différentielle parallèle à MR, et une autre perpendiculaire à cette ligne, et comprise ainsi dans le plan normal mené par le point M. Pour avoir la première, il faudra multiplier par le même coefficient A la distance de la nouvelle position de M au plan normal, et pour avoir la seconde, multiplier par le même coefficient B la distance de M au pied de la perpendiculaire abaissée de cette nouvelle position sur le plan normal. Cela posé, cherchons séparément la résultante des trois différentielles parallèles à MR, qui sont multipliées par le même coefficient A, et la résultante des trois différentielles contenues dans le plan normal, qui sont multipliées par le même coefficient B. Si l'on assimile MC à une force dont les trois déplacements rectangulaires dont il s'agit seraient les composantes, il est clair que leur résultante parallèle à MR, c'est-à-dire la somme de leurs composantes suivant MR, sera égale à la composante de MC suivant MR, c'est-à-dire à CP ; donc la somme des trois différentielles parallèles à MR sera égale à A×CP, c'est-à-dire à la force différentielle que le déplacement MC produit dans cette direction. De même les composantes des trois déplacements rectangulaires, comprises dans le plan normal, doivent produire une résultante égale en grandeur et en direction à MP, composante du déplacement MC ; donc la résultante de ces trois composantes multipliées chacune par le même facteur B, ou la résultante des trois forces différentielles comprises dans le plan normal et provenant des trois déplacements rectangulaires, sera égale en grandeur et en direction à B×MP, c'est-à-dire à la force différentielle provenant du déplacement MC, comprise dans le même plan normal. Donc, en définitive, on doit trouver les mêmes forces différentielles,

soit que M éprouve le déplacement MC, soit qu'on suppose successivement cette molécule déplacée dans trois directions rectangulaires, de quantités égales aux composantes statiques de MC, et qu'on détermine la résultante des forces différentielles produites par ces trois déplacements rectangulaires. N° XLII

4. Ce principe étant vrai pour l'action exercée par la molécule N, l'est également pour celles que les autres molécules du milieu exercent sur M : il est donc vrai de dire que la résultante de toutes les forces différentielles provenant du déplacement MC, ou la force accélératrice à laquelle M est soumise après ce déplacement, est égale à la résultante des forces différentielles que produiraient séparément trois déplacements rectangulaires égaux aux composantes statiques du déplacement MC.

Quand, au lieu de la molécule M, c'est le milieu même qui s'est déplacé par rapport à elle d'une quantité égale à MC et parallèlement à cette direction, la molécule se trouve soumise à la même force accélératrice que dans le cas que nous venons de considérer, où, le milieu restant en repos, la molécule se déplace. Dans la propagation des mouvements ondulatoires, et avant que ce mouvement se soit communiqué d'une tranche à la suivante, la première seule se mouvant, il n'y a qu'une moitié du milieu qui se déplace relativement aux molécules de la seconde tranche ; elles se trouvent donc ainsi soumises chacune à une force accélératrice égale à la moitié de celle qui résulterait du déplacement total du milieu, si du moins la distribution et la direction des actions exercées par les molécules du milieu les unes sur les autres sont les mêmes d'une tranche à l'autre, comme je l'ai supposé jusqu'à présent [1], il existera donc entre les forces accélératrices qui

[1] Il pourrait arriver que, dans certains milieux, les axes d'élasticité changeassent de direction et d'intensité d'une tranche à la suivante. Je suis très-porté à croire que dans le cristal de roche l'élasticité du milieu n'est pas la même tout autour de l'axe de l'aiguille, c'est-à-dire que cette substance n'est pas rigoureusement un cristal à un axe, et que les deux autres axes d'élasticité perpendiculaires au premier, et que je suppose d'ailleurs peu différents, changent graduellement de direction d'une couche à

N° XLII. communiquent le mouvement d'une tranche à l'autre, pour des directions diverses de ces petits déplacements, les mêmes rapports qu'entre les forces accélératrices auxquelles serait soumise une molécule qui se déplacerait suivant les mêmes directions, le reste du milieu restant en repos, comme nous l'avons supposé dans le théorème de statique que nous venons de démontrer. Ainsi nous pouvons l'appliquer aux élasticités qui déterminent la vitesse de propagation des ondes[a].

5. Soient donc a^2, b^2, c^2 les élasticités relatives du milieu pour les déplacements parallèles aux trois axes rectangulaires : il s'agit de déterminer la force élastique pour un déplacement suivant une direction quelconque qui fait avec les axes a, b et c les angles X, Y, Z. Je prends pour unité la longueur MC du déplacement; car il ne s'agit ici que de comparer les effets produits par des déplacements d'égale étendue, ou, en d'autres termes, de déterminer les coefficients constants des forces accélératrices qu'ils produisent. Le déplacement MC étant 1, ses composantes parallèles aux axes a, b et c seront $\cos X$, $\cos Y$ et $\cos Z$; par conséquent les forces accélératrices produites séparément par les trois déplacements composants seront $a^2 \cos X$, $b^2 \cos Y$, $c^2 \cos Z$; et l'on sait d'ailleurs que ces forces seront dirigées suivant les axes a, b et c, d'après la définition même que nous avons donnée des axes d'élasticité. La résultante, que je représente par f, sera égale à

$$\sqrt{a^4 \cos^2 X + b^4 \cos^2 Y + c^4 \cos^2 Z};$$

l'autre, quand on parcourt l'aiguille parallèlement à son axe principal. Je n'ai pas encore eu le temps de calculer cette hypothèse; mais il me semble qu'elle doit conduire au changement progressif, ou rotation du plan de polarisation du rayon incident, que les plaques de cristal de roche perpendiculaires à leur axe produisent sur la lumière homogène. Je me propose de réaliser cette hypothèse en pressant un cylindre de verre entre deux hélices parallèles et intercalaires, de manière que l'axe de plus grand rapprochement des molécules change graduellement de direction d'une tranche à l'autre. Il sera curieux d'essayer s'il produit alors les phénomènes de rotation que présente le cristal de roche[a].

[a] Voyez plus loin.

[a] Il ne paraît pas que Fresnel ait jamais donné suite à ce projet.

et les cosinus des angles qu'elle fait avec les trois axes sont respectivement N XLII

$$\frac{a^2 \cos X}{f}, \qquad \frac{b^2 \cos Y}{f}, \qquad \frac{c^2 \cos Z}{f}.$$

6. Par une raison facile à saisir, ce n'est point la force accélératrice entière dont nous avons besoin pour déterminer la vitesse de propagation des ondes et construire la surface d'élasticité, mais seulement la composante de cette force parallèle à la direction du déplacement ou au rayon vecteur. En effet, les mouvements oscillatoires des ondes lumineuses ne pouvant avoir lieu, par hypothèse, que dans le plan de l'onde, toute composante perpendiculaire à ce plan est sans effet. Nous avons soin d'ailleurs de choisir dans ce plan les deux directions pour lesquelles la composante perpendiculaire au rayon vecteur est en même temps perpendiculaire au plan, parce que ce sont les seules suivant lesquelles le mouvement vibratoire ne tende pas à changer de direction en passant d'une tranche à l'autre, et auxquelles on puisse appliquer les règles ordinaires de la propagation des ondes dans un milieu d'une élasticité uniforme. Pour connaître l'effet produit par des oscillations qui s'exécutent dans le même plan, mais suivant une autre direction, il faut donc les décomposer suivant ces deux directions particulières, et chercher avec quelles vitesses se propagent les deux mouvements vibratoires composants. Or ces deux vitesses de propagation (en les comptant toujours perpendiculairement au plan de l'onde) ne dépendent que de la composante de la force accélératrice parallèle au rayon vecteur, puisque l'autre est perpendiculaire au plan d'oscillation. C'est donc seulement cette première composante qu'il est nécessaire de déterminer, et dont nous porterons la racine carrée sur le rayon vecteur, pour indiquer la vitesse de propagation des oscillations parallèles, quand le plan de l'onde est dirigé de telle manière que ce rayon vecteur jouisse de la propriété dont nous venons de parler: ce qui a lieu, comme nous le démontrerons bientôt, quand il est le plus grand ou le plus petit des rayons vecteurs de la section diamétrale faite par le plan de l'onde dans la surface d'élasticité ainsi déterminée. Cons-

N° XLII. truisons donc cette surface, en prenant pour la longueur de chaque rayon vecteur la racine carrée de la composante parallèle de la force accélératrice produite par un déplacement suivant ce rayon vecteur.

7. D'abord, dans les directions des trois axes d'élasticité, les longueurs des rayons vecteurs seront égales à a, b et c; ce seront les trois demi-axes de la surface. Il s'agit maintenant de déterminer l'expression générale de la longueur du rayon vecteur pour une direction qui fait avec ces axes les angles X, Y et Z. Nous avons vu que la force accélératrice produite par le déplacement parallèle faisait avec ces mêmes axes des angles dont les cosinus étaient respectivement égaux à

$$\frac{a^2 \cos X}{f}, \qquad \frac{b^2 \cos Y}{f}, \qquad \frac{c^2 \cos Z}{f};$$

donc le cosinus de l'angle que la direction de cette force fait avec celle du déplacement, ou du rayon vecteur, est égal à

$$\frac{a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z}{f};$$

or il faut multiplier ce cosinus par la force f pour avoir la composante parallèle à sa direction; cette composante est donc égale à

$$a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z;$$

et puisque le rayon vecteur est supposé égal à la racine carrée de cette composante, nous aurons, en la représentant par v,

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z:$$

telle est l'équation cherchée de la surface d'élasticité.

On voit qu'elle est du quatrième degré, en remplaçant les coordonnées polaires par les coordonnées rectangulaires, et qu'elle se confond sensiblement avec celle d'un ellipsoïde qui aurait les mêmes axes, lorsque a, b et c diffèrent très-peu; car en représentant $a^2 - b^2$ par δ, et $a^2 - c^2$ par δ', elles deviennent alors l'une et l'autre

$$v^2 = a^2 - \delta \cos^2 Y - \delta' \cos^2 Z.$$

Ainsi toutes les conséquences que j'avais déduites de l'ellipsoïde X XLII
peuvent s'appliquer dans ce cas à la véritable surface d'élasticité.

8. Je vais maintenant démontrer le principe sur lequel reposait la construction que j'ai donnée pour déterminer la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires et leurs vitesses de propagation, principe qui me paraissait presque évident par lui-même, mais dont il est cependant nécessaire de donner une démonstration rigoureuse, vu l'importance de ses applications. Ce théorème consiste en ce que les directions du plus grand et du plus petit rayon vecteur d'une section diamétrale sont celles suivant lesquelles les déplacements des molécules produisent des forces accélératrices dirigées dans des plans menés par ces deux rayons vecteurs perpendiculairement au plan de la section, et dont les composantes perpendiculaires aux rayons vecteurs sont conséquemment perpendiculaires au plan de la section.

En effet, soit $x = By + Cz$ l'équation du plan sécant: l'équation de condition qui exprime que ce plan contient le rayon vecteur faisant avec les axes des x, des y et des z les angles X, Y, Z, est

$$\cos X = B\cos Y + C\cos Z.$$

On a d'ailleurs entre les angles X, Y et Z la relation

$$\cos^2 X + \cos^2 Y + \cos^2 Z = 1,$$

et pour équation de la surface d'élasticité

$$v^2 = a^2\cos^2 X + b^2\cos^2 Y + c^2\cos^2 Z.$$

Pour le *maximum* et le *minimum* du rayon vecteur, la différentielle de v devient nulle, et l'on a, en différentiant l'équation de la surface,

$$0 = a^2\cos X\sin X + b^2\cos Y\sin Y\frac{dY}{dX} + c^2\cos Z\sin Z\frac{dZ}{dX}.$$

Si l'on différentie les deux autres équations, on aura

$$\cos X\sin X + \cos Y\sin Y\frac{dY}{dX} + \cos Z\sin Z\frac{dZ}{dX} = 0,$$

N° XLII. et

$$-\sin X + B\sin Y\frac{dY}{dX} + C\sin Z\frac{dZ}{dX} = 0;$$

d'où l'on tire pour $\frac{dZ}{dX}$ et $\frac{dY}{dX}$ les valeurs suivantes :

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\sin X\,(C\cos X + \cos Z)}{\sin Y\,(B\cos Z - C\cos Y)} \quad \text{et} \quad \frac{dZ}{dX} = -\frac{\sin X\,(B\cos X + \cos Y)}{\sin Z\,(B\cos Z - C\cos Y)}.$$

Substituant ces deux valeurs dans la première équation différentielle, qui exprime que le rayon vecteur est un *maximum* ou un *minimum*, on trouve pour équation de condition

$$a^2\cos X(B\cos Z - C\cos Y) + b^2\cos Y(C\cos X + \cos Z) - c^2\cos Z(B\cos X + \cos Y) = 0 \ldots\ldots (1).$$

Cherchons maintenant l'équation qui exprime que le plan mené par la force accélératrice et le rayon vecteur est perpendiculaire au plan sécant, et si elle s'accorde avec celle-ci, nous pourrons en conclure que les rayons vecteurs *maximum* et *minimum* sont précisément ceux qui satisfont à la condition que la composante perpendiculaire au rayon vecteur soit en même temps perpendiculaire au plan sécant.

Soit $x = B'y + C'z$ l'équation de ce plan; puisqu'il contient le rayon vecteur, on doit avoir

$$\cos X = B'\cos Y + C'\cos Z;$$

et puisqu'il contient la direction de la force, dont les cosinus des angles avec les trois axes sont

$$\frac{a^2\cos X}{f}, \qquad \frac{b^2\cos Y}{f}, \qquad \frac{c^2\cos Z}{f},$$

on a pareillement

$$\frac{a^2\cos X}{f} = B'\frac{b^2\cos Y}{f} + C'\frac{c^2\cos Z}{f}, \quad \text{ou} \quad a^2\cos X = B'b^2\cos Y + C'c^2\cos Z.$$

On tire de ces deux équations

$$B' = \frac{(a^2 - c^2)\cos X}{(b^2 - c^2)\cos Y} \quad \text{et} \quad C' = -\frac{(a^2 - b^2)\cos X}{(b^2 - c^2)\cos Z};$$

et les substituant dans l'équation N° XLII.

$$BB' + CC' + 1 = 0,$$

qui exprime que le nouveau plan est perpendiculaire à celui de la section, on trouve

$$B(a^2 - c^2)\cos X \cos Z - C(a^2 - b^2)\cos X \cos Y + (b^2 - c^2)\cos Y \cos Z = 0,$$

équation identique avec l'équation (1), comme il est aisé de le reconnaître, et qui n'en diffère que par l'arrangement des termes. Donc le plus grand et le plus petit rayon vecteur de la section diamétrale sont effectivement les deux directions pour lesquelles la composante perpendiculaire à la direction du déplacement est en même temps perpendiculaire au plan de la section.

9. Il est à remarquer que la surface

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z,$$

qui représente les véritables lois d'élasticité de tout milieu à trois axes, peut, comme l'ellipsoïde, être coupée suivant un cercle par deux plans passant par l'axe moyen et également inclinés sur chacun des deux autres axes. En effet, remplaçons les coordonnées polaires par des coordomées rectangulaires dans cette équation, qui deviendra

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 ;$$

la section circulaire faite dans cette surface sera en même temps sur une sphère, $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$. Pour la courbe d'intersection de ces deux surfaces, relativement à laquelle les deux équations ont lieu à la fois, on peut substituer à la place de l'équation de la surface d'élasticité

$$r^4 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2,$$

qui provient d'une première combinaison des deux équations; et en combinant cette équation simplifiée avec celle du plan sécant $z = Ax + By$, on a pour la projection de la courbe d'intersection sur le plan des xy,

$$x^2(a^2 + A^2 c^2) + y^2(b^2 + B^2 c^2) + 2AB c^2 xy = r^4 \ldots\ldots (1)$$

N° XLII. En combinant l'équation du plan avec celle de la sphère, on trouve pour la projection de la même courbe sur le même plan des xy,

$$x^2(1+A^2)+y^2(1+B^2)+2AB\,xy=r^2 \ldots\ldots (2)$$

Pour que les deux équations (1) et (2) soient identiques, il faut qu'on ait

$$\frac{1+B^2}{1+A^2}=\frac{b^2+B^2c^2}{a^2+A^2c^2}; \qquad \frac{2AB}{1+A^2}=\frac{2AB\,c^2}{a^2+A^2c^2}; \qquad \frac{r^2}{1+A^2}=\frac{r^2}{a^2+A^2c^2}.$$

La seconde équation ne peut être satisfaite que par $A=0$, ou $B=0$, puisque sans cela il faudrait supposer $c^2+A^2c^2=a^2+A^2c^2$, ou $a^2=c^2$, quantités dont on ne peut pas disposer. Si l'on fait $A=0$, on tire de la première $B=\pm\sqrt{\frac{a^2-b^2}{c^2-b^2}}$, quantité imaginaire si, comme nous le supposons, $a>b$ et $b>c$. Il faut donc faire $B=0$, c'est-à-dire faire passer le plan sécant par l'axe des y ou l'axe moyen; la première équation donne alors $A=\pm\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$.

Telles sont les deux valeurs réelles que l'on trouve pour la tangente de l'angle que le plan sécant doit faire avec l'axe des x; ainsi il y a deux plans également inclinés sur l'axe a, mais en sens contraire, qui coupent la surface suivant un cercle, et il n'y a que ces deux plans. Quelle que soit donc l'énergie de la double réfraction d'un milieu présentant trois axes rectangulaires d'élasticité, il aura toujours deux axes optiques, si a, b et c sont inégaux, et n'en aura que deux. Il est évident en effet que les ondes qui le parcourront en restant parallèles à l'un des deux plans des sections circulaires, ne pourront affecter qu'une seule vitesse de propagation, puisque les rayons vecteurs de chaque section sont tous égaux entre eux, et que les oscillations de ces ondes ne devront éprouver aucune déviation en passant d'une couche à la suivante, parce que la composante perpendiculaire à chacun de ces rayons vecteurs est en même temps perpendiculaire au plan de la section circulaire; car dans le calcul que nous avons fait sur les rayons vecteurs *maximum* et *minimum* d'une section diamétrale quelconque, nous avons démontré que, pour que cette condition fût remplie, il suffisait

que la différentielle du rayon vecteur fût égale à zéro : or c'est ce qui a XLII
lieu dans toutes les directions, pour les sections circulaires, puisque alors le rayon vecteur est constant. Par conséquent, si l'on coupe le cristal parallèlement à chacune des sections circulaires, et qu'on y introduise perpendiculairement à ces faces des rayons polarisés suivant un azimut quelconque, ils n'éprouveront dans le cristal ni double réfraction, ni déviation de leur plan de polarisation ; ainsi ces deux directions jouiront de toutes les propriétés des axes optiques.

10. Les valeurs de A pour l'ellipsoïde sont $\pm \frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$ au lieu de $\pm\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$, que nous venons de déduire de la véritable équation d'élasticité ; mais quand a et c diffèrent très-peu, comme dans tous les cristaux à deux axes qu'on a étudiés jusqu'à présent, on peut indifféremment se servir de l'une ou de l'autre de ces formules.

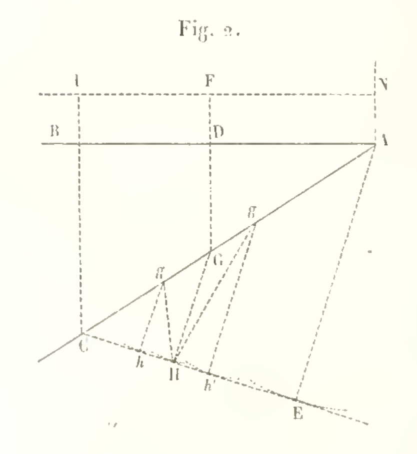
En partant de celle que nous venons de trouver, et qui doit être rigoureuse dans tous les cas, on voit que pour que les deux axes optiques soient perpendiculaires entre eux, il faut qu'on ait $a^2-b^2=b^2-c^2$, et qu'alors les variations du carré de la vitesse des rayons ordinaires ont précisément la même étendue que celles du carré de la vitesse des rayons extraordinaires.

11. Jusqu'à présent nous n'avons calculé que la vitesse de propagation des ondes lumineuses mesurée perpendiculairement à leur plan tangent, sans chercher à déterminer la forme des ondes lumineuses dans l'intérieur du cristal et l'inclinaison des rayons sur leur surface. Tant qu'il ne s'agit de calculer les effets de double réfraction que pour des ondes incidentes parfaitement planes, c'est-à-dire qui émanent d'un point lumineux suffisamment éloigné, la seule chose à déterminer, ce sont les directions relatives du plan de l'onde en dedans et en dehors du cristal, puisque l'on aura ainsi l'angle que l'onde émergente fait avec l'onde incidente, et par conséquent l'inclinaison mutuelle des deux lignes suivant lesquelles il faudrait diriger successivement la

N° XLII. lunette pour voir le point de mire, d'abord directement, et ensuite à travers le prisme de cristal; je dis le *prisme*, car si la plaque de cristal avait ses faces parallèles, l'onde émergente serait parallèle à l'onde incidente, dans le cas que nous considérons, où le point lumineux est supposé à l'infini, quelle que fût d'ailleurs l'énergie de la double réfraction et la loi des vitesses de propagation dans l'intérieur du cristal. Il ne peut donc y avoir de séparation angulaire sensible des images ordinaires et extraordinaires, dans ce cas, qu'autant que la plaque cristallisée est prismatique; et pour calculer les angles de déviation des faisceaux ordinaire et extraordinaire, qui par leur différence donnent l'angle de divergence des deux images, il suffit de connaître la vitesse de propagation de chaque système d'ondes dans le cristal correspondante aux diverses directions de leur plan par rapport aux axes.

Soit, par exemple, IN le plan de l'onde incidente, que je suppose, pour plus de simplicité, parallèle à la face d'entrée du prisme de cristal BAC, dont les axes sont d'ailleurs dirigés d'une manière quelconque; toutes les parties de cette onde arriveront simultanément sur la face AB, et elle n'éprouvera aucune déviation de son plan en pénétrant et en parcourant le cristal. Il n'en sera pas de même quand elle sortira du prisme. Pour déterminer la direction du plan de l'onde émergente, du point A comme centre et d'un rayon AE égal au chemin parcouru par la lumière dans l'air pendant le temps que l'onde met à aller de B en C, je décris un arc de cercle, auquel je mène par C une tangente CE; cette tangente indiquera précisément le plan de l'onde émergente, comme il est facile de le démontrer. Si l'on considère chaque point ébranlé de la surface AC comme étant lui-même un centre d'ébranlement, on voit que toutes les petites ondes sphériques produites par chacun de ces points arriveront simultanément sur CE, qui sera leur plan tan-

Fig. 2.



gent commun : or je dis que ce plan sera la direction de l'onde totale N° XLII.
résultant de la réunion de toutes ces petites ondes élémentaires, du moins à une distance de la surface très-grande relativement à la longueur d'une ondulation. En effet, soit H un point quelconque de ce plan, pour lequel je cherche en position et en intensité la résultante de tous ces systèmes d'ondes élémentaires : le premier rayon arrivé en ce point est celui qui a suivi la direction GH perpendiculaire à CE, et les rayons gH et g'H partis des autres points g et g', à droite et à gauche de G, se trouveront en arrière dans leur marche d'une fraction ou d'un nombre d'ondulations d'autant plus grand que ces points s'écarteront davantage du point G. Si maintenant on divise CA de telle sorte qu'il y ait toujours une différence d'une demi-ondulation entre les rayons émanés de deux points de division consécutifs, il est aisé de voir qu'en raison du grand éloignement de H relativement à une longueur d'ondulation, les petites parties dans lesquelles on aura divisé CA deviendront sensiblement égales entre elles pour les rayons qui font avec GH des angles un peu prononcés. On peut donc admettre que les rayons envoyés par deux parties consécutives se détruiront mutuellement dès qu'ils auront une obliquité prononcée sur GH, ou, plus rigoureusement, que la lumière envoyée par une de ces parties sera détruite par la moitié de la lumière de celle qui la précède et la moitié de la lumière de celle qui la suit ; car son étendue ne diffère de la moyenne arithmétique de celles entre lesquelles elle est située que d'une petite quantité du second ordre ; de plus les rayons envoyés par ces trois parties doivent avoir sensiblement la même intensité, quelle que soit la loi de leur variation d'intensité autour des centres d'ébranlement, puisque, étant sensiblement parallèles entre eux (à cause de l'éloignement de H), ils sont dans les mêmes circonstances [1]. D'ailleurs

[1] On peut faire pour les intensités de ces rayons la même observation que nous venons de faire pour l'étendue des parties de AC qui les envoient : c'est que les rayons de deux parties consécutives différant en intensité d'une quantité infiniment petite du premier ordre, l'intensité des rayons d'une partie intermédiaire ne diffère que d'un infiniment petit du second ordre de la moyenne entre celles des rayons des deux parties contiguës.

N° XLII. il résulte de la *nature oscillatoire* du mouvement primitif d'où proviennent tous ces centres d'ébranlement, et dont ils doivent nécessairement répéter les oscillations, que les ondes élémentaires qu'ils enverront en H y apporteront alternativement des vitesses absolues négatives et positives, qui seront pareilles quant à la grandeur, et ne différeront que par le signe : il en sera de même des forces accélératrices résultant des déplacements relatifs des molécules, qui seront égales et de signes contraires pour les deux mouvements opposés de l'onde primitive. Or cette égalité entre les quantités positives et négatives contenues dans chaque ondulation complète suffit pour que deux systèmes qui diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation se détruisent mutuellement quand ils ont d'ailleurs la même intensité. Ainsi tous les rayons sensiblement inclinés sur GH se détruiront mutuellement, et il n'y aura que ceux qui lui sont presque parallèles qui concourront efficacement à la formation du système d'ondes résultant. On pourra donc les considérer, dans le calcul, comme ayant des intensités égales, et intégrer entre $+\infty$ et $-\infty$, suivant les deux dimensions, en employant les formules que j'ai données dans mon Mémoire sur la diffraction. Mais, sans recourir à ces formules, il est évident d'avance que si l'intensité de l'onde incidente AB est la même dans toutes ses parties, les éléments de l'intégration seront les mêmes pour les différents points h, H, h', etc. de l'onde émergente situés à une distance suffisante de la surface CA, quelle que soit d'ailleurs la forme de l'intégrale, et qu'en conséquence l'intensité et la position de l'onde résultante seront les mêmes dans chacun de ces points; elle sera donc parallèle à CE, lieu géométrique des premiers ébranlements. Les formules d'intégration la placent à un quart d'ondulation en arrière de ce plan; mais cela ne change rien à sa direction, la seule chose qui détermine celle du rayon visuel ou de l'axe de la lunette avec laquelle on observe le point de mire.

12. Pour calculer les effets prismatiques des milieux doués de la double réfraction, il suffit donc, quand le point de mire est à l'infini

et qu'en conséquence l'onde incidente est plane, de connaître la vitesse N° XLII
de propagation des ondes ordinaires et extraordinaires dans l'intérieur du cristal, pour chaque direction déterminée du plan de l'onde, la vitesse de propagation étant mesurée perpendiculairement à ce plan. Or c'est ce que donnent le plus grand et le plus petit rayon vecteur de la section diamétrale faite dans la surface d'élasticité par le plan de l'onde. Mais lorsque le point de mire est très-rapproché du milieu réfringent, et qu'on emploie un cristal à double réfraction très-forte, tel que le spath calcaire, dans lequel la courbure des ondes diffère beaucoup de celle d'une sphère, il devient nécessaire de connaître la forme de ces ondes.

13. Afin de me faire comprendre plus aisément, je prendrai un cas bien simple, celui où le point de mire est dans l'intérieur du cristal, ou bien contre sa surface même. Soient M le point lumineux, EC la seconde surface de la plaque par laquelle sortent les rayons; soient MA, Ma, Ma', des rayons partis du point lumineux suivant une direction telle qu'ils viennent frapper l'ouverture bb' de l'œil ou de l'objectif de la lunette. Je suppose que la courbe bBb' représente le lieu géométrique des ébranlements de première arrivée: elle sera parallèle, comme nous l'avons vu, à l'onde résultant de tous les ébranlements élémentaires, qui se trouvera d'un quart d'ondulation en arrière. Or c'est de la direction de l'élément de l'onde émergente, qui vient tomber sur l'ouverture de la pupille, que dépend la position de l'image du point lumineux sur la rétine, et par conséquent la direction du rayon visuel qui est perpendiculaire à l'élément de l'onde: c'est donc la direction de cet élément ou de sa normale qu'il s'agit de déterminer. Cette normale est le rayon AB de plus prompte arrivée sur le milieu B de l'élément, puisque cet élément est tangent à la sphère décrite du point A comme centre. Il ne s'agit donc que de chercher entre tous les rayons brisés MaB, MAB, Ma'B celui qui ap-

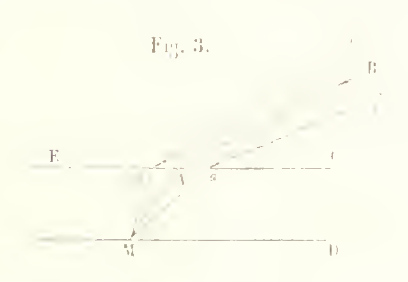


Fig. 3.

N° XLII. portera le premier l'ébranlement en B, et sa direction hors du cristal sera celle suivant laquelle se fera la vision.

14. Mais la section faite dans la surface d'élasticité ne fournit pas immédiatement les quantités nécessaires pour déterminer les intervalles de temps compris entre les arrivées de l'ébranlement parti de M aux points *a*, A, *a'*; car elle ne donne la vitesse de propagation qu'autant que l'on connaît la direction du plan sécant, ou de l'élément de l'onde auquel il est parallèle, et il est à remarquer de plus que la vitesse de propagation a toujours été censée comptée, dans cette construction, sur la perpendiculaire au plan de l'onde, tandis qu'il faudrait ici l'avoir sur la direction du rayon; car, ainsi que nous venons de le dire, le problème se réduit à chercher le rayon de première arrivée. Il s'agit donc de calculer d'abord les vitesses de propagation de l'onde dont le centre est en M, suivant les différents rayons M*a*, MA, M*a'*, c'est-à-dire les longueurs de ces rayons comprises entre le centre M et la surface de l'onde au bout d'un temps déterminé, ou, en d'autres termes, l'équation de la surface de l'onde.

15. Soit C un centre d'ébranlement; ARBD la position de l'onde émanée de C, après l'unité de temps, que je prends assez grande pour que la distance de l'onde au point C contienne un grand nombre d'ondulations, ou, en d'autres termes, pour que la longueur d'ondulation soit négligeable à l'égard de cette distance. Cela

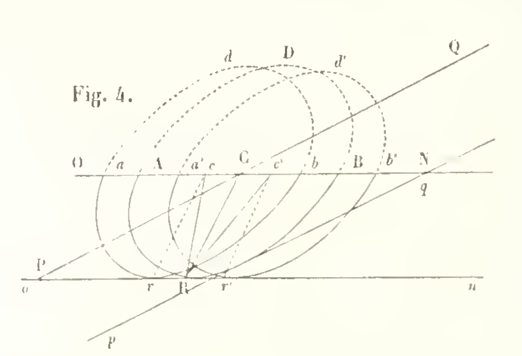


Fig. 4.

posé, concevons que ce point C appartienne à une onde plane indéfinie ON : je dis qu'au bout de l'unité de temps elle aura dû se transporter parallèlement à elle-même dans la position *on* tangente à la courbe ARBD. En effet, soit R le point de contact; cherchons la résultante de tous les systèmes d'ondes élémentaires émanés des différents points de ON qui arrivent en R: on voit que par

les raisons exposées précédemment, il n'y aura que les rayons cR, c'R, peu inclinés sur CR, qui concourront d'une manière efficace à la composition du mouvement oscillatoire en R. Soient c et c' deux de ces centres d'ébranlement, d'où viennent des rayons peu obliques sur CR; au bout de l'unité de temps, ils auront envoyé les deux ondes $arbd$ et $a'r'b'd'$ absolument pareilles à l'onde ARBD et tangentes au même plan on, dans les points r et r'. Ainsi elles arriveront en R un peu plus tard que l'onde élémentaire émanée de C; CR est donc le chemin de première arrivée de l'ébranlement en R. Il est à remarquer d'abord que tout est symétrique de part et d'autre du *minimum* dans un petit intervalle tel que celui que nous considérons, et qu'ainsi les mouvements oscillatoires qui arrivent suivant les rayons correspondants cR et c'R, et sont légèrement obliques au plan on, formeront par leur réunion des mouvements composés exactement parallèles à ce plan, comme le mouvement oscillatoire qui vient de C; donc déjà le mouvement oscillatoire aura la direction qu'il doit avoir dans l'onde on. Quant à la position de l'onde résultante, elle se trouve en arrière du point R d'un quart d'ondulation, en intégrant parallèlement et perpendiculairement au plan de la figure; mais dans un calcul où nous avons considéré la longueur d'ondulation comme négligeable vis-à-vis la distance CR, nous pouvons dire que l'onde ON est effectivement arrivée en R au bout de l'unité de temps. En faisant un raisonnement semblable pour les autres points de on, on prouverait de même que les ébranlements résultant de tous ceux envoyés par les différents points de ON y arrivent aussi au bout de l'unité de temps, et en conséquence que l'onde entière se trouve en cet instant transportée en on. On démontrerait de même que toute autre onde plane PQ, passant par le point C, serait au bout de l'unité de temps dans la position parallèle pq tangente à la même surface courbe ARBD; donc cette surface doit être tangente à la fois à tous les plans occupés au bout de l'unité de temps par toutes les ondes planes indéfinies parties de C. Or nous connaissons leurs vitesses relatives de propagation mesurées dans une direction perpendiculaire à leurs plans, et nous pour-

XLII. rons en conséquence déterminer leurs positions au bout de l'unité de temps, et en conclure l'équation de la surface de l'onde émanée du point C. La question est ainsi réduite au calcul d'une surface enveloppe.

16. Pour résoudre ce problème il faudrait employer :

1° L'équation de la surface d'élasticité,

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

2° l'équation de relation qui réduit à deux les trois variables X, Y et Z,

$$1 = \cos^2 X + \cos^2 Y + \cos^2 Z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

3° l'équation du plan sécant,

$$\cos X = B \cos Y + C \cos Z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

4° l'équation de condition pour le plus grand et le plus petit rayon vecteur compris dans ce plan,

$$B(a^2-c^2)\cos X \cos Z - C(a^2-b^2)\cos X \cos Y + (b^2-c^2)\cos Z \cos Y = 0. \quad (4)$$

L'équation générale du plan tangent à la surface cherchée, au point x', y', z', est

$$x - x' = \frac{dx}{dy}(y - y') + \frac{dx}{dz}(z - z');$$

et le carré de la distance de l'origine à ce plan est

$$\frac{(x'dx'dz' - y'dy'dz - z'dx'dy')^2}{dy'^2dz'^2 + dx'^2dz'^2 + dx'^2dy'^2};$$

Ainsi puisque cette distance doit être égale à v^2, l'équation (1) devient

$$\frac{(xdxdz - ydydz - zdxdy)^2}{dx^2dy^2 + dx^2dz^2 + dy^2dz^2} = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z.$$

Si l'on élimine cos X, cos Y et cos Z entre cette équation et les trois autres (2), (3) et (4), et que l'on substitue pour B et C, $\frac{dx}{dy}$ et $\frac{dx}{dz}$.

puisque le plan tangent à l'onde doit être parallèle au plan de la section diamétrale faite dans la surface d'élasticité, on aura l'équation différentielle de la surface de l'onde, qui devra être divisible en deux facteurs, dont l'un donnera l'équation de l'onde ordinaire, et l'autre celle de l'onde extraordinaire. [XLII]

Je n'ai pas encore fait ce calcul, qui présente peut-être des difficultés dans l'intégration de l'équation différentielle [1].

17. Lorsque deux des axes sont égaux, la surface d'élasticité devient de révolution, et celle de l'onde aussi, et il suffit de résoudre le problème dans un plan méridien.

La section faite par un plan méridien, quand $c = b$, est

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \sin^2 X, \text{ courbe du } 4^e \text{ degré.}$$

Au lieu de chercher la courbe tangente à toutes les parallèles aux diamètres de celles-ci distantes de l'origine d'une quantité égale à la moitié de ces diamètres, ou au rayon vecteur v, je vais suivre une marche synthétique, et démontrer que l'ellipse dont les demi-axes sont b et a satisfait à cette condition.

En effet, soit... $a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$ l'équation de cette ellipse rapportée aux mêmes axes que la courbe méridienne d'élasticité; l'angle que la tangente à cette courbe fait avec l'axe des x a pour tangente $\frac{dy}{dx} = -\frac{a^2x}{b^2y}$; et l'équation de cette tangente est

$$y - y' = -\frac{a^2x'}{b^2y'}(x - x');$$

donc le carré de la distance de l'origine, que je représente par v^2, est

$$v^2 = \frac{\left(y' + \frac{a^2x'^2}{b^2y'}\right)^2}{1 + \frac{a^4x'^2}{b^4y'^2}} = \frac{(b^2y'^2 + a^2x'^2)^2}{b^4y'^2 + a^4x'^2} = \frac{a^4b^4}{b^4y'^2 + a^4x'^2}.$$

---

[1] Voyez dans le Mémoire suivant, § 13 et § 14, le premier exposé de la méthode par laquelle Fresnel a ramené cette recherche à de simples éliminations sans intégrations. (E. Verdet.)

N° XLII. Mais le diamètre de la courbe d'élasticité parallèle à cette tangente ayant aussi pour tangente de l'angle qu'il fait avec l'axe des x, $-\frac{a^2 x'}{b^2 y'}$, si l'on représente cet angle par X, on en déduira

$$\sin^2 X = \frac{a^4 x'^2}{b^4 y'^2 + a^4 x'^2} \quad \text{et} \quad \cos^2 X = \frac{b^4 y'^2}{b^4 y'^2 + a^4 x'^2};$$

donc

$$a^2 \cos^2 X + b^2 \sin^2 X = \frac{a^2 b^4 y'^2 + a^4 b^2 x'^2}{b^4 y'^2 + a^4 x'^2} = \frac{a^2 b^2 (b^2 y'^2 + a^2 x'^2)}{b^4 y'^2 + a^4 x'^2} = \frac{a^4 b^4}{b^4 y'^2 + a^4 x'^2},$$

valeur identique avec celle de la distance de l'origine à la tangente à l'ellipse; donc on a pour l'équation de la courbe qui a donné cette ellipse, en suivant le mode de construction indiqué,

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \sin^2 X,$$

qui est précisément l'équation de la courbe méridienne d'élasticité. Donc l'ellipsoïde engendré par la rotation de l'ellipse $a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$ autour de son axe des x, dont la moitié est ici b, sera la surface de l'onde extraordinaire, tandis que celle de l'onde ordinaire sera évidemment la sphère décrite d'un rayon b. Si l'on résolvait le problème directement, on devrait trouver pour équation le produit de celles de la sphère et de l'ellipsoïde.

18. Il est bien remarquable que, sans faire aucune supposition sur la nature et les lois des forces auxquelles sont soumises les molécules du milieu vibrant, on parvienne ainsi à déterminer la forme des ondes dans le cristal, et que le résultat de ce calcul confirme l'hypothèse que Huyghens avait faite pour le spath calcaire. Notre seule supposition relative à la constitution élastique de ce milieu, c'est que deux de ses axes d'élasticité sont égaux entre eux, ce que la forme rhomboïdale attribuée par Haüy à la molécule intégrante du carbonate de chaux semblerait indiquer d'avance. Notre théorie, nous ramenant ainsi à la forme elliptique pour les ondes extraordinaires dans les cristaux à un axe, se trouve d'accord avec la construction d'Huyghens et les expériences qui paraissent en avoir établi l'exactitude, puisque cette cons-

truction rentre évidemment dans le principe du plus court chemin; car le rayon mené du centre de l'onde au point de contact du plan tangent est la ligne par laquelle l'ébranlement arrive le plus promptement à ce plan. N° XLII.

19. Je terminerai ce supplément par la démonstration d'un principe qui, étant fondamental, a besoin d'être bien établi; c'est celui d'après lequel je déduis la vitesse de propagation des ondes planes indéfinies de l'énergie des forces élastiques qu'elles mettent en jeu. J'ai supposé que parallèlement à l'onde on menait un plan diamétral dans la surface d'élasticité, et qu'on décomposait le mouvement oscillatoire initial en deux autres, l'un parallèle au plus petit rayon vecteur de la section, et l'autre au plus grand, qui jouissent tous les deux de la propriété que la composante perpendiculaire au rayon vecteur est en même temps perpendiculaire au plan de l'onde, en sorte qu'elle ne peut produire aucun effet et qu'il n'y a que la composante parallèle au rayon vecteur (représentée par le carré de sa longueur) qui propage l'onde. Comme d'ailleurs ce mouvement oscillatoire passe d'une tranche à l'autre sans changer de direction, j'ai supposé qu'on pouvait lui appliquer les formules que les géomètres ont trouvées pour la propagation des ondes dans un milieu d'une élasticité uniforme, et admettre que la vitesse de propagation était aussi, dans le cas que je considérais, proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité. Mais comme la constitution qu'ils ont supposée aux ondes sonores, pour lesquelles ils ont fait ces calculs, est très-différente de celle que j'attribue aux ondes lumineuses, et que les élasticités qui propagent ces deux espèces d'ondes n'agissent pas dans le même sens, on pourrait mettre en doute, ainsi que me l'a fait remarquer M. Fourier, que la formule qui donne la vitesse de propagation des premières fût applicable aux autres.

20. Le calcul direct de la marche des ondes lumineuses dans un milieu tel que celui que je considère serait sans doute très-embarrassant; mais il y a une manière bien simple d'éluder les difficultés qu'il

N° XLII présente, et de ramener le problème à une question absolument semblable à celle des cordes vibrantes. Je remarque d'abord que les ondes de même nature devant rester isochrones, dans quelque milieu qu'elles se propagent, il suffit de déterminer leur longueur d'ondulation pour connaître leur vitesse de propagation, qui lui sera proportionnelle. Or si l'on conçoit un plan parallèle aux ondes qui les réfléchisse complétement, on voit que les ondes réfléchies formeront, par leur rencontre avec les ondes incidentes qui se succèdent, une suite de nœuds et de ventres analogues à ceux que les ondes sonores produisent dans des tuyaux bouchés par un bout; et à cause de l'égale intensité des ondes réfléchies et des ondes incidentes, ces nœuds offriront un repos absolu des molécules du milieu. On pourra donc les considérer comme des points d'attache, et, ne s'occupant que de la partie du milieu comprise entre deux plans nodaux consécutifs, chercher la durée de ces oscillations, ou calculer la distance qui doit séparer ces deux plans pour qu'elles s'exécutent dans un intervalle de temps déterminé, calcul auquel s'applique la formule des cordes vibrantes: car on peut assimiler le milieu compris entre ces deux plans à un assemblage de cordes vibrantes perpendiculaires à ces plans et qui leur seraient attachées par leurs extrémités. La tension de ces cordes produirait le même effet que l'élasticité du milieu, puisque, comme celle-ci, elle tendrait sans cesse à redresser les lignes droites devenues courbes par le déplacement relatif des files de molécules parallèles aux plans nodaux, et cela avec une force proportionnelle à l'angle de contingence. Ainsi puisque la direction des mouvements oscillatoires et la loi des forces accélératrices sont les mêmes dans les deux cas, les formules qui s'appliquent à l'un s'appliquent nécessairement à l'autre. Or on sait que pour qu'une corde vibrante rende toujours le même son, quand sa tension varie, il faut que sa longueur croisse proportionnellement à la racine carrée de sa tension; donc la longueur des ondes dans le milieu, et partant leur vitesse de propagation (mesurées l'une et l'autre dans une direction perpendiculaire au plan de l'onde), sont proportionnelles à la racine carrée de l'élasticité qui agit parallèlement à

ce plan, et, par conséquent, au plus grand et au plus petit rayon vecteur de la section diamétrale faite dans la surface d'élasticité parallèlement à l'onde. N° XLII

21. Il y a déjà plusieurs mois que j'avais songé à ramener ainsi, par le retour des ondes sur elles-mêmes, les questions de leur propagation dans un milieu élastique aux problèmes des cordes et des surfaces vibrantes. C'était à la réflexion de la lumière sur la surface des corps transparents que je m'étais proposé d'abord d'appliquer cette méthode; mais je n'ai pas encore eu le temps de m'en occuper. Je pense qu'elle pourrait servir à éluder quelques-unes des difficultés que présentent plusieurs problèmes de la théorie des ondes, quand on veut les résoudre directement [a].

Paris, ce 13 janvier 1822.

A. FRESNEL.

[a] Ce supplément au premier Mémoire d'A. Fresnel sur la double réfraction a été reproduit ici avec les corrections faites au crayon par l'Auteur à son manuscrit après l'avoir retiré du Secrétariat de l'Académie des sciences, où il avait été reçu et visé par Delambre le 22 janvier 1822. Les variantes portent sur divers passages postérieurement fondus dans la rédaction du Mémoire n° XLVII, et n'ont pas paru d'ailleurs assez importantes pour être spécialement signalées. (L. F.)

N° XLIII.

SECOND SUPPLÉMENT

AU

MÉMOIRE SUR LA DOUBLE RÉFRACTION.

LU À L'INSTITUT LE 26 NOVEMBRE 1821.

DATÉ DU 31 MARS 1822 — PRÉSENTÉ LE 1er AVRIL SUIVANT.

1. Dans le premier Supplément présenté à l'Académie le 22 janvier 1822, j'avais calculé l'équation générale d'élasticité des cristaux que l'on appelle *cristaux à deux axes*, en supposant dans ces milieux trois axes rectangulaires d'élasticité [1]. J'ai reconnu depuis que ce n'est pas une hypothèse, mais une propriété générale de tous les milieux élastiques, c'est-à-dire que dans un système quelconque de points matériels en équilibre, et quelle que soit la loi des forces qu'ils exercent les uns sur les autres, il y a toujours pour chaque molécule trois directions rectangulaires suivant lesquelles un petit déplacement de cette molécule, en altérant un peu la grandeur et la direction des forces auxquelles elle est soumise, produit une résultante totale dirigée dans la ligne même du déplacement. Lorsque les trois axes d'élasticité des molécules seront parallèles dans toute l'étendue du milieu, il présentera les pro-

---

* Une apostille de Delambre indique que ce second Supplément a été renvoyé à la Commission précédemment nommée, qui se composait d'Ampère, Arago, Fourier et Poisson.

[1] Voyez N° XLII, § 1.

N° XLIII. priétés des cristaux à deux ou à un seul axe optique. Il paraît naturel de supposer que ce parallélisme a lieu dans tous les corps régulièrement cristallisés. Néanmoins on peut concevoir un arrangement régulier de particules, dans lequel leurs axes d'élasticité seraient déviés d'une tranche à l'autre suivant une loi uniforme. Le cristal de roche me semblerait être dans ce cas, puisque, à proprement parler, il n'offre point d'axe optique, c'est-à-dire de direction suivant laquelle la lumière ne se divise plus en deux systèmes d'ondes et conserve sa polarisation primitive.

2. Mais dans mes premières recherches théoriques sur la double réfraction, je ne me suis proposé d'abord de considérer que les milieux dont toutes les particules ont leurs lignes homologues parallèles; il sera toujours possible d'appliquer ensuite la même théorie à des combinaisons quelconques de pareils systèmes moléculaires, soit que les parties dont elles se composent aient des dimensions finies, comme dans les plaques cristallisées que l'on superpose, ou que ces éléments aient des dimensions presque infiniment petites, comme dans le cristal de roche et les fluides homogènes doués de la double réfraction. Je ne m'occuperai encore, dans ce second Supplément, que des principes fondamentaux de l'élasticité des milieux et des conséquences les plus simples qui en dérivent relativement à leurs propriétés optiques; et d'abord je vais démontrer le principe général que je viens d'énoncer sur l'existence de trois axes rectangulaires d'élasticité.

3. Lorsqu'on donne en grandeur et en direction les forces développées par trois petits déplacements rectangulaires de la même molécule, il est aisé d'en conclure la grandeur et la direction de la force produite par un autre déplacement suivant une direction quelconque, d'après le principe de statique démontré dans le Mémoire précédent. Je ne compare toujours les intensités de ces forces que pour de petits déplacements d'égale étendue; c'est-à-dire que je suppose alors la différentielle constante et égale à une certaine longueur prise pour unité. Quand le déplacement est plus grand ou plus petit que cette unité, l'intensité de la force produite varie dans la même proportion, si d'ail-

leurs la direction du déplacement reste constante. Pour calculer la loi des élasticités, je ne considère le problème que sous un point de vue statique: je suppose que la molécule dérangée a été subitement transportée dans sa nouvelle position, sans que les autres points matériels du système aient été déplacés, et c'est dans ce premier instant que je cherche la résultante des forces auxquelles elle est soumise : voilà comme je mesure l'élasticité. XXLIII.

4. Cela posé, je rapporte les directions diverses des petits déplacements de la molécule à trois droites perpendiculaires entre elles. Déplaçons successivement la molécule d'une quantité égale à 1 suivant ces trois axes coordonnés (que je ne suppose point des axes d'élasticité): soient a, b et c les trois composantes, selon ces axes, de la force produite par le déplacement parallèle aux x; a', b', c' les composantes rectangulaires de la force développée par le déplacement parallèle aux y, et a'', b'', c'' les composantes rectangulaires de la force développée par le déplacement parallèle aux z. Pour avoir la force produite par un déplacement égal à 1, suivant une autre direction quelconque faisant avec les axes des x, des y et des z, des angles X, Y et Z, il faut d'abord prendre sur ces axes coordonnés les composantes statiques du déplacement, qui sont respectivement cos X, cos Y, cos Z, et déterminer les forces produites séparément par chacun de ces déplacements, puis calculer la résultante de toutes ces forces. Or les composantes rectangulaires de la force produite par un déplacement égal à cos X, dans la direction de l'axe des x, seront,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{l} x, \ldots\ldots a\cos X, \\ y, \ldots\ldots b\cos X, \\ z, \ldots\ldots c\cos X; \end{array}\right.$$

de même les composantes de la force produite par un déplacement cos Y selon l'axe des y, seront :

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{l} x, \ldots\ldots a'\cos Y, \\ y, \ldots\ldots b'\cos Y, \\ z, \ldots\ldots c'\cos Y; \end{array}\right.$$

N° XLIII. et les composantes de la force produite par le déplacement cos Z, selon l'axe des z, seront,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{l} x \ldots\ldots\ldots a'' \cos Z, \\ y \ldots\ldots\ldots b'' \cos Z, \\ z \ldots\ldots\ldots c'' \cos Z. \end{array}\right.$$

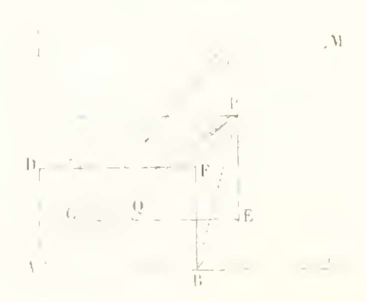
Ainsi en ajoutant entre elles les composantes partielles dirigées suivant le même axe, on trouve pour les composantes totales :

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{l} x, \ldots\ldots a \cos X + a' \cos Y + a'' \cos Z, \\ y, \ldots\ldots b \cos X + b' \cos Y + b'' \cos Z, \\ z, \ldots\ldots c \cos X + c' \cos Y + c'' \cos Z. \end{array}\right.$$

Avec ces composantes on déterminera la grandeur et la direction de la résultante totale.

5. On pourrait croire au premier abord que les neuf constantes a, b, c, a', b', c', a'', b'', c'' peuvent être quelconques, ou en d'autres termes que ces expressions des trois composantes totales renferment neuf constantes arbitraires; mais il est aisé de reconnaître qu'il existe entre elles une relation obligée, qui en réduit le nombre à six. C'est ce que je vais démontrer à l'aide des mêmes considérations statiques qui m'ont servi à établir le principe fondamental que je viens d'employer.

Soient Ax, Ay, Az les trois axes coordonnés, suivant lesquels la



molécule A est successivement déplacée d'une quantité très-petite prise pour unité : soit APM la direction dans laquelle est située une molé-

cule M qui agit sur A, et que je suppose toujours éloignée de ce point d'une quantité très-grande relativement à celle dont il a été déplacé. N° XLIII
Supposons d'abord qu'on le déplace dans la direction des x d'une quantité AB égale à l'unité : ce déplacement fera varier de deux manières la force exercée par la molécule M, ou celle que A exerce sur M : premièrement en raison de la variation AQ de la distance; deuxièmement en raison de la variation apportée dans la direction de la force, qui sera proportionnelle à BQ. La première variation produira une force différentielle A × AQ, et dirigée suivant AQ, et la seconde une composante différentielle B × BQ dirigée suivant BQ. Pour fixer le sens dans lequel agissent ces forces, considérons l'action de A sur M; la distance AM étant diminuée de AQ, l'action répulsive de A sur M est augmentée, et la différentielle A × AQ agit dans le sens AM; de même la différentielle B × BQ résultant du petit changement de direction de la force, agit dans le sens BQ. Si donc on prend pour positifs les sens Ax, Ay et Az, pour les forces parallèles aux axes coordonnés, la composante parallèle aux x de cette seconde différentielle sera négative, tandis que ses composantes parallèles aux y et aux z seront positives, et les composantes de la première différentielle seront toutes trois positives.

Cela posé, cherchons d'abord les composantes de la première force différentielle A × AQ. Je représente par X, Y et Z les angles que la ligne APM fait avec les axes des x, des y et des z. AB étant supposé égal à 1, AQ = cos X, et la force différentielle dirigée suivant AM est donc égale à A cos X. Ses composantes seront,

$$\text{parallèlement aux} \begin{cases} x, \dots\dots & A\cos^2 X, \\ y, \dots\dots & A\cos X\cos Y, \\ z, \dots\dots & A\cos X\cos Z. \end{cases}$$

Calculons maintenant les composantes de la seconde force différentielle B × BQ, agissant suivant BQ.

Puisque AB = 1, BQ = sin X, et cette force est égale à B sin X. Je la décompose d'abord en deux forces dirigées, l'une suivant BA et l'autre

XLIII. suivant BP perpendiculaire à BA; la première composante parallèle aux x sera

$$-\mathrm{B}\sin \mathrm{X}\cos \mathrm{ABQ}, \quad \text{ou} \quad -\mathrm{B}\sin^2 \mathrm{X},$$

et la seconde,

$$\mathrm{B}\sin \mathrm{X}\sin \mathrm{ABQ}, \quad \text{ou} \quad \mathrm{B}\sin \mathrm{X}\cos \mathrm{X}.$$

Je décompose maintenant cette seconde composante en deux autres, dirigées, l'une suivant BE et l'autre suivant BF, c'est-à-dire parallèlement aux y et aux z. La première sera égale à

$$\mathrm{B}\sin \mathrm{X}\cos \mathrm{X}\times\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BP}},$$

et la seconde à

$$\mathrm{B}\sin \mathrm{X}\cos \mathrm{X}\times\frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{BP}};$$

mais

$$\mathrm{BP} = \mathrm{AP}\times\sin \mathrm{X},\quad \mathrm{BE} = \mathrm{AC} = \mathrm{AP}\times\cos \mathrm{Y},$$

et

$$\mathrm{BF} = \mathrm{AD} = \mathrm{AP}\times\cos \mathrm{Z};$$

donc

$$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BP}} = \frac{\cos \mathrm{Y}}{\sin \mathrm{X}} \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{BP}} = \frac{\cos \mathrm{Z}}{\sin \mathrm{X}};$$

ainsi les composantes parallèles aux y et aux z deviennent respectivement $\mathrm{B}\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Y}$ et $\mathrm{B}\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Z}$. On a donc pour les trois composantes de la seconde force différentielle,

$$\text{parallèlement aux}\begin{cases} x, \ldots\ldots & \mathrm{B}\sin^2 \mathrm{X},\\ y, \ldots\ldots & \mathrm{B}\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Y},\\ z, \ldots\ldots & \mathrm{B}\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Z}.\end{cases}$$

Ajoutant ensemble les composantes parallèles des deux forces différentielles, on trouve pour les composantes totales :

$$\text{parallèlement aux}\begin{cases} x, \ldots\ldots & \mathrm{A}\cos^2 \mathrm{X} - \mathrm{B}\sin^2 \mathrm{X},\\ y, \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Y},\\ z, \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Z}.\end{cases}$$

Si l'on suppose le point matériel A déplacé suivant Ay d'une quan- N° XLIII.
tité égale à 1, on trouvera de même les composantes suivantes,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{ll} y, \ldots\ldots & \mathrm{A}\cos^2\mathrm{Y} - \mathrm{B}\sin^2\mathrm{Y}, \\ x, \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos\mathrm{Y}\cos\mathrm{X}, \\ z, \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos\mathrm{Y}\cos\mathrm{Z}; \end{array}\right.$$

et pour un déplacement pareil dans le sens des z les composantes suivantes,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{ll} z, \ldots\ldots & \mathrm{A}\cos^2\mathrm{Z} - \mathrm{B}\sin^2\mathrm{Z}, \\ x, \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos\mathrm{X}\cos\mathrm{Z}, \\ y, \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos\mathrm{Z}\cos\mathrm{Y}. \end{array}\right.$$

La seule inspection des composantes différentielles produites par ces trois déplacements fait voir que le déplacement parallèle aux x donne dans le sens des y la même composante que le déplacement parallèle aux y produit dans le sens des x, et dans le sens des z la même composante que le déplacement parallèle aux z produit dans le sens des x; et qu'enfin le déplacement suivant l'axe des y donne parallèlement aux z la même composante que le déplacement suivant l'axe des z parallèlement aux y; c'est-à-dire, en général, que la composante produite dans le sens d'un axe par le déplacement suivant un des deux autres est égale à celle que produit, dans la direction de celui-ci, un déplacement pareil, suivant le premier axe.

6. Ce théorème étant démontré pour l'action individuelle de chaque molécule M sur le point A, l'est en conséquence pour la somme des actions exercées par toutes les molécules du milieu sur le même point matériel. Ainsi, il existe toujours entre les neuf constantes $a, b, c, a', b', c', a'', b'', c''$, les trois relations suivantes,

$$b = a', \quad c = a'', \quad c' = b'';$$

ce qui réduit à six le nombre des constantes arbitraires.

Nous pouvons donc représenter généralement les composantes résultant d'un déplacement 1, suivant l'axe des x,

$$\begin{array}{lccc} \text{parallèlement aux} & x, & y, & z, \\ \text{par} & a, & h, & g; \end{array}$$

N° XLIII. d'un déplacement 1, suivant l'axe des y,

$$\text{parallèlement aux } y, \quad x, \quad z,$$
$$\text{par } b, \quad h, \quad f;$$

et d'un déplacement 1, suivant l'axe des z,

$$\text{parallèlement aux } z, \quad x, \quad y,$$
$$\text{par } c, \quad g, \quad f.$$

Ainsi les trois composantes rectangulaires d'un déplacement pareil, dans une direction quelconque, faisant avec les axes des x, des y et des z, des angles égaux à X, Y et Z, seront,

$$\text{parallèlement aux} \begin{cases} x, \ldots\ldots\ a\cos X + h\cos Y + g\cos Z, \\ y, \ldots\ldots\ b\cos Y + h\cos X + f\cos Z, \\ z, \ldots\ldots\ c\cos Z + g\cos X + f\cos Y. \end{cases}$$

7. Je vais démontrer maintenant qu'il existe toujours une direction pour laquelle la résultante de ces trois composantes est dirigée suivant la ligne même du déplacement, c'est-à-dire qu'on peut donner aux angles X, Y, Z des valeurs réelles telles que la résultante de ces trois composantes fasse avec les axes des x, des y et des z, des angles respectivement égaux à X, à Y et à Z, ou, en d'autres termes, telles que ces trois composantes soient entre elles dans le même rapport que cos X, cos Y et cos Z.

Pour trouver la direction qui satisfait à cette condition, je vais substituer aux trois inconnues cos X, cos Y et cos Z (qui se réduisent à deux par la relation $1 = \cos^2 X + \cos^2 Y + \cos^2 Z$), les tangentes des angles que les projections de cette droite sur les plans xz et yz font avec l'axe des z, afin de pouvoir conclure la réalité des angles de celle des valeurs que le calcul donnera pour ces nouvelles inconnues.

Soient donc,

$$x = mz \quad \text{et} \quad y = nz$$

les équations de la droite; on aura

$$m = \frac{\cos X}{\cos Z} \quad \text{et} \quad n = \frac{\cos Y}{\cos Z}.$$

or les trois composantes ci-dessus, que pour abréger je représente par p, q et r, doivent être entre elles dans le même rapport que cos X, cos Y et cos Z, lorsque la condition dont nous venons de parler est satisfaite : on a donc N° XLIII.

$$\frac{p}{r}=\frac{\cos X}{\cos Z}=m, \qquad \text{et} \qquad \frac{q}{r}=\frac{\cos Y}{\cos Z}=n;$$

ou, mettant à la place de p, q et r leurs valeurs,

$$m=\frac{a\cos X+h\cos Y+g\cos Z}{c\cos Z+g\cos X+f\cos Y}=\frac{a\dfrac{\cos X}{\cos Z}+h\dfrac{\cos Y}{\cos Z}+g}{c+g\dfrac{\cos X}{\cos Z}+f\dfrac{\cos Y}{\cos Z}}.$$

et

$$n=\frac{b\cos Y+h\cos X+f\cos Z}{c\cos Z+g\cos X+f\cos Y}=\frac{b\dfrac{\cos Y}{\cos Z}+h\dfrac{\cos X}{\cos Z}+f}{c+g\dfrac{\cos X}{\cos Z}+f\dfrac{\cos Y}{\cos Z}};$$

ou enfin

$$m=\frac{am+hn+g}{c+gm+fn}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

et

$$n=\frac{bn+hm+f}{c+gm+fn}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

On tire de l'équation (2), $m=\frac{-fn^2+(b-c)n+f}{gn-h}$: substituant cette valeur de m dans l'équation (1) et chassant les dénominateurs, on a :

$$g[-fn^2+(b-c)n+f]^2+fn(gn-h)[-fn^2+(b-c)n+f]$$
$$+(c-a)(gn-h)[-fn^2+(b-c)n+f]-hn(gn-h)^2-g(gn-h)^2=0.$$

Cette équation en n, qui, sous cette forme, paraît du quatrième degré, tombe au troisième, dès qu'on effectue les multiplications, par la destruction mutuelle des deux termes qui renferment n^4 : ainsi l'on est sûr qu'elle contient au moins une racine réelle. Il y a donc toujours au moins une valeur réelle de n, et par conséquent aussi une valeur réelle de m, puisque l'équation (2) est du premier degré par rapport à m. Donc il y a toujours au moins une droite qui satisfait à la condition que le déplacement de la molécule suivant cette droite produit une résul-

N° XLIII. tante dirigée suivant la même droite; c'est-à-dire qu'il y a toujours au moins un axe réel d'élasticité.

8. En partant de ce résultat, il est facile de prouver qu'il y a encore deux autres axes réels d'élasticité perpendiculaires entre eux et au premier. En effet, prenons celui-ci pour axe des x: les composantes parallèles aux y et aux z produites par un déplacement dirigé suivant l'axe des x seront nulles; ainsi l'on aura $g = 0$, et $h = 0$; et les équations (1) et (2) deviendront :

$$m = \frac{am}{c + fn}, \quad \text{ou} \quad m(c - a + fn) = 0,$$

et

$$n = \frac{bn + f}{c + fn}, \quad \text{ou} \quad fn^2 - (b - c)n - f = 0, \quad \text{ou} \quad n^2 - \frac{b - c}{f}n - 1 = 0.$$

La première équation donne $m = 0$, et l'on tire de la seconde

$$n = \frac{b - c}{2f} \pm \sqrt{\left(\frac{b - c}{2f}\right)^2 + 1}.$$

Ces deux valeurs de n étant toujours réelles, ainsi que celle de m, on voit qu'il y a encore, outre l'axe des x, deux autres axes d'élasticité. Ils sont perpendiculaires à l'axe des x, puisque pour l'un et l'autre $m = 0$, c'est-à-dire que leurs projections sur le plan xz se confondent avec l'axe des z. Ils sont en outre perpendiculaires entre eux, car les deux valeurs de n multipliées l'une par l'autre donnent $\left(\frac{b-c}{2f}\right)^2 - \left(\frac{b-c}{2f}\right)^2 - 1$, ou -1. Donc il existe toujours trois axes rectangulaires d'élasticité pour chaque molécule dans un système quelconque de points matériels, et quelles que soient les lois et la nature des forces qu'ils exercent les uns sur les autres.

9. Lorsque les axes d'élasticité relatifs à chaque molécule sont dirigés de la même manière dans toute l'étendue du milieu, il doit donc présenter les propriétés optiques que nous avions déduites de la supposition de trois axes rectangulaires d'élasticité. Il est clair que cette condition est remplie lorsque les faces de ses particules, ou les lignes homologues des groupes moléculaires, sont tournées dans des direc-

tions parallèles; et, d'après l'idée qu'on se fait ordinairement de la cristallisation, il semblerait qu'un pareil arrangement doit toujours avoir lieu dans les corps régulièrement cristallisés. On conçoit cependant, comme nous l'avons déjà fait observer, des arrangements réguliers dans lesquels ce parallélisme n'aurait pas lieu, et où les axes seraient déviés d'une tranche à l'autre suivant certaines lois. Le cristal de roche paraît en offrir un exemple, pour les deux axes d'élasticité presque égaux qu'on peut concevoir dans les plans perpendiculaires aux aiguilles; à moins qu'on ne suppose que les phénomènes particuliers qu'il présente sont dus à l'interposition d'une substance étrangère, ce qui me semble moins probable d'après les observations curieuses de M. Herschel sur les caractères extérieurs auxquels on reconnaît qu'une aiguille de cristal de roche fera tourner le plan de polarisation de droite à gauche ou de gauche à droite [a]. N° XLIII

10. Je n'ai pas encore soumis au calcul le cas d'une déviation régulière des axes d'élasticité des éléments du milieu vibrant, et je n'ai pas assez réfléchi sur ce problème compliqué pour indiquer avec certitude les caractères distinctifs des phénomènes que présenterait un pareil système; mais je ne crois pas qu'il puisse avoir trois axes optiques sans que la double réfraction soit détruite en même temps dans toutes les autres directions; c'est-à-dire que je ne crois pas qu'aucun cristal puisse présenter plus de deux axes optiques. Je présume aussi qu'aucun arrangement régulier de particules semblables ne doit jamais diviser la lumière en plus de deux systèmes d'ondes. Je ne comprends pas ici, bien entendu, la combinaison de parties cristallines de dimensions finies, dont les axes seraient tournés dans des directions différentes, et qui est toujours facile à distinguer d'un milieu homogène.

11. Quand les lignes homologues des particules sont parallèles dans toute l'étendue du cristal, leurs axes d'élasticité l'étant aussi, le

---

[a] HERSCHEL. — *On the Rotation impressed by plate of Rock-crystal on the planes of polarisation of the Rays of Light as connected with certain peculiarities in its crystallization.* (*Transactions of Cambridge philosophical Society* for 1820, t. I, 1re part, p. 43.)

N° XLIII. cristal ne peut avoir que deux axes optiques, ainsi que je l'ai démontré dans le Mémoire précédent. Je vais prouver en outre qu'il ne doit jamais offrir que deux images des objets, quelque différence d'énergie qu'il y ait entre les élasticités suivant ces trois axes, et soit qu'on place le point de mire très-loin ou très-près du cristal.

L'équation de la surface d'élasticité rapportée aux trois axes rectangulaires d'élasticité est

$$v^2 = a^2\cos^2 X + b^2\cos^2 Y + c^2\cos^2 Z.$$

Soient $x = \alpha z$ et $y = \beta z$ les équations du rayon vecteur, on a,

$$\cos^2 X = \frac{\alpha^2}{1+\alpha^2+\beta^2}, \quad \cos^2 Y = \frac{\beta^2}{1+\alpha^2+\beta^2}, \quad \cos^2 Z = \frac{1}{1+\alpha^2+\beta^2};$$

substituant ces valeurs dans l'équation ci-dessus, elle devient :

$$v^2(1+\alpha^2+\beta^2) = a^2\alpha^2 + b^2\beta^2 + c^2.$$

C'est encore l'équation polaire de la surface d'élasticité, mais dans laquelle on a remplacé les cosinus des angles que le rayon vecteur fait avec les axes x, y, z, par les tangentes des deux angles que ses projections sur les plans xz et yz font avec l'axe des z.

Pour suivre la propagation du mouvement initial, il faut que ceux dans lesquels on le décompose soient dirigés de manière que la composante perpendiculaire à la direction de ces déplacements soit en même temps perpendiculaire au plan de l'onde : or nous avons vu que l'équation qui exprime cette condition est absolument la même que celle qui exprime que le rayon vecteur est un *maximum* ou un *minimum*. Différentions donc l'équation d'élasticité en faisant $dv = 0$, et nous aurons pour équation de condition :

$$v^2\left(\alpha + \beta\frac{d\beta}{d\alpha}\right) = a^2\alpha + b^2\beta\frac{d\beta}{d\alpha}.$$

Pour trouver le rapport entre $d\beta$ et $d\alpha$, je prends l'équation $z = mx + ny$ du plan sécant, et je remarque que, puisqu'il contient le

rayon vecteur, dont les équations sont $x=\alpha z$ et $y=\beta z$, on doit avoir N° XLIII.
$1=m\alpha+n\beta$; et différentiant cette équation,

$$0=m\,\mathrm{d}\alpha+n\,\mathrm{d}\beta;$$

d'où l'on tire $\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\alpha}=-\frac{m}{n}$; substituant dans l'équation différentielle ci-dessus, on trouve :

$$v^2(\alpha n-\beta m)=a^2\alpha n-b^2\beta m.$$

Si l'on combine cette équation avec $1=m\alpha+n\beta$, on en tire les valeurs suivantes pour α et β :

$$\alpha=\frac{(b^2-v^2)m}{(a^2-v^2)n^2+(b^2-v^2)m^2}\quad\text{et}\quad\beta=\frac{(a^2-v^2)n}{(a^2-v^2)n^2+(b^2-v^2)m^2},$$

qui, étant du premier degré, nous apprennent que le nombre des valeurs de α et β, ou le nombre des directions diverses du rayon vecteur qui satisfont à la condition ci-dessus énoncée, ne peut être plus grand que celui des valeurs de v^2. Pour trouver celles-ci, substituons les valeurs de α et de β dans l'équation d'élasticité, et nous aurons,

$$(a^2-v^2)(c^2-v^2)n^2+(b^2-v^2)(c^2-v^2)m^2+(a^2-v^2)(b^2-v^2)=0.$$

Cette équation, étant du second degré par rapport à v^2, ne peut donner que deux valeurs de v^2; ainsi il n'y a que deux élasticités différentes et deux directions qui satisfont à la condition dont nous venons de parler. Il est aisé de sentir en outre que ces deux directions du rayon vecteur sont rectangulaires, sans résoudre cette équation et calculer les doubles valeurs de α et de β; car le théorème général que j'ai démontré sur l'existence constante des trois axes rectangulaires d'élasticité, si l'on ne considère plus que les déplacements qui s'exécutent dans un plan, et les composantes comprises dans le même plan, en faisant abstraction des forces perpendiculaires, conduit à cette conséquence que ce plan contient toujours deux axes rectangulaires d'élasticité, ou deux directions rectangulaires pour lesquelles la résultante des composantes comprises dans le plan agit suivant la

N° XLIII. ligne même du déplacement : or ces directions sont précisément celles que nous cherchions par les calculs précédents. En achevant ces calculs, on trouverait sans doute une nouvelle confirmation de la perpendicularité de ces deux directions.

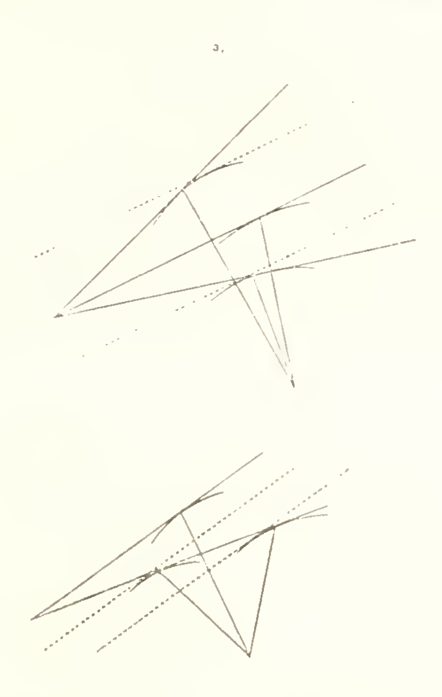
Ainsi les deux modes de vibration qui se propagent sans déviation de leurs oscillations, et dans lesquels on peut toujours décomposer l'onde incidente, s'exécuteront dans des directions rectangulaires, c'est-à-dire de la manière la plus indépendante; et comme il n'y a d'ailleurs que deux valeurs de v^2, c'est-à-dire de l'élasticité qu'elles mettent en jeu, il ne pourra y avoir que deux systèmes d'ondes parallèles au plan de l'onde incidente.

12. Nous avons raisonné jusqu'ici dans l'hypothèse où l'onde incidente est plane et indéfinie, c'est-à-dire où le point lumineux est infiniment éloigné, et nous venons de voir que les deux systèmes indépendants dans lesquels la lumière se divise ont chacun une vitesse unique et *constante*, puisque leurs oscillations s'exécutent toujours dans des directions parallèles; il en résulte que si l'on taille le cristal en prisme, on n'apercevra jamais que deux images du point lumineux supposé à l'infini. Il est aisé de voir qu'il en sera de même quand ce point sera assez près du cristal pour qu'on soit obligé de tenir compte de la courbure de l'onde.

En effet, si l'on se rappelle le principe du plus court chemin, et la construction d'Huyghens, qui en découle, on voit que le nombre des images dépend du nombre des plans tangents qu'on peut mener par une même droite aux surfaces des divers systèmes d'ondes en lesquels la lumière se divise dans le cristal, et du nombre des points de contact. Or je dis d'abord que par la même droite et du même côté du centre, on ne peut leur mener que deux plans tangents; car, s'il en était autrement, on pourrait mener trois plans tangents parallèles du même côté du centre commun des ondes : or la distance de ces plans tangents au centre est donnée par la vitesse de propagation des ondes planes indéfinies parallèles à ces plans, qui ne peut

avoir que deux valeurs pour la même direction du plan; donc il ne peut y avoir trois plans tangents parallèles d'un même côté du centre,

(a)



et par conséquent trois plans tangents menés par la même droite. Je dis en outre qu'il ne peut y avoir en tout que deux points de contact: car s'il y en avait trois, par exemple, on pourrait mener trois plans tangents parallèles du même côté du centre, ce qui est impossible.

13. Ces conséquences deviendront encore plus évidentes par le degré de l'équation des deux ondes. On peut suivre, pour la calculer, une marche plus facile que celle que j'avais indiquée dans le Supplément précédent, en ce qu'elle dispense de l'intégration et n'exige qu'une simple élimination.

14. L'équation d'un plan qui passe par le centre de la surface d'é-

---

(a) Cette double figure est la reproduction d'un croquis tracé par l'Auteur en marge de son manuscrit.

XLIII. lasticité étant $z = mx + ny$, celle du plan parallèle, auquel la surface de l'onde doit être tangente, sera

$$z = mx + ny + \mathrm{C},$$

C étant déterminé de manière que la distance de ce plan à l'origine soit égale au plus grand ou au plus petit rayon vecteur de la surface d'élasticité compris dans le plan sécant $z = mx + ny$. Ces deux valeurs sont données par l'équation

$$(a^2 - v^2)(c^2 - v^2)\,n^2 + (b^2 - v^2)(c^2 - v^2)\,m^2 + (a^2 - v^2)(b^2 - v^2) = 0.$$

Or le carré de la distance de l'origine au plan $z = mx + ny + \mathrm{C}$, est

$$\frac{\mathrm{C}^2}{1 + m^2 + n^2};$$

il faut donc que

$$v^2 = \frac{\mathrm{C}^2}{1 + m^2 + n^2}, \quad \text{ou que} \quad \mathrm{C}^2 = v^2(1 + m^2 + n^2).$$

Ainsi l'équation du plan tangent à l'onde devient

$$(z - mx - ny)^2 = v^2(1 + m^2 + n^2) \ldots\ldots\ldots\ldots (2);$$

et l'équation qui donne v^2 en fonction de m et de n est

$$(a^2 - v^2)(c^2 - v^2)\,n^2 + (b^2 - v^2)(c^2 - v^2)\,m^2 + (a^2 - v^2)(b^2 - v^2) = 0 \ldots\ldots (1).$$

Or si l'on fait varier successivement m et n d'une quantité très-petite, on aura deux nouveaux plans tangents très-voisins du premier, et l'intersection de ces trois plans appartiendra à la surface de l'onde. Il faut donc d'abord différentier les équations (1) et (2) par rapport à m, en supposant n constant, ce qui donne :

$$(z - mx - ny)\,x + v^2 m + (1 + m^2 + n^2)\,v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}m} = 0 \ldots\ldots (2)'$$

$$v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}m}\left[(1+n^2)(a^2-v^2)+(1+m^2)(b^2-v^2)+(m^2+n^2)(c^2-v^2)\right] - (b^2-v^2)(c^2-v^2)\,m = 0. \quad (1)'$$

Différentiant ensuite par rapport à n, on a :

$$(z - mx - ny)\,y + v^2 n + (1 + m^2 + n^2)\,v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}n} = 0 \ldots\ldots (2)''$$

$$v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}n}\left[(1+n^2)(a^2-v^2)+(1+m^2)(b^2-v^2)+(m^2+n^2)(c^2-v^2)\right] - (a^2-v^2)(c^2-v^2)\,n = 0. \quad (1)''$$

Maintenant, si l'on élimine $\frac{dv}{dm}$ entre les équations (1)' et (2)', N° XLIII
et $\frac{dv}{dn}$ entre les équations (1)'' et (2)'', on aura deux nouvelles équations, qui ne renfermeront plus que les trois variables v, m, n, en sus des coordonnées rectangulaires x, y, z; et en les réunissant aux équations (1) et (2), on pourra éliminer v, m et n. L'équation obtenue par cette élimination (qui ne contiendra plus d'autres variables que les coordonnées x, y, z), appartiendra à la fois à la surface de l'onde ordinaire et à celle de l'onde extraordinaire.

Cette marche directe et générale entraînerait sans doute dans des calculs d'une longueur rebutante, à cause du nombre des quantités qu'il s'agit d'éliminer, et du degré des équations entre lesquelles il faut les éliminer par rapport à ces mêmes variables v^2, m et n. On peut obtenir aisément une équation du premier degré par rapport à v^2, en faisant varier le plan sécant, et par suite le plan tangent qui lui est parallèle, de manière que dv soit nul : alors l'intersection commune des deux positions successives du plan tangent est la tangente qui passe par le pied de la perpendiculaire abaissée de l'origine sur le plan tangent, et cette tangente passant par le point de contact peut servir à déterminer sa position tout aussi bien que le plan tangent, et par la même méthode de différentiation et d'élimination.

Si l'on différentie l'équation (1), en considérant v comme constant, on trouve :

$$\frac{dn}{dm} = -\frac{(b^2 - v^2)}{(a^2 - v^2)}\frac{m}{n};$$

et en différentiant l'équation (2) du plan tangent, on a

$$\frac{dn}{dm} = -\frac{v^2m + x(z - mx - ny)}{v^2n + y(z - mx - ny)};$$

ces deux valeurs égalées donnent l'équation :

$$[v^2n + y(z - mx - ny)](b^2 - v^2)m = [v^2m + x(z - mx - ny)](a^2 - v^2)n,$$

dans laquelle les deux termes contenant v^4 se détruisent, et qui devient

$$mn(a^2 - b^2)v^2 + (z - mx - ny)(my - nx)v^2 + (z - mx - ny)(na^2x - mb^2y) = 0;$$

Nº XLIII. en mettant pour v^2 sa valeur $\frac{(z-mx-ny)^2}{1+m^2+n^2}$, et divisant tout par $(z-mx-ny)$, on a,

$$(z-mx-ny)^2(my-nx)+mn(a^2-b^2)(z-mx-ny)+(na^2x-mb^2y)(1+m^2+n^2)=0. \quad (3)$$

Maintenant, pour avoir l'équation de la surface de l'onde, il suffit de différentier cette équation successivement par rapport à m et à n, et d'éliminer m et n à l'aide de ces deux nouvelles équations jointes à celles-ci [a].

15. Étant arrivé à l'équation cherchée, par un calcul beaucoup plus court, au lieu de faire l'élimination que je viens d'indiquer, j'ai vérifié cette équation sur l'équation (3) pour m'assurer qu'elle satisfaisait à la condition que celle-ci exprime. J'ai suivi cette marche synthétique de préférence, parce qu'elle me paraissait devoir être plus prompte que l'élimination; et cependant les calculs dans lesquels elle m'a entraîné sont tellement longs et fastidieux, que je ne crois pas devoir les transcrire ici. Je me contenterai de dire *que je me suis assuré que l'équation* (3), *dans laquelle m et n représentent le* $\frac{dz}{dx}$ *et le* $\frac{dz}{dy}$ *de la surface cherchée, et v la distance de l'origine au plan tangent, est satisfaite par l'équation du quatrième degré*

$$(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-a^2(b^2+c^2)x^2-b^2(a^2+c^2)y^2-c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0 \ldots\ldots (4)$$

16. J'étais parvenu à cette équation en remarquant que l'intersection de la surface de l'onde avec chacun des plans coordonnés devait être la réunion d'un cercle et d'une ellipse, et qu'on arrivait précisément au même résultat lorsqu'on substituait l'ellipsoïde à la surface d'élasticité, et qu'au lieu de prendre les deux demi-axes de la section diamétrale pour distance de l'origine au plan tangent à la surface cherchée, on les prenait pour longueurs de son rayon vecteur perpendiculaire au plan sécant. Quand l'ellipsoïde a les mêmes axes que la surface d'élasticité, on trouve, par ces deux modes de génération de la

---

[a] Voyez plus loin.

surface nouvelle, une ellipse et un cercle pour l'intersection avec cha- A XLIII
cun des plans coordonnés, et ces courbes ont les mêmes dimensions dans les deux cas : ce qui se démontre aisément sans calcul, et d'après les propriétés de relation que nous avons remarquées dans le Supplément précédent, entre l'ellipse. . . $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$, et la courbe dont l'équation polaire est. . . $r^2 = a^2\cos^2 X + b^2\sin^2 X$.

Cette identité entre les sections faites par les trois plans coordonnés rendait bien probable l'identité des surfaces, et en aurait même été une démonstration complète, si j'avais pu prouver *a priori* que l'équation engendrée par le plan tangent ne devait pas passer le quatrième degré, ce qui paraissait résulter des conditions mêmes de sa génération ; puisque l'équation qui donne le carré v^2 de la distance de l'origine au plan tangent n'est que du second degré, en sorte que la surface ne peut avoir que deux nappes d'un même côté de chaque plan coordonné. Mais comme on pouvait supposer que l'équation cherchée contiendrait, outre ces deux nappes réelles, des nappes imaginaires, il était nécessaire de s'assurer par des calculs directs, comme je l'ai fait, que l'équation du quatrième degré, à laquelle l'ellipsoïde m'avait conduit, satisfaisait à l'équation (3), qui exprime la génération par la surface d'élasticité au moyen du plan tangent [1].

17. Le calcul qui m'avait conduit à l'équation (4) est si simple, que je crois pouvoir le placer ici.

Soit,

$$b^2c^2x^2 + a^2c^2y^2 + a^2b^2z^2 = a^2b^2c^2,$$

l'équation d'un ellipsoïde, qui a les mêmes axes que la surface d'élasticité. Soit $z = px + qy$ l'équation du plan sécant : les carrés des deux axes de la section elliptique sont donnés par l'équation,

$$a^2(b^2 - r^2)(c^2 - r^2)p^2 + b^2(a^2 - r^2)(c^2 - r^2)q^2 + c^2(a^2 - r^2)(b^2 - r^2) = 0.$$

[1] Peut-être y a-t-il quelque moyen simple de déterminer *a priori* le degré de la surface en question d'après son mode de génération, ou quelque méthode plus prompte que celle que j'ai suivie dans la vérification de l'équation (4). Je n'y ai pas encore assez réfléchi pour être sûr d'avoir choisi le plus court chemin.

Nº XLIII. Les équations du rayon vecteur perpendiculaire au plan sécant sont,

$$x = -pz, \quad \text{et} \quad y = -qz,$$

d'où l'on tire,

$$p = \frac{-x}{z}, \quad \text{et} \quad q = \frac{-y}{z}.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation ci-dessus, on a :

$$a^2x^2(b^2-r^2)(c^2-r^2) + b^2y^2(a^2-r^2)(c^2-r^2) + c^2z^2(a^2-r^2)(b^2-r^2) = 0;$$

ou, effectuant les multiplications,

$$(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)r^4 - [a^2(b^2+c^2)x^2 + b^2(a^2+c^2)y^2 + c^2(a^2+b^2)z^2]r^2 + a^2b^2c^2(x^2+y^2+z^2) = 0$$

Observant que $x^2+y^2+z^2=r^2$, et divisant tout par r^2, on a,

$$(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)r^2 - a^2(b^2+c^2)x^2 - b^2(a^2+c^2)y^2 - c^2(a^2+b^2)z^2 + a^2b^2c^2 = 0;$$

équation qui conduit immédiatement à l'équation (4), en mettant $x^2+y^2+z^2$ à la place de r^2, et qui donne, en substituant $r^2\cos^2 X$, $r^2\cos^2 Y$, $r^2\cos^2 Z$, à la place de x^2, y^2, z^2, l'équation polaire suivante :

$$(a^2\cos^2 X + b^2\cos^2 Y + c^2\cos^2 Z)r^4 - [a^2(b^2+c^2)\cos^2 X + b^2(a^2+c^2)\cos^2 Y + c^2(a^2+b^2)\cos^2 Z]r^2 + a^2b^2c^2 = 0$$

à l'aide de laquelle on peut calculer la longueur du rayon de l'onde, c'est-à-dire sa vitesse de propagation comptée suivant la direction même du rayon, quand on connaît les angles qu'il fait avec les axes d'élasticité du cristal.

18. Je reprends l'équation en coordonnées rectangulaires,

$$(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(x^2+y^2+z^2) - a^2(b^2+c^2)x^2 - b^2(a^2+c^2)y^2 - c^2(a^2+b^2)z^2 + a^2b^2c^2 = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

ses intersections avec chacun des plans coordonnés sont, comme il est aisé de voir, le système d'une ellipse et d'un cercle. En effet, si l'on fait, par exemple, $z=0$, pour avoir l'intersection avec le plan xy, l'équation devient,

$$(a^2x^2+b^2y^2)(x^2+y^2) - a^2(b^2+c^2)x^2 - b^2(a^2+c^2)y^2 + a^2b^2c^2 = 0.$$

ou

$$(a^2x^2+b^2y^2)(x^2+y^2) - c^2(a^2x^2+b^2y^2) - a^2b^2(x^2+y^2-c^2) = 0,$$

ou

$$(a^2x^2+b^2y^2)(x^2+y^2-c^2) - a^2b^2(x^2+y^2-c^2) = 0,$$

ou enfin

$$(a^2x^2+b^2y^2-a^2b^2)(x^2+y^2-c^2) = 0;$$

équation qui est effectivement le produit de celle d'un cercle dont le rayon égale c, par celle d'une ellipse dont les demi-axes sont a et b.

19. Cependant l'équation générale de la surface de l'onde n'est pas, comme celle de ses intersections avec les plans diamétraux, décomposable en deux facteurs rationnels du second degré, ainsi que je m'en suis assuré par la méthode des coefficients indéterminés. Cette décomposition en facteurs rationnels du second degré n'est possible que lorsque deux des axes sont égaux. Supposons, par exemple, que $b = c$, l'équation devient,

$$[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)](x^2+y^2+z^2) - 2a^2b^2x^2 - b^2(a^2+b^2)(y^2+z^2) + a^2b^4 = 0,$$

ou

$$(x^2+y^2+z^2)[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2] - a^2b^2x^2 - b^4(y^2+z^2) + a^2b^4 = 0,$$

ou

$$(x^2+y^2+z^2)[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2] - b^2[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)+a^2b^2] = 0,$$

ou enfin

$$(x^2+y^2+z^2-b^2)[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2] = 0;$$

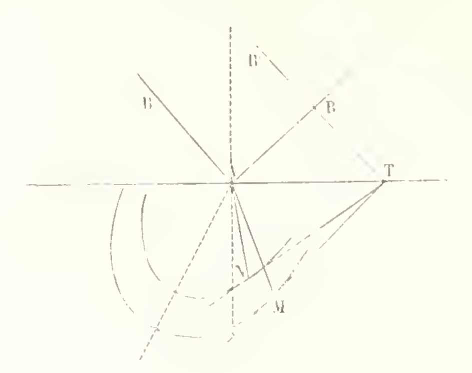
équation qui est le produit de celle d'une sphère par celle d'une ellipsoïde de révolution, comme on le savait d'avance.

20. C'est à ces deux surfaces qu'on mène successivement un plan tangent dans la construction d'Huyghens. Pour le cas général des cristaux à deux axes, il faut mener un plan tangent à chacune des deux nappes de la surface représentée par l'équation (4)

$$(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(x^2+y^2+z^2) - a^2(b^2+c^2)x^2 - b^2(a^2+c^2)y^2 - c^2(a^2+b^2)z^2 + a^2b^2c^2 = 0 \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

et en joignant les points de contact avec le centre de la surface on

XLIII. aura la direction du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire. La position de la droite par laquelle il faut mener le plan tangent doit d'ailleurs être déterminée ici comme dans la construction d'Huyghens: c'est-à-dire qu'il faut prendre sur une direction B'T parallèle



aux rayons incidents, une quantité B'T égale à l'espace parcouru par la lumière, en dehors du cristal, pendant l'unité de temps, puis par le point B mener perpendiculairement à ces rayons le plan AB, qui sera l'onde incidente au commencement de l'unité de temps. Si par le point T on mène une droite parallèle à l'intersection de ce plan avec la surface du cristal, cette ligne, projetée ici en T, sera l'intersection du plan de l'onde avec cette surface au bout de l'unité de temps; et c'est par cette droite qu'il faut mener un plan tangent à l'onde formée dans le cristal au bout de l'unité de temps, et ayant son centre sur un des points de la première intersection projetée en A. Cette construction générale est applicable à une forme d'onde quelconque, et ramène toutes les questions sur la direction des rayons réfractés au calcul de la surface de l'onde réfractée.

21. Dans le cas dont nous nous occupons, la surface de l'onde est représentée par l'équation (*h*); les directions de ses axes sont données par l'observation, et doivent offrir probablement dans chaque cristal une relation très-simple avec ses lignes de cristallisation et ses faces de cli-

vage : ce qui aide à retrouver ces directions dans les cristaux de même espèce. Quant aux constantes a, b, c, qui sont les trois demi-axes de la surface d'élasticité, elles représentent par hypothèse les vitesses de propagation des vibrations parallèles aux axes des x, des y et des z, c'est-à-dire les espaces qu'elles parcourent pendant l'unité de temps. On peut déterminer ces vitesses de bien des manières différentes : la plus directe est de mesurer successivement la vitesse des rayons réfractés parallèles aux x, aux y et aux z, soit par les observations ordinaires de réfraction, soit par les procédés beaucoup plus précis que fournit la diffraction, quand il s'agit d'évaluer de petites différences. Parallèlement aux x, la lumière a deux vitesses dans le cristal, qui, mesurées, donnent b et c ; parallèlement aux y, ses deux vitesses sont a et c, et parallèlement aux z, elles sont a et b. Ainsi deux de ces observations faites avec soin suffisent à la rigueur pour déterminer les trois quantités a, b et c. XLIII

22. On peut déduire de la construction d'Huyghens, appliquée à l'équation (4), des formules générales qui donnent la direction des rayons réfractés pour toutes les directions possibles des rayons incidents et de la surface du cristal relativement à ses axes, comme Malus l'a fait pour le spath calcaire, où l'onde extraordinaire est un ellipsoïde de révolution[a]. Je n'ai pas encore calculé ces formules, dont je n'avais pas besoin pour vérifier sur la topaze la loi donnée par l'équation d'élasticité. En général, pour les cristaux dont la double réfraction est faible, et quand on ne se propose de calculer que les effets très-sensibles qu'on obtient en taillant le cristal en prisme, il suffit de déterminer d'abord approximativement la direction du rayon dans l'intérieur du cristal, d'après la loi de Descartes, avec le rapport de réfraction des rayons ordinaires ou extraordinaires mesurés dans une direction quelconque, puisqu'il varie fort peu ; puis, connaissant ainsi la direction approchée du rayon réfracté, on pourra calculer ses deux

[a] MALUS. Théorie de la double réfraction. — (*Mémoires de mathématiques et de physique présentés à la Classe, etc. par divers Savants*, 2me série. — T. II, pour 1809, p. 303.)

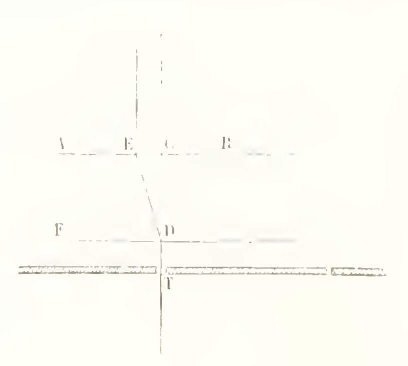
XXIII. vitesses avec une exactitude suffisante à l'aide de l'équation (4), ou les deux vitesses de l'onde mesurées perpendiculairement à son plan, au moyen de l'équation,

$$(a^2 - v^2)(c^2 - v^2)\,n^2 + (b^2 - v^2)(c^2 - v^2)\,m^2 + (a^2 - v^2)(b^2 - v^2) = 0,$$

déduite de l'équation d'élasticité, et dans laquelle m et n sont connues dès qu'on donne la direction du plan de l'onde dans l'intérieur du cristal.

23. Quand il s'agit de vérifier la loi des vitesses par une expérience de diffraction, il suffit de considérer la vitesse de propagation de l'onde réfractée mesurée perpendiculairement à son plan; c'est même la méthode la plus simple, parce que l'expérience donne immédiatement la différence de marche par la différence entre les nombres des ondulations exécutées dans l'épaisseur des plaques, puisque ces nombres sont égaux aux épaisseurs des plaques divisées par les longueurs d'ondulation ou les vitesses mesurées perpendiculairement au plan des ondes, quelle que soit d'ailleurs l'obliquité des rayons sur la surface de ces ondes.

Supposons, par exemple, qu'une plaque de cristal à faces parallèles ABFD est traversée perpendiculairement par un faisceau lumineux



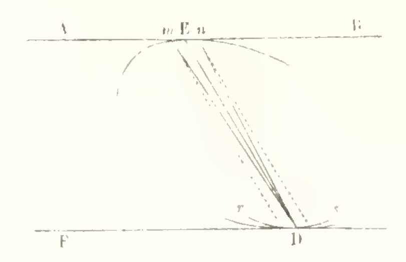
venant d'un point assez éloigné pour qu'on puisse considérer comme plane la petite étendue de l'onde incidente AB qui produit le phéno-

même : l'onde réfractée sera, dans toutes ses positions successives, plane et parallèle à AB ; par conséquent il suffira de connaître la vitesse de propagation de cette onde, mesurée suivant CD perpendiculairement à AB, pour savoir quel temps relatif elle a employé à parcourir l'épaisseur de la plaque. Il est inutile de calculer la direction oblique ED par laquelle *les rayons réfractés* sont arrivés en D vis-à-vis la fente T pratiquée dans l'écran : mais si l'on suivait cette marche, au lieu d'employer la vitesse déduite de l'équation que nous venons de rappeler, et dans laquelle elle est supposée comptée sur la normale à l'onde, il faudrait se servir de la vitesse donnée par l'équation (4), où elle est comptée sur la direction du rayon ED ; et l'on arriverait évidemment au même résultat. XLIII

24. Le mot *rayon*, dans la théorie des ondes, doit être toujours appliqué à la ligne qui va du centre de l'onde à un point de sa surface, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison de cette ligne sur l'élément auquel elle aboutit, ainsi que l'a remarqué Huyghens ; car cette ligne offre en effet toutes les propriétés optiques de ce qu'on appelle *rayon* dans le système de l'émission. Ainsi, quand on veut traduire les résultats de la première théorie dans le langage de la seconde, il faut toujours supposer que la ligne parcourue par les molécules lumineuses, dans l'hypothèse de l'émission, a la même direction que le rayon mené du centre de l'onde au point de sa surface que l'on considère. Ce que nous avons dit précédemment pour établir ce principe aura peut-être paru suffisant ; nous croyons utile cependant de l'appuyer encore sur une nouvelle considération tirée d'une autre manière de juger par expérience de la direction du rayon réfracté.

25. Supposons, comme tout à l'heure, que l'onde incidente soit plane et parallèle à la surface d'entrée du cristal, mais que l'écran percé d'un petit trou soit placé sur la première face au lieu d'être derrière la seconde, et qu'on veuille juger de la direction du rayon réfracté par le point D, où la lumière ainsi introduite ira frapper la

N° XLIII. seconde face : le point que l'on regardera comme répondant à l'axe du faisceau lumineux sera le centre D des petits anneaux brillants et obscurs qui y seront projetés sur la face FD, et c'est en ce point central



que se trouvera le maximum de lumière, si le trou *mn* est assez petit relativement à la distance ED. La position du centre D est déterminée par la condition que les rayons partis des divers points *m* et *n* de la circonférence de l'ouverture arrivent en même temps en D, qui sera le point le plus vivement éclairé, si le diamètre de l'ouverture est assez petit par rapport à la distance ED pour que la différence de marche entre les rayons partis du centre et de la circonférence n'atteigne pas une demi-ondulation. Or, pour juger de la différence des chemins parcourus par les ébranlements élémentaires ayant leurs centres dans les diverses parties de la surface de l'ouverture, il faut concevoir les ondes qu'ils produiraient séparément, et comparer leurs instants d'arrivée en D. Soit *rDs* l'onde élémentaire ayant pour centre le milieu E de l'ouverture; si on lui mène un plan tangent FD parallèle à l'onde incidente AB, le point de contact D satisfera à la condition que nous venons d'énoncer; car l'onde élémentaire partie de E sera celle qui y arrivera la première, et, en raison de la propriété générale des *maxima* ou *minima*, toutes les différences seront égales et symétriques à une petite distance autour du plus court chemin ED, c'est-à-dire que les ondes élémentaires parties des points *m* et *n*, séparés de E par le même petit intervalle, se trouveront en arrière de la même quantité en D par rapport à l'onde partie de E, et arriveront ainsi en D en même temps. C'est d'ailleurs auprès du *minimum* ou du *maximum* d'une fonc-

tion que ses variations sont le plus insensibles; ce sera donc pour le N° XLIII.
point D qu'il y aura les plus petites différences possibles entre les chemins parcourus au même instant par les ondes élémentaires parties de l'ouverture *mn*, et qu'il y aura conséquemment le plus d'accord entre leurs vibrations, si, comme nous l'avons supposé, les plus grandes différences n'excèdent pas une demi-ondulation; c'est donc en D que sera le *maximum* de lumière; ED sera donc sous ce rapport, comme sous tous les autres, la direction du *rayon réfracté*. Maintenant, si l'on supprime l'écran, on devra dire encore que les *rayons réfractés* qui partent des différents points de l'onde incidente, considérée alors comme indéfinie, sont parallèles à ED, c'est-à-dire au rayon vecteur dirigé vers le point de la surface d'une onde intérieure, pour lequel le plan tangent est parallèle à l'onde réfractée.

26. Le sens qu'il faut attacher au mot *rayon* étant ainsi bien établi, on voit que l'ellipsoïde construit sur les mêmes axes rectangulaires que la surface d'élasticité donne *rigoureusement*, par les deux axes de sa section diamétrale, les vitesses des *rayons réfractés perpendiculaires à cette section*, comme la construction analogue faite dans la surface d'élasticité donne les vitesses de propagation des ondes parallèles à la section diamétrale, ces vitesses étant comptées perpendiculairement au plan des ondes. Ainsi comprise, la première construction est une conséquence mathématique de la seconde, et est aussi rigoureuse, quelle que soit d'ailleurs l'énergie de la double réfraction ou l'inégalité des trois axes a, b et c. Or j'ai démontré que, dans un ellipsoïde, la différence entre les quotients de l'unité divisée par les carrés des deux demi-axes d'une section diamétrale était proportionnelle au produit des sinus des angles que le plan de cette section fait avec les deux plans qui coupent l'ellipsoïde suivant un cercle, ou des angles que la normale à la section diamétrale fait avec les deux normales aux sections circulaires; mais ces deux normales sont les directions des rayons réfractés pour lesquels il n'y a plus de différence de vitesse entre les rayons ordinaires et extraordinaires, ou les directions des *axes optiques* : donc il est vrai de dire que, pour une direction quel-

N° XLIII. conque des rayons dans l'intérieur du cristal, la différence entre les carrés des quotients de l'unité divisée par les vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires qui suivent cette même direction est proportionnelle au produit des sinus que ces rayons font avec les deux axes optiques. Ainsi, en adoptant le langage du système de l'émission, où les vitesses sont dans un rapport inverse de celui qui résulte du système des ondulations, la loi du produit des sinus, telle que M. Biot l'a énoncée [a], est une conséquence rigoureuse de ma théorie.

27. J'ai donné ici le nom d'*axe optique* à la ligne intérieure du cristal suivant laquelle les rayons ordinaires et extraordinaires ont la même vitesse [1]; cette direction perpendiculaire à la section circulaire de l'ellipsoïde ne l'est pas à la section circulaire de la surface d'élasticité, parce que les plans qui coupent les deux surfaces suivant des cercles n'ont pas la même direction relativement à leurs axes. Pour la surface d'élasticité, la tangente de l'angle que les deux sections circulaires font avec le plan xy est $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$, et pour l'ellipsoïde, la tangente de l'angle correspondant est $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$. C'est aux sections circulaires de la surface d'élasticité qu'une onde plane doit être parallèle dans l'intérieur du cristal pour n'y être susceptible que d'une seule vitesse de propagation; et cette condition est satisfaite lorsqu'on présente, perpendiculairement à des rayons lumineux venant d'un point très-éloigné, la plaque de cristal taillée parallèlement aux sections circulaires

[1] Dans le précédent Mémoire j'avais donné ce nom aux perpendiculaires élevées sur les sections circulaires de la surface d'élasticité: j'ai changé ici l'application du mot *axe optique*, pour n'avoir aucune modification à faire à l'énoncé de la loi du produit des sinus [b].

[a] Biot, Mémoires sur les lois générales de la double réfraction dans les corps cristallisés (*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut* pour 1818, t. III, p. 177).

[b] Voyez plus loin sur la signification de l'expression d'*axe optique*.

de la surface d'élasticité; mais il est à remarquer que les rayons ordinaires et extraordinaires qui en résultent ne suivent pas la même direction et s'écartent les uns et les autres de la normale à la section circulaire de l'ellipsoïde. Ceci devient plus clair par la figure [ci-dessous], qui représente l'intersection de la surface de l'onde avec le XLIII.

plan des xz; cette intersection se compose d'un cercle et d'une ellipse dont les équations sont $x^2+z^2=b^2$, et $a^2x^2+c^2z^2=a^2c^2$. Le plan projeté en TS, qui est mené parallèlement à la section circulaire de la surface d'élasticité, à une distance du centre A égale à b, touche à la fois le cercle et l'ellipse en E et O, qui sont les points de contact de ce plan avec la surface de l'onde; ainsi les rayons vecteurs OA et AE menés à ces points de contact sont les directions des rayons ordinaires et extraordinaires qui répondent à l'onde plane TS parallèle à la section circulaire de la surface d'élasticité; et ils traversent la plaque $tst's'$ avec la même vitesse, quoique en suivant des chemins différents. Le rayon vecteur LA mené au point d'intersection de l'ellipse et du cercle, et pour lequel les deux valeurs tirées de l'équation de l'onde deviennent égales, est la normale à la section circulaire de l'ellipsoïde, que nous avons appelée *axe optique*. On trouve pour les

N° XLIII. tangentes des angles que ces trois rayons vecteurs font avec l'axe des x :

$$\text{tang OAT} = \frac{a^2}{c^2}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}}\,; \quad \text{tang LAT} = \frac{a}{c}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}}\,; \quad \text{tang EAT} = \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}}\,.$$

On voit que ces expressions, qui ne diffèrent que par les facteurs $\frac{a}{c}$ et $\frac{a^2}{c^2}$, sont très-peu différentes quand la double réfraction est très-faible, parce qu'alors $\frac{a}{c}$ et $\frac{a^2}{c^2}$ sont presque égaux à l'unité [a].

28. Les rayons ordinaires et extraordinaires parallèles à LA parcourent le cristal avec la même vitesse et par conséquent dans le même temps [1], puisqu'ils ont d'ailleurs la même direction; mais ils ne peuvent plus être parallèles en dehors du cristal, parce que les deux plans tangents menés par le point L à la surface de l'onde font entre eux un angle sensible; et au contraire les rayons EA et OA, qui traversent aussi la plaque *tst's'* dans le même intervalle de temps, en suivant des directions différentes, sont parallèles en dehors du cristal.

Quand on fait varier l'inclinaison de la face de sortie, le rayon EA et celui des deux rayons dirigés suivant LA, qui appartient à la même onde EL, se réfractent conformément à la loi de Descartes, tandis que le *rayon* OA, ainsi que le second rayon dirigé suivant LA, sont réfractés extraordinairement, à cause de leur obliquité sur le plan tangent à l'onde LO; ce qui établit une nouvelle différence entre les axes optiques d'un cristal à deux axes et l'axe optique d'un cristal à un axe [2].

[1] Quelles que soient d'ailleurs les directions de ses faces d'entrée et de sortie *ts* et *t's'*; tandis que les rayons EA et OA ne le parcourent dans le même temps que lorsque ces faces sont parallèles à la section circulaire de la surface d'élasticité.

[2] Tandis que pour ces deux sortes de cristaux les rayons parallèles aux axes d'élasticité sont toujours réfractés suivant la loi de Descartes; parce qu'ils sont perpendiculaires au plan tangent à l'onde mené par leur extrémité.

[a] Voir au sujet des §§ 27 et 28 le n° XLVII, § 47, note.

N° XLIII.

SUR LE CALCUL DE LA PROPAGATION DES ONDES RAMENÉ AU PROBLÈME DES CORDES VIBRANTES.

29. Pour démontrer que dans des milieux élastiques tels que ceux que je considère, la vitesse de propagation des vibrations transversales est encore proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité mise en jeu, j'ai ramené la question à un problème absolument pareil à celui des cordes vibrantes par le retour des ondes sur elles-mêmes. Sans doute cette marche indirecte n'était pas nécessaire, et l'on serait arrivé, je crois, au même résultat par un calcul analogue à celui qu'on emploie pour déterminer la vitesse du son; mais j'ai préféré ramener le problème à celui des cordes vibrantes, dont la solution n'exige plus l'emploi des équations différentielles, dès que la courbe affectée par la corde vibrante est celle dont les ordonnées sont proportionnelles aux sinus des abscisses; en supposant, bien entendu, que les ordonnées sont très-petites relativement aux abscisses, puisque nous ne nous occupons ici que de petits mouvements.

En effet, soit ABC la courbe affectée par la corde vibrante, au



moment où elle est le plus éloignée de sa position d'équilibre ADC, lorsque tous ses points sont à la limite de leurs oscillations. Je suppose que l'équation de cette courbe soit $y = a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\right)$, ($\lambda$ étant égal au double de AC). Soient m, M, m' trois points de cette courbe très-rapprochés les uns des autres, les deux intervalles mM et Mm' étant égaux l'un et l'autre au dx constant pris pour unité; la force accélératrice qui agit en cet instant sur M est proportionnelle à la flèche MN du petit arc

N° XLIII. *mMm'*; quelle que soit d'ailleurs la loi des forces qui tendent à rendre à la corde sa forme rectiligne ADC, puisque nous ne considérons ici que de petits dérangements d'équilibre; et ce que nous disons de cette corde tendue s'appliquerait également à une série de points matériels soumis à des forces quelconques dans la position d'équilibre ADC. Or la flèche MN est égale à $\frac{d^2y}{dx^2}dx^2$; mais $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2}a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\right)$, ou $\frac{4\pi^2}{\lambda^2}y$, quantité proportionnelle à l'ordonnée. Ainsi les forces accélératrices, et par conséquent les vitesses imprimées à chaque point de la corde, à l'origine du mouvement, sont proportionnelles aux ordonnées correspondantes; donc les petits espaces parcourus pendant le premier instant seront aussi dans le même rapport et ne changeront pas la nature de la courbe. Ainsi après le premier instant dt, les forces accélératrices nouvelles seront encore proportionnelles aux ordonnées correspondantes; et comme d'ailleurs les vitesses acquises le sont aussi, les espaces parcourus pendant le second instant seront encore entre eux dans le rapport des ordonnées de chaque point, et ainsi de suite. Donc tous les points arriveront ensemble sur la droite ADC, dont ils s'éloigneront ensuite de quantités égales à celles dont ils en avaient été primitivement écartés de l'autre côté, pour recommencer après une oscillation en sens contraire. On voit donc que lorsqu'un système élastique de points matériels (égaux en masse) situés d'abord sur une ligne droite, sont un peu écartés de leur position d'équilibre, et de manière à former une courbe dont les ordonnées soient proportionnelles aux sinus des abscisses, cette courbe conserve le même caractère à tous les instants de l'oscillation. Les différents points matériels commencent et finissent leurs oscillations en même temps et de la même manière que des pendules d'égale longueur, qui auraient à parcourir de petits arcs proportionnels aux ordonnées de cette courbe, puisque chaque force accélératrice MN ou d^2y, est constamment proportionnelle à y, ou à l'espace qui reste à parcourir au point matériel pour arriver sur la ligne d'équilibre ADC. De cette façon, les oscillations de chaque point de la ligne élastique s'exécutent suivant la loi

du pendule, et l'on peut les suivre et les calculer sans le secours N° XLIII. d'une équation différentielle. On voit ainsi tous les détails, toutes les circonstances du mouvement général, sans intermédiaire et par de simples considérations géométriques. Or il est à remarquer que le cas particulier de la courbe des sinus, qui a l'avantage de rendre les conséquences si faciles à saisir, a d'ailleurs toute la généralité nécessaire : c'est ce que nous allons démontrer en faisant voir que, dans l'hypothèse des petits mouvements, les vitesses absolues qui animent chaque point d'une onde lumineuse suivent toujours la loi des sinus, quels que soient d'ailleurs les divers milieux qu'elle a traversés et par lesquels elle a été réfractée.

LA LOI DES SINUS SE CONSERVE DANS LES ONDES LUMINEUSES,
QUELQUES MILIEUX QU'ELLES TRAVERSENT.

30. Si, comme je l'ai fait dans mon Mémoire sur la diffraction, on suppose que la molécule éclairante dont les oscillations font vibrer l'éther, a été peu éloignée de sa position d'équilibre, la force accélératrice qui l'y ramène est toujours proportionnelle à l'écartement, et la vitesse acquise est proportionnelle au sinus du temps compté de l'origine du mouvement, la circonférence entière répondant à la durée d'une oscillation complète composée de deux oscillations de signes contraires, ou de l'aller et du retour de la molécule au point de départ. Que l'on divise maintenant par la pensée la durée d'une oscillation complète en une infinité de petits intervalles de temps égaux entre eux, l'ébranlement total se trouvera ainsi divisé en un même nombre d'ébranlements partiels, qui devront tous produire le même effet, à la différence près des vitesses absolues qu'ils envoient, qui seront proportionnelles à celles de la molécule éclairante, quelle que soit d'ailleurs la succession et la nature des milieux élastiques dans lesquels ils se propagent. C'est une conséquence du principe des petits mouvements: car si l'on prend pour unité, par exemple, la vitesse de la molécule vibrante à un certain instant, l'ébranlement produit à l'ins-

N° XLIII tant où cette vitesse est devenue m fois plus grande pourra être considéré comme résultant de la superposition de m ébranlements simultanés pareils au premier, et qui produiront conséquemment, chacun en particulier, des effets identiques dans les mêmes points des milieux élastiques où ils se propagent : donc l'effet total, dans le second cas, sera précisément tel que celui qui résulterait de la superposition de m effets pareils au premier; donc les mouvements des mêmes points matériels seront absolument semblables, ainsi que leurs déplacements relatifs, et auront seulement augmenté dans le rapport de m à 1. On aurait pu déduire immédiatement cette conséquence de ce que les forces accélératrices sont proportionnelles aux déplacements relatifs des molécules, en comparant la propagation de l'ébranlement dans les deux cas, à chaque instant et molécule à molécule; car il est clair que tout est semblable de part et d'autre, et qu'il n'y a de différence que dans l'échelle commune des déplacements des molécules, des forces accélératrices et des vitesses absolues qui en résultent.

Ainsi donc, il est bien évident que les petites ondes élémentaires produites par les ébranlements partiels dans lesquels nous avons divisé l'oscillation complète de la molécule éclairante sont semblables quant à l'étendue qu'elles occupent dans le milieu élastique quelconque où elles ont pénétré, et à la direction des mouvements qu'elles impriment à ses molécules, mais qu'elles diffèrent quant à la grandeur des vitesses absolues et des déplacements qu'elles y apportent, ces vitesses et ces déplacements relatifs étant proportionnels à la vitesse qui animait la particule éclairante au moment où elle a produit chaque ébranlement partiel.

Cela posé, si les espaces occupés par ces ondes partielles sont infiniment petits, comme la durée de chaque ébranlement partiel, et égaux aux intervalles qui séparent les points homologues de ces ondes, leur réunion formera une onde totale dans laquelle les vitesses absolues seront proportionnelles aux sinus des abscisses. Mais admettons que, par une cause quelconque, ces ondes partielles se soient étalées

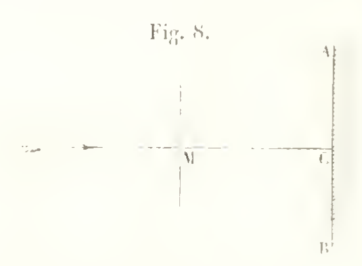
et aient acquis une étendue finie : si nous en concevons une succession indéfinie, il est facile de démontrer que leur réunion et leur superposition produira encore un système d'ondes complètes soumises à la loi des sinus. En effet nous pouvons diviser par la pensée chaque onde partielle en une infinité de petits éléments égaux à l'intervalle qui sépare les points homologues de deux ondes partielles consécutives. Les vitesses absolues et les forces accélératrices seront, dans les éléments homologues, proportionnelles aux vitesses qui ont animé successivement la molécule vibrante au moment où elle a produit chaque onde partielle. Si donc on réunit les éléments homologues, on formera autant de systèmes d'ondes complètes soumises à la loi des sinus, et dont les intensités et les positions différeront d'ailleurs en raison de celles des éléments qui les composent, mais dont la longueur d'ondulation sera la même et égale à l'espace que l'ébranlement parcourt dans le milieu où elles se trouvent pendant la durée d'une oscillation entière de la particule éclairante : or on sait que la superposition d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes parallèles et ayant la même longueur d'ondulation produit toujours, quand ces ondes sont soumises à la loi des sinus, un système unique d'ondes de même nature, quels que soient d'ailleurs le nombre, les positions et les intensités relatives des systèmes d'ondes composants. Ainsi de quelque manière que se propage un ébranlement primitif composé d'une série indéfinie de *petites oscillations*, et quelles que soient les réfractions successives qu'il éprouve en traversant divers milieux élastiques, il produira toujours dans chacun d'eux une série d'ondes dans lesquelles les vitesses absolues et les dérangements relatifs des molécules seront proportionnels aux sinus des abscisses ou des espaces parcourus. Nous pouvons donc nous borner à considérer des ondes de cette nature dans l'étude théorique des phénomènes de la lumière. N° XLIII

RETOUR DES ONDES SUR ELLES-MÊMES.

31. Pour ramener le calcul de la vitesse de propagation des ondes au problème des cordes vibrantes, il faut concevoir que le milieu où

N° XLIII. se propagent ces ondes (que nous supposons toujours planes et indéfinies) est terminé par un plan parallèle à ces ondes, et composé de points matériels entièrement fixes, en sorte que la tranche du milieu en contact ne peut lui communiquer aucune partie de son mouvement, qui se trouve ainsi complétement réfléchi; c'est-à-dire que les molécules du milieu vibrant reprennent en sens contraire, dans l'onde réfléchie, des vitesses absolues égales à celles qu'elles avaient dans l'onde incidente. Le plan réfléchissant étant d'ailleurs parallèle aux ondes incidentes, les ondes réfléchies leur seront aussi parallèles; les oscillations que les ondes incidentes et réfléchies apportent dans les mêmes points du milieu s'exécuteront suivant la même direction, et le mouvement total de chaque point sera la somme ou la différence des vitesses qui y seront apportées au même instant par le système des ondes réfléchies et celui des ondes incidentes. Les vitesses absolues des ondes que nous considérons étant toujours proportionnelles aux sinus des temps, il est facile de trouver la formule générale qui donne ces vitesses résultantes pour un point déterminé, à un instant quelconque. Prenons pour origine du temps l'instant où une des ondes incidentes apporte sur le plan réfléchissant ACB une vitesse égale à

Fig. 8.



zéro; la vitesse qui anime un point M situé à une distance du plan égale à x est au même instant, dans le système des ondes incidentes, égale à $a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\right)$, λ étant la longueur d'ondulation; puisque telle sera la vitesse apportée en C, quand le mouvement qui se fait sentir en C, à l'instant que nous considérons, aura parcouru l'espace MC. Au bout d'un temps t, la vitesse en M apportée par les ondes inci-

dentes sera $a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+t\right)$, en prenant pour unité de temps celui que l'ébranlement met à parcourir la longueur d'ondulation, ou la durée d'une oscillation complète de la molécule éclairante. Maintenant l'ébranlement réfléchi qui arrive en M ayant parcouru deux fois l'espace MC de plus que l'ébranlement incident qui s'y fait sentir au même instant, la vitesse absolue qu'il apporte en ce point serait $a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+t-\frac{2x}{\lambda}\right)$, ou $a \sin 2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)$, ou encore $-a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-t\right)$, abstraction faite du changement de signe que les vitesses absolues ont éprouvé dans l'acte de la réflexion; donc, en y ayant égard, la vitesse absolue apportée en M par les ondes réfléchies au bout du temps t est $a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-t\right)$; mais la vitesse apportée au même instant en ce point par les ondes incidentes est N° XLIII.

$$a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-t\right);$$

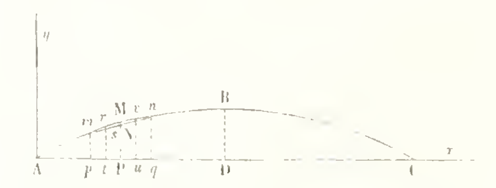
donc la vitesse résultante qui anime véritablement ce point est

$$a\left[\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-t\right)+\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-t\right)\right] \quad \text{ou} \quad 2a \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\right) \cos 2\pi t.$$

Cette vitesse sera nulle à tous les instants, premièrement sur le plan AB, pour lequel $x=0$, et ensuite à toutes les distances de ce plan égales à un nombre entier (pair ou impair) de demi-ondulations; car alors l'arc $2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\right)$ étant un nombre entier de demi-circonférences, son sinus est nul. C'est donc à ces distances que seront placés les plans nodaux.

Si l'on examine les mouvements oscillatoires des molécules du milieu entre deux plans nodaux consécutifs, par exemple entre le plan réfléchissant ACB et le plan nodal le plus voisin, on voit que tous les points intermédiaires exécutent leurs oscillations dans le même temps, mais avec des vitesses absolues différentes. Elles varient d'un instant à l'autre pour le même point proportionnellement à $\cos 2\pi t$; mais à tous les instants elles restent proportionnelles pour les divers points à $\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\right)$, c'est-à-dire aux sinus des abscisses. On voit donc que

N° XLIII. la courbe formée par les points matériels, qui se trouvaient en ligne droite dans leur état d'équilibre, aura constamment ses ordonnées proportionnelles aux sinus des abscisses, et que les oscillations de ces points s'exécuteront exactement comme dans la lame élastique, ou la corde vibrante, courbées suivant la loi des sinus, que nous avons considérées d'abord. Ainsi l'on pourra calculer la durée de ces oscillations d'après la formule du pendule, dès qu'on connaîtra l'intensité de la force élastique mise en jeu par les déplacements relatifs des molécules du milieu. Si l'on conçoit la concamération que nous venons de considérer divisée en une infinité de tranches par des plans parallèles à ACB, l'élasticité mise en jeu sera le rapport entre la quantité dont chaque tranche se trouve déplacée relativement aux tranches voisines, et la force accélératrice résultant de ce déplacement; ainsi, pour un déplacement relatif égal à l'unité, cette force sera la mesure de l'élasticité mise en jeu. Mais supposer des déplacements constants des tranches situées à la même distance de celle qu'ils sollicitent, pour comparer les forces élastiques, ce n'est autre chose que supposer le



même degré de courbure dans la partie mMn que l'on considère sur la courbe AMBC produite par les déplacements relatifs des tranches.

DÉMONSTRATION DE CE QUI A ÉTÉ AVANCÉ TOUCHANT LA DISPERSION, DANS LE PREMIER MÉMOIRE [a].

32. Si les forces que les molécules exercent les unes sur les autres n'avaient d'action sensible qu'à des distances très-petites relativement

---

[a] Voyez n° XXXVIII, § 31, note.

à la longueur AC d'une concamération (qui répond à celle d'une demi-ondulation), il suffirait que le d^2y fût le même dans les courbes AMBC et A'M'B'C' appartenant aux ondes de diverses longueurs que l'on





compare, pour que tous les déplacements relatifs des tranches comprises dans la sphère d'activité des points correspondants M et M' fussent égaux de part et d'autre; car si les deux quantités égales pq et $p'q'$, supposées très-petites relativement à AC et A'C', donnent des flèches de courbure MN et M'N' égales entre elles, toutes les autres parties rs et $r's'$, comprises entre l'arc et la corde, seront égales entre elles, dès qu'elles appartiendront à des ordonnées correspondantes : or ces petites parties rs et $r's'$ retranchées des flèches égales MN et M'N' donnent les déplacements des points r et v, r' et v' relativement aux points M et M', et en même temps de tous les autres points des tranches indéfinies dirigées suivant les ordonnées rt et vu, $r't'$ et $v'u'$, relativement aux points correspondants, des tranches indéfinies dirigées suivant les ordonnées MP et M'P'. Donc, dans les deux cas, toutes les actions sensibles exercées sur les tranches MP et M'P' seront les mêmes, lorsque l'élasticité restera constante. On conclut de là aisément que les oscillations des deux concamérations AMBC et A'M'B'C' s'exécuteront dans des temps proportionnels à leurs longueurs AC et A'C', et, en conséquence, que les vitesses de propagation des ondes auxquelles elles appartiennent seront égales; résultat que tous les géomètres ont tiré de l'analyse, en supposant, comme je viens de le faire, que la sphère d'activité des forces ne s'étend qu'à des distances insensibles par rapport aux dimensions de l'ébranlement.

Mais ils ne se sont pas occupés, je crois, du cas où l'étendue de cette sphère d'activité serait une portion sensible de la longueur d'ondulation : il est facile de prouver, par les considérations que nous venons d'employer, que dans ce cas les durées des oscillations des

N° XLIII. concamérations ne sont plus proportionnelles à leurs longueurs AC et A'C'.

En effet, pour que ces temps fussent proportionnels à AC et A'C', il faudrait que les forces accélératrices fussent égales de part et d'autre, quand les points correspondants M et M' sont à des distances des droites AC et A'C' proportionnelles aux carrés des longueurs AC et A'C', c'est-à-dire quand on a la proportion

$$MP : M'P' :: \overline{AC}^2 : \overline{A'C'}^2;$$

car si l'on représente par g la force accélératrice qui agit sur le point M quand $MP = 1$, cette force restant proportionnelle à la distance du point M à AC dans le mouvement de ce point, ou, ce qui revient au même, les vitesses des divers points de la courbe de concamération étant par hypothèse proportionnelles aux sinus du temps compté à partir du commencement de l'oscillation, la durée de l'oscillation du point M sera égale à $\pi\sqrt{\frac{1}{g}}$. De même, si l'on représente par g' la force accélératrice qui agit sur M' dans l'autre concamération, quand $M'P' = 1$, la durée de l'oscillation de ce point sera $\pi\sqrt{\frac{1}{g'}}$; donc pour que ces durées d'oscillations soient proportionnelles à AC et A'C', que je représente par a et a', il faut que l'on ait :

$$\sqrt{\frac{1}{g}} : \sqrt{\frac{1}{g'}} :: a : a', \quad \text{ou} \quad \frac{1}{g} : \frac{1}{g'} :: a^2 : a'^2;$$

c'est-à-dire que lorsque $MP = M'P'$, les forces accélératrices qui animent les points M et M' des deux concamérations doivent être en raison inverse des carrés a^2 et a'^2, pour que les durées des oscillations soient dans le rapport de a à a'; mais ces forces, variant d'ailleurs proportionnellement aux ordonnées y et y', doivent donc être égales quand on a

$$y : y' :: a^2 : a'^2.$$

Telle est la condition pour que les durées des oscillations soient entre elles $:: a : a'$.

Cela posé, voyons si cette condition, qui est toujours satisfaite quand la sphère d'activité de chaque point ne s'étend qu'à un très-petit arc de la courbe, peut l'être encore lorsque l'étendue de cette sphère d'activité devient sensible relativement aux longueurs a et a'. N° XLIII.

Pour avoir l'action de deux points m et n sur M, dont ils sont également distants, il faut prendre la moyenne des deux ordonnées mp et nq, et la retrancher de MP. Soit $y = p \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$ l'équation de la courbe AMBC; on trouve de cette manière pour la flèche de courbure MN, en représentant par h les deux intervalles égaux pP et Pq,

$$\mathrm{MN} = p \sin \frac{\pi x}{a}\left(1 - \cos \frac{\pi h}{a}\right).$$

Soit $y' = p' \sin\left(\frac{\pi x'}{a'}\right)$ l'équation de l'autre courbe A'M'B'C'; en prenant deux points m' et n' autant écartés de M' que m et n l'étaient de M, et qui agiront conséquemment avec la même énergie pour des déplacements relatifs égaux, on a pareillement

$$\mathrm{M'N'} = p' \sin \frac{\pi x'}{a'}\left(1 - \cos \frac{\pi h}{a'}\right).$$

Comme nous supposons que les ordonnées MP et M'P' des deux points homologues M et M' sont entre elles : : $a^2 : a'^2$, nous avons

$$p \sin \frac{\pi x}{a} : p' \sin \frac{\pi x'}{a'} : : a^2 : a'^2.$$

$\frac{\sin \pi x}{a} = \frac{\sin \pi x'}{a'}$, puisque les deux points M et M' sont semblablement situés sur les deux courbes, et la proportion se réduit à

$$p : p' : : a^2 : a'^2.$$

Maintenant, tant que h est très-petit, $1 - \cos \frac{\pi h}{a}$ est sensiblement égal à $\frac{1}{2}\left(\frac{\pi h}{a}\right)^2$, ou $\frac{1}{2}\frac{(\pi h)^2}{a^2}$; et de même $1 - \cos \frac{\pi h}{a'}$ est égal à $\frac{1}{2}\frac{(\pi h)^2}{a'^2}$, et en multipliant ces quantités par les facteurs $p \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$ et $p' \sin\left(\frac{\pi x'}{a'}\right)$, qui sont entre eux comme a^2 est à a'^2, on a donc deux produits égaux; en conséquence, dans ce cas, l'action des deux points m et n, pour abaisser le point M, est égale à l'action des deux points m' et n' pour abaisser M'. Mais quand h n'est plus très-petit relativement à a, on ne peut

N° XLIII. plus négliger le reste du développement du cosinus, qui diminue le premier terme $\frac{1}{2}\frac{(\pi h)^2}{a^2}$, et qui, ayant pour diviseur commun a^4, conserve encore a^2 au dénominateur quand on le multiplie par a^2; en sorte que la flèche de courbure MN, multipliée par a^2, donne un produit qu'on peut représenter par $\frac{1}{2}(\pi h)^2 - \frac{A}{a^2}$; et la flèche de courbure M'N', multipliée par a'^2, donne $\frac{1}{2}(\pi h)^2 - \frac{A}{a'^2}$: telles sont les expressions rigoureuses des actions exercées sur M et M' par les points m et n, m' et n', quand les distances mM et Mn ne sont plus négligeables vis-à-vis des longueurs AC et A'C'. Donc si a' est plus petit que a, le terme négatif $\frac{A}{a'^2}$ étant plus grand que $\frac{A}{a^2}$, l'action exercée sur M' par m' et n' est moindre que celle qui est exercée sur M par m et n; et comme on peut dire la même chose de tous les autres points qui agissent sur M et sur M', à des distances égales de part et d'autre, il en résulte que la résultante totale des forces qui agissent sur M sera plus grande que la résultante des forces qui agissent sur M'. Or il aurait fallu que ces deux résultantes fussent égales pour que les durées des oscillations de ces deux points fussent proportionnelles aux longueurs de concamération ou d'ondulation; donc la durée de l'oscillation de chaque point M' de la concamération la plus courte sera plus grande, relativement à celle des oscillations de l'autre concamération, que a ne l'est par rapport à a'; donc la propagation de l'onde la plus courte sera un peu plus lente que celle de l'onde la plus longue, conformément à l'expérience.

En présentant cette explication de la dispersion, je suis loin de prétendre que ce soit la seule raison mécanique de ce phénomène. J'ai seulement voulu démontrer qu'il n'est point contraire à la théorie des ondulations, comme un savant géomètre l'avait pensé; et qu'il suffirait, pour concevoir la dispersion, de supposer que l'action mutuelle des molécules du milieu vibrant s'étend à des distances non-négligeables vis-à-vis de la longueur des ondulations lumineuses; hypothèse qui n'a rien d'invraisemblable, vu l'extrême petitesse des ondes lumineuses. Il

est possible d'ailleurs que d'autres causes mécaniques concourent aussi à la production de ce phénomène, et que cette hypothèse seule soit insuffisante pour en représenter rigoureusement les lois. C'est ce qu'on pourra décider peut-être quand elles seront mieux connues. XLIII.

La dispersion des axes optiques, dans les cristaux à deux axes, provient, comme je l'ai fait observer dans mon premier Mémoire, de ce que les vitesses de propagation des vibrations parallèles aux trois axes d'élasticité ne sont pas dans les mêmes rapports pour les ondes de longueurs très-différentes qui composent la lumière blanche.

La grande dispersion des axes optiques qu'Herschel a observée dans certains cristaux[a] me porte à croire que les élasticités mises en jeu par les oscillations parallèles aux trois axes rectangulaires ne diffèrent pas seulement en intensité, mais encore dans l'étendue de leur sphère d'activité sensible; ce qu'on pourrait concevoir par de simples différences d'espacement des molécules parallèlement à ces directions. Mais je n'ai pas encore assez médité sur ce sujet difficile, pour présenter avec confiance une explication mécanique de ces phénomènes, dont les lois paraissent dépendre des secrets de la constitution intérieure des cristaux et de la statique moléculaire[b].

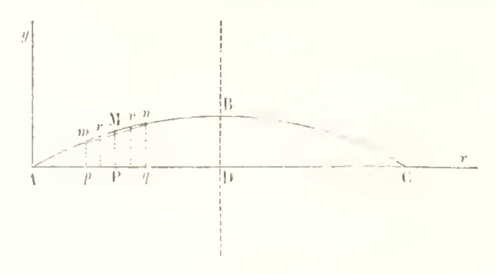
---

[a] J. Herschel. — *On the Action of crystallized Bodies on homogeneous Light, and on the causes of the Deviation from Newton's scale in the tints which many of them develope on exposure to a polarized Ray.* (*Philosoph. Transact.* for 1820, p. 45.)

[b] Fresnel n'a rien écrit sur la dispersion postérieurement à la rédaction du passage qu'on vient de lire, mais cette question importante paraît n'avoir cessé de le préoccuper dans les dernières années de sa vie. On a trouvé dans ses papiers de nombreux calculs, dont les derniers portent la date de 1826, qui ont pour objet la comparaison de l'expression théorique de la dispersion avec l'expérience. La formule qu'il cherche à vérifier est un développement de l'indice de réfraction ordonné en série suivant les puissances paires de la longueur d'ondulation, comme les formules que Cauchy a données plus tard. Seulement il existe entre les coefficients des termes successifs des relations déduites d'une hypothèse sur la loi de décroissement des forces moléculaires, qui paraît être une fonction exponentielle de la distance. Les termes de comparaison sont les observations de Frauenhofer sur les indices de réfraction des diverses raies du spectre. Il ne semble pas que Fresnel ait été assez satisfait de la comparaison pour la pousser jusqu'au bout. Tout est d'ailleurs trop informe pour être reproduit dans cette édition. (E. Verdet.)

N° XLIII. 33. La méthode que je viens d'employer pour comparer les vitesses de propagation des ondes va me servir à exposer d'une manière précise l'application de l'équation d'élasticité au calcul de ces vitesses.

Cette équation générale a été calculée pour le cas particulier où une seule molécule du milieu élastique était un peu dérangée de sa position d'équilibre, toutes les autres restant entre elles dans les mêmes positions relatives, ou, ce qui revient au même, pour le cas où toutes ces molécules se dérangeaient de la même quantité relativement à la première molécule restée fixe. Mais ce n'est pas ce qui arrive dans un mouvement ondulatoire; par rapport à une molécule quelconque, les molécules voisines sont plus ou moins déplacées, selon l'intervalle qui les en sépare : ainsi dans la concamération que nous avons déjà considérée, et dont nous pouvons encore nous servir ici, les tranches qui répondent aux points *m* et *n* sont plus déplacées, relativement à la tranche



qui passe par M, que les tranches passant par les points *r* et *v*. Néanmoins, tant qu'il ne s'agit que de comparer les élasticités mises en jeu par des mouvements vibratoires qui s'exécutent parallèlement au même plan et suivant des directions diverses, le théorème de statistique que nous avons démontré pour le déplacement d'une seule molécule est rigoureusement applicable à ces déplacements complexes, du moins quand les deux ondes ou concamérations que l'on compare ont la même longueur d'ondulation. En effet, concevons les deux concamérations situées de manière que les points correspondants soient dans un même plan parallèle au plan des ondes, que nous supposons avoir la même direction pour l'un et l'autre système d'ondes; alors, si nous considérons en particulier une des tranches et les déplacements relatifs

des tranches voisines, nous voyons qu'ils seront égaux en grandeur dans les mêmes tranches pour les deux concamérations, en supposant que les oscillations ont la même amplitude de part et d'autre. Ainsi les mêmes molécules seront déplacées de la même quantité dans les deux cas, et il n'y aura de différence que dans la direction du déplacement. Si donc on conçoit trois concamérations pareilles, dont deux exécutent leurs vibrations dans des directions rectangulaires, on pourra dire que la force exercée sur la tranche MP, que nous considérons, en raison des déplacements relatifs des tranches voisines que produit la troisième concamération, est égale à la résultante des deux forces exercées par les deux autres concamérations, en supposant que les amplitudes de leurs déplacements sont égales aux composantes statiques de l'amplitude des déplacements de l'autre concamération; car ce principe étant vrai pour la force exercée par chaque molécule en particulier sur chaque point matériel de la tranche en question, le sera pour la résultante totale de ces forces. On voit donc que le théorème sur lequel repose l'équation d'élasticité dont je me suis servi, s'applique rigoureusement au cas particulier où les vibrations que l'on compare s'exécutent dans des plans d'ondulation parallèles [1]. XXVIII.

Mais il n'en est plus de même quand les plans d'ondulation sont diversement inclinés, comme on le reconnaîtra en y réfléchissant un peu. Je n'ai pas encore pu démontrer, *indépendamment de toute hypothèse sur les lois des forces moléculaires*, que l'équation d'élasticité s'applique encore rigoureusement à ce cas général. Il aurait suffi pour cela de prouver que la force élastique mise en jeu reste toujours la même,

[1] Il est à remarquer cependant, d'après ce que nous avons dit sur la cause probable de la dispersion, que si la double réfraction était trop forte, s'il y avait une grande différence de longueur d'ondulation pour les rayons de même espèce, selon la direction de leurs vibrations, on ne pourrait plus considérer leurs vitesses de propagation comme exactement proportionnelles aux racines carrées des élasticités dont nous parlons ici, et que nous comparons entre des ondulations de même longueur. Mais il n'est pas probable que, même dans le spath calcaire, la double réfraction soit assez forte pour produire sous ce rapport une différence sensible entre la formule et les observations les plus précises.

N° XLIII. tant que la direction des vibrations ne change pas, quelle que soit d'ailleurs la direction du plan de l'onde. En effet, ce théorème, que suppose implicitement l'application de l'équation d'élasticité, puisque cette équation a été calculée pour le déplacement d'une seule molécule, et que la résultante des forces dépend seulement alors de la direction de ce déplacement : ce théorème, dis-je, une fois démontré, on passerait d'un plan d'ondulation à l'autre en laissant la direction des vibrations constante, et la changeant ensuite dans le nouveau plan d'ondulation (cas où l'application du principe de statique est démontrée) on pourrait passer ainsi par toutes les directions possibles des mouvements vibratoires et des plans d'ondulation.

Cette invariabilité de l'élasticité, quand la direction des vibrations reste constante, est-elle une conséquence nécessaire des principes généraux de la mécanique, et indépendante de toute hypothèse particulière sur les lois des forces moléculaires, ou dépend-elle de la nature de ces lois? C'est ce que je n'ai pas encore pu décider; mais il suffit que l'expérience la démontre pour qu'on soit autorisé à l'employer comme base du calcul, et à regarder comme rigoureuse l'équation d'élasticité qui repose sur cette loi remarquable par sa simplicité. En employant le langage ordinaire, elle peut s'énoncer ainsi : — *Dans les cristaux à un axe et dans les cristaux à deux axes, la vitesse des rayons ne varie pas, tant que leur plan de polarisation reste le même, quels que soient d'ailleurs les changements de direction qu'on leur fasse éprouver* [a].

C'est la loi que je me suis le plus attaché à vérifier dans les observations nouvelles que M. Arago m'a engagé à faire pour compléter la démonstration expérimentale de ma construction.

---

[a] Si l'on admet que les vibrations soient perpendiculaires au plan de polarisation, la loi expérimentale invoquée par Fresnel démontre bien que l'élasticité ne dépend que de la direction des vibrations; mais si l'on adopte l'hypothèse contraire, cette conclusion tombe d'elle-même. Il y aurait d'ailleurs un cercle vicieux à justifier l'hypothèse de Fresnel sur la direction des vibrations de la lumière polarisée par sa théorie de la double réfraction, et à fonder cette théorie elle-même sur le fait expérimental rappelé dans le texte et interprété comme on vient de le dire. [E. VERDET.]

N° XLIII.

NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LA TOPAZE.

34. J'ai employé pour ces expériences une nouvelle topaze blanche, que j'avais fait diviser en deux morceaux. Le plus grand morceau avait été taillé parallèlement à ses faces de clivage, c'est-à-dire perpendiculairement à l'axe des z (pour employer les mêmes lettres que dans les calculs précédents). En observant au travers les anneaux colorés, que la polarisation développe autour des deux axes optiques, j'ai trouvé que les deux incidences sous lesquelles il fallait incliner successivement la plaque pour que le centre des anneaux se projetât sur le même point de mire faisaient entre elles un angle de 115° 46'; l'incidence moyenne était donc de 57° 53', qui répond à un angle de réfraction de 31° 44', en employant le rapport de réfraction de 1,6102 donné par M. Biot pour les rayons ordinaires. Ainsi, dans la topaze dont il s'agit, chaque axe optique faisait avec l'axe des z un angle de 31° 44' à peu près : je dis *à peu près*, parce que cette observation, pour être faite d'une manière très-exacte, exigerait un appareil plus commode que le petit cercle dont je me suis servi, et qui permît d'incliner la plaque dans des plans divers. Il serait même nécessaire d'employer de la lumière homogène dans cette observation et dans toutes les autres mesures, pour se mettre à l'abri des petites erreurs que la dispersion de double réfraction peut occasionner. Au reste, cet angle approchant beaucoup de celui qui a été donné par M. Biot pour la topaze blanche [a], j'ai cru pouvoir l'employer dans les calculs des nouvelles observations que je présente ici, et dans lesquelles je n'ai pas atteint à beaucoup près toute la précision dont les mesures de diffraction sont susceptibles. Il aurait fallu pour cela, comme je viens de le dire, un appareil qui donnât le moyen d'incliner les plaques dans divers plans sans les déplacer, et de mesurer les changements d'azimut aussi bien que les incidences. Ce n'est qu'ainsi qu'on peut déterminer rigoureusement la

---

[a] Biot, Mémoire sur les lois générales de la double réfraction, etc. déjà cité.

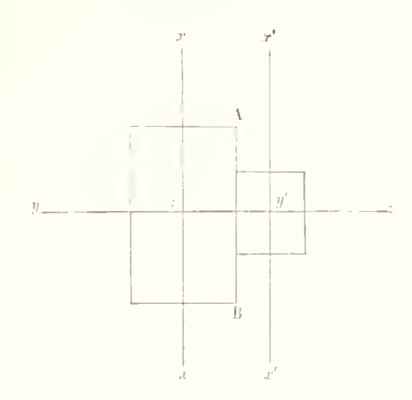
N° XLIII. direction des rayons réfractés par rapport aux axes du cristal; car les indications que donne la direction des faces de clivage et des plans de polarisation ne sont pas assez précises, et le travail de l'opticien peut d'ailleurs s'écarter un peu de ces données, ce qui ajoute encore à l'incertitude des résultats. Il est indispensable aussi d'employer de la lumière homogène pour obtenir des résultats très-exacts; mais cet emploi exigerait des précautions particulières et des observations assez compliquées, pour déterminer chaque fois avec certitude quelle est la bande centrale du groupe de franges. Je n'ai pas dû me proposer d'abord d'entreprendre un travail aussi long et aussi pénible, et qui nécessitait la construction d'appareils assez dispendieux; les topazes que j'ai pu me procurer n'avaient pas d'ailleurs d'assez grandes dimensions pour se prêter à toutes ces observations. Je me suis donc borné pour le moment à quelques vérifications approximatives, dont le nombre a encore été réduit par le peu de largeur de mes morceaux de topaze, qui ne m'a permis de les incliner que dans une direction.

PREMIÈRE OBSERVATION.

35. Les deux morceaux de topaze, collés bord à bord et dressés ensemble sur un plan, avaient été seulement doucis, pour éviter le ramollissement du mastic, que produit ordinairement le travail du poli. Malgré cette précaution, ils ne se sont pas trouvés d'épaisseurs parfaitement égales, comme je l'ai reconnu au moyen des anneaux colorés; mais la térébenthine, avec laquelle j'avais collé ces plaques entre deux verres à faces parallèles, compensait à peu près la différence d'épaisseur; en sorte que la différence de chemins parcourus qui en résultait n'était que de $\frac{3}{5}$ d'ondulation au plus, comme je l'ai reconnu par l'ensemble des observations faites avec ces plaques, et vérifié depuis sur ces mêmes plaques mieux travaillées.

Ces plaques avaient leurs axes d'élasticité tournés dans les directions relatives qui sont indiquées par la figure ci-jointe, où les plaques sont projetées sur un plan parallèle aux faces travaillées. On voit que

l'axe des x a la même direction dans les deux plaques, mais que l'axe des z du grand morceau est perpendiculaire à l'axe des z du petit, et N° XLIII.



l'axe des y de l'un à l'axe des y de l'autre. Ainsi les rayons qui traversaient ces deux morceaux perpendiculairement au plan de la figure, c'est-à-dire aux faces travaillées, exécutaient par la réfraction ordinaire des vibrations parallèles à l'axe des x dans l'un et l'autre morceau, et par la réfraction extraordinaire des vibrations parallèles à l'axe des y dans le premier morceau et à celui des x dans le second. Ainsi, dans cette expérience, qui est l'inverse de celle que j'ai rapportée dans mon premier Mémoire, les rayons ordinaires devaient traverser les deux plaques avec la même vitesse, et les rayons extraordinaires devaient au contraire les parcourir avec les vitesses les plus différentes qu'ils puissent avoir. Un écran percé de deux fentes parallèles très-fines et placé très-près des plaques faisait interférer les rayons émergents et produisait ainsi des franges, dont je mesurais la largeur et déterminais la position à l'aide d'un micromètre situé à une distance suffisante de l'écran. Au lieu d'un point lumineux, j'avais formé une ligne lumineuse, avec une lentille cylindrique d'un court foyer, placée dans le volet de la chambre obscure, selon le procédé ingénieux de M. Arago, qui a l'avantage de donner une lumière beaucoup plus vive. J'avais eu soin de tourner cette ligne lumineuse dans une direction bien parallèle à celle des fentes, condition nécessaire pour que les franges aient toute la netteté et la vivacité dont elles

N° XLIII. sont susceptibles. Les plaques étaient perpendiculaires aux rayons incidents.

Lorsque les deux faisceaux lumineux introduits par les fentes traversaient la même plaque (le grand morceau, par exemple, qui était situé à gauche), on n'apercevait qu'un seul groupe de franges; et c'était le centre de ce groupe, observé au micromètre, qui me servait de point de repère pour juger du déplacement des franges, résultant de la différence de marche des rayons dans les deux plaques. Quand les deux faisceaux traversaient des plaques différentes (celui de gauche celle de gauche, et celui de droite celle de droite), il se formait deux groupes de franges séparés par un intervalle assez considérable, et qui, mesuré au micromètre du centre d'un groupe au centre de l'autre, était de 39,15 largeurs de franges. Le groupe de gauche provenait de l'interférence des rayons qui avaient éprouvé la réfraction ordinaire dans les deux plaques; car il était polarisé suivant une direction perpendiculaire à la face de collage AB, c'est-à-dire perpendiculairement à l'axe des x. Ainsi c'était parallèlement à l'axe des x, dans les deux plaques, que s'exécutaient les vibrations lumineuses qui produisaient le groupe de gauche, et elles devaient avoir en conséquence la même vitesse de propagation : aussi n'ai-je observé qu'une différence de $\frac{3}{5}$ de frange entre la position de ce groupe et celle du groupe unique produit par le passage des deux faisceaux dans la lame de gauche; ce qui ne faisait qu'une différence de marche de $\frac{3}{5}$ d'ondulation, quoique l'épaisseur des plaques fût de 3^{mm},14 et contînt conséquemment 8855 ondulations. Ainsi cette différence n'était guère que d'un quinze-millième; encore tenait-elle en majeure partie à une inégalité assez sensible entre les épaisseurs des deux plaques; car les ayant fait travailler depuis avec plus de précision, et de manière que la légère inégalité d'épaisseur que les anneaux colorés accusaient encore ne pouvait plus (étant compensée par la térébenthine) donner de différence sensible dans la position des franges, je n'ai plus observé qu'un déplacement d'un cinquième de frange du même côté, quoique l'épaisseur des plaques n'eût été diminuée que d'un ou deux cinquan-

tièmes de millimètre : ainsi, dans cette nouvelle observation, la différence de vitesse n'était plus que d'un quarante-quatre millième. Elle tenait sans doute à ce que les rayons ne traversaient pas les plaques suivant une direction rigoureusement perpendiculaire à l'axe des x. Il pourrait se faire aussi qu'une si petite différence de réfraction tînt quelquefois à un léger défaut d'homogénéité entre des morceaux tirés d'un même cristal. Néanmoins je suis plus porté à croire qu'elle provient ici principalement de quelque inexactitude dans la direction des rayons. Comme les variations de vitesse sont très-faibles quand les vibrations sont presque parallèles aux axes, on conçoit qu'une grande exactitude n'est pas aussi nécessaire pour ces directions que pour les autres. Néanmoins, si l'on voulait profiter de toute la précision que comportent les mesures d'interférences, il faudrait s'attacher dans tous les cas à déterminer d'une manière bien exacte la direction des rayons relativement aux axes du cristal. N° XLIII

La dernière expérience sur les plaques corrigées ayant prouvé que la majeure partie du déplacement de $\frac{2}{5}$ de frange tenait à une différence d'épaisseur entre les deux morceaux, et que la vitesse des rayons ordinaires était sensiblement la même dans les deux plaques, on peut juger de la différence de vitesse des rayons extraordinaires dans les deux plaques par l'intervalle qui séparait les milieux des deux groupes de franges de la première expérience. Cette différence de marche était de 39,15 et produite par une épaisseur de cristal égale à $3^{mm},14$. Ces deux données, avec l'inclinaison connue des axes optiques sur l'axe des z, suffisent pour déterminer tous les éléments de double réfraction de la topaze employée.

Je prends pour unité la vitesse de propagation a des vibrations parallèles à l'axe des x, c'est-à-dire le maximum de vitesse des rayons ordinaires. Soit r le rapport de réfraction de l'air dans le cristal qui répond à cette vitesse, λ la longueur des ondulations jaune-orangées dans l'air, et e l'épaisseur du cristal : $\frac{er}{\lambda}$ sera le nombre d'ondulations lumineuses de cette espèce contenues dans l'épaisseur du cristal. Maintenant l'épaisseur restant la même, mais les vibrations étant supposées

N° XLIII. successivement parallèles aux axes des y et des z, leurs vitesses de propagation seront représentées par b et c, et les nombres des ondulations qu'elles exécuteront dans l'épaisseur du cristal seront respectivement $\frac{er}{b\lambda}$ et $\frac{er}{c\lambda}$. Or, comme ce sont précisément ces deux sortes de vibrations que les rayons extraordinaires exécutaient dans les deux plaques, savoir des vibrations parallèles aux y dans le grand morceau de gauche, et des vibrations parallèles aux z dans le petit morceau de droite, la différence entre les deux nombres $\frac{er}{b\lambda}$ et $\frac{er}{c\lambda}$ représentera donc la différence de marche, en longueur d'ondulation ou en largeur de frange, des deux faisceaux extraordinaires. Mais $\frac{er}{c\lambda}-\frac{er}{b\lambda}=\frac{er}{\lambda}\left(\frac{b-c}{bc}\right)$; ou, comme les deux axes b et c sont très-peu différents de l'axe a[1], que nous avons pris pour unité, la différence de marche sera représentée avec une exactitude suffisante par l'expression $\frac{er(b-c)}{\lambda}$.

Si l'on appelle n le nombre d'ondulations contenues dans la différence de marche, on aura $n=\frac{er(b-c)}{\lambda}$.

Si l'on fait $a^2-b^2=\beta$, ou $1-b^2=\beta$, et a^2-c^2 ou $1-c^2=\gamma$; alors $b-c$ est sensiblement égal à $\frac{1}{2}(\gamma-\beta)$, et l'expression du nombre des ondulations comprises dans la différence de marche devient $n=\frac{er(\gamma-\beta)}{2\lambda}$.

Maintenant si l'on représente par α l'angle de chaque axe optique avec l'axe des z, on a

$$\text{tang}\ \alpha=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}};$$

et par conséquent

$$\sin^2\alpha=\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}=\frac{\beta}{\gamma}.$$

On peut tirer de cette équation jointe à la précédente les valeurs de β et γ, et l'on trouve :

$$\beta=\frac{2n\lambda\ \text{tang}^2\alpha}{er},\qquad \text{et}\qquad \gamma=\frac{2n\lambda}{er\cos^2\alpha}.$$

[1] La différence entre a et c, c'est-à-dire entre les deux vitesses les plus différentes, n'est guère que de $\frac{1}{200}$, et entre a et b que de $\frac{1}{260}$; ainsi la différence entre bc et 1 n'est pas d'un centième.

Mais d'après les observations qui précèdent, N° XLIII.

$$\alpha = 31^\circ 44', \quad n = 39.15, \quad e = 3^{mm}.14,$$

et d'ailleurs $r = 1.6102$ à très-peu près, $\lambda = 0^{mm}.000571$; substituant ces valeurs dans les deux expressions ci-dessus, on trouve,

$$\beta = 0,00338, \quad \text{et} \quad \gamma = 0,01222\ ^{(1)},$$

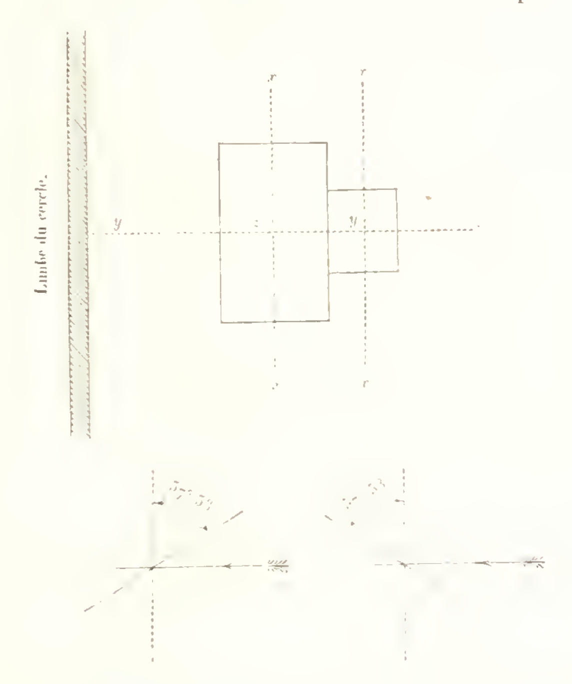
et conséquemment

$$\gamma - \beta = 0,00884.$$

Ces nombres déduits de la première expérience vont nous servir à comparer dans les autres les résultats de la théorie et de l'observation.

DEUXIÈME OBSERVATION.

36. En faisant tourner les axes des x dans un plan vertical, j'ai



incliné le système des deux plaques sur les rayons incidents, qui étaient horizontaux, jusqu'à ce que le centre des anneaux que la polarisation

(1) D'après les observations de M. Biot, $\gamma = 0,01218$.

N° XLIII. développait dans la plaque de gauche se projetât sur le trou du volet. Les plaques ont été inclinées successivement dans les deux sens: et j'ai trouvé pour incidence moyenne, comme je l'ai déjà dit, 57° 53'.

En plaçant d'abord le système des deux plaques de manière que les deux fentes se trouvassent vis-à-vis de la grande plaque de gauche, et faisant ensuite répondre chaque fente à une plaque différente, j'ai observé le déplacement des franges ordinaires, qui se sont portées vers la gauche de $3^t,03$ tours de la vis micrométrique, pour la première incidence, et de $3^t,07$, pour l'inclinaison inverse; la moyenne est de $3^t,05$. Je donne ici les nombres de l'observation augmentés de $0^t,13$, correction déduite des observations précédentes pour la petite différence d'épaisseur des plaques. J'ai trouvé pour 5 largeurs de frange $1^t,287$; ainsi la largeur d'une frange était de $0^t,257$, et le déplacement moyen de $3^t,05$ répond à 11,87 largeurs de frange.

Pour comparer ce résultat de l'expérience avec la théorie, il faut calculer la formule qui doit être employée dans ce cas. L'équation d'élasticité est $v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z$. Dans le grand morceau de gauche le plan d'incidence coïncidait avec le plan des zx, et dans le petit morceau de droite, avec le plan des yx. L'intersection du plan des xz avec la surface d'élasticité donne

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + c^2 \sin^2 X = a^2 \cos^2 X + a^2 \sin^2 X - \gamma \sin^2 X = a^2 - \gamma \sin^2 X = 1 - \gamma \sin^2 X.$$

Si l'on suppose que X représente ici l'angle que les oscillations du rayon ordinaire réfracté font avec l'axe des x (angle qui est égal à celui que ce rayon fait avec la normale à la plaque, c'est-à-dire l'angle de réfraction), la valeur de v donnera celle de la vitesse de propagation de ce rayon, que je représente par v' pour l'inclinaison particulière dont nous nous occupons, et l'on a ainsi

$$v' = 1 - \tfrac{1}{2} \gamma \sin^2 X.$$

On trouve pareillement pour la vitesse des rayons ordinaires, dans la petite plaque de droite,

$$v'' = 1 - \tfrac{1}{2} \beta \sin^2 X;$$

retranchant ces deux expressions l'une de l'autre, on a N° XLIII.

$$v'' - v' = \frac{1}{2}\left(\gamma - \beta\right) \sin^2 X.$$

Je ne tiens pas compte de la légère différence de l'angle de réfraction X dans les deux plaques, différence moindre que l'erreur que j'ai pu commettre dans l'une ou l'autre sur la direction réelle des rayons relativement aux axes. Par la même raison du peu de différence entre les deux angles de réfraction, la formule

$$n' - n'' = \frac{er}{\lambda \cos X}\left(\frac{1}{v'} - \frac{1}{v''}\right)$$

représente avec une exactitude suffisante la différence des nombres d'ondulations ordinaires comptées dans les deux plaques. Comme v' et v'' diffèrent très-peu de l'unité, on a sensiblement

$$n' - n'' = \frac{er\,(v'' - v')}{\lambda \cos X} = \frac{er\,(\gamma - \beta) \sin^2 X}{2\lambda \cos X} = \frac{er\,(\gamma - \beta) \sin X \operatorname{tang} X}{2\lambda}.$$

En substituant dans cette formule 31° 44' à la place de X, 0,00884 à la place de $\gamma - \beta$, et mettant pour les autres quantités e, r et λ les valeurs déjà données, on trouve...... $n' - n'' = 12{,}73$ ondulations.

D'après l'observation.... $n - n'' = 11{,}87$

Différence...... $+\ 0{,}86$.

Cette différence, qui est presque d'une ondulation entière, n'est que le quatorzième de la quantité mesurée.

En mesurant l'intervalle qui séparait les deux groupes de franges, je l'ai trouvé de 14t,74 pas de la vis du micromètre. Pour avoir le déplacement relatif aux franges extraordinaires, il suffit de retrancher de cette quantité le déplacement 3t,05 des franges ordinaires: ce qui donne 11t,69, qui, à raison de 0t,257 par frange, équivaut à 45,49 largeurs de frange.

L'obliquité des plaques n'ayant point changé la direction des vibrations extraordinaires (qui sont restées parallèles aux y dans la plaque

N° XLIII. de gauche, et parallèles aux z dans celle de droite), la différence de marche a dû varier seulement comme la longueur du trajet des rayons dans le cristal, qui a augmenté suivant le rapport de 1 à cos X [1]. Il suffit donc de diviser par cos X, ou cos 31° 44′, la différence de marche observée dans le cas de l'incidence perpendiculaire, qui était de 39,15 ondulations, pour avoir la différence de marche qui répond à la nouvelle incidence; ce qui donne 46.03

J'ai trouvé par l'observation 45,49

Différence. . . . . . . +0,54

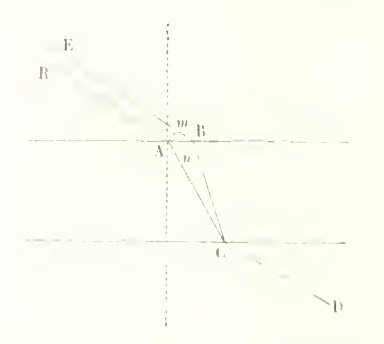
On voit que cette différence d'une demi-ondulation n'est presque que le centième de la quantité mesurée.

Cette dernière mesure confirme encore le principe que, quels que soient les changements de direction des rayons, leur vitesse de propagation ne varie pas, tant que la direction de leurs vibrations reste constante.

TROISIÈME OBSERVATION.

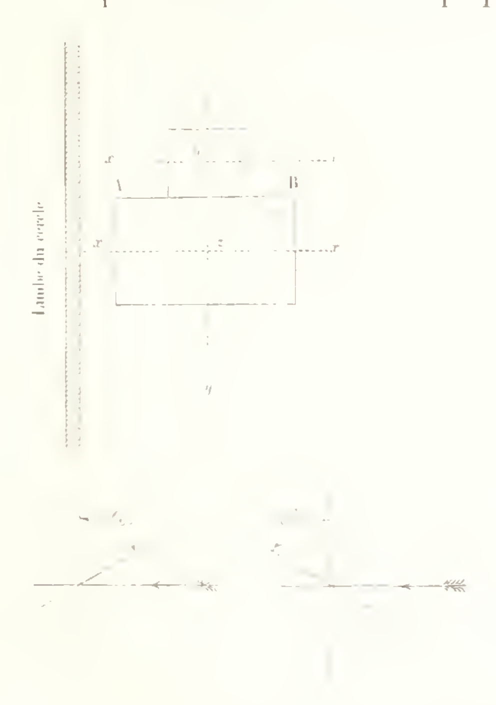
37. Le système des deux plaques ayant été tourné relativement au

Lorsque des rayons RACD et EBCD, qui traversent obliquement une plaque, y



éprouvent deux réfractions un peu différentes, il semblerait au premier abord qu'on doit tenir compte, non-seulement de leur différence de vitesse dans la plaque, mais encore de la petite différence An entre leurs trajets. Avec un peu d'attention on voit que si l'on tient compte de la différence An des chemins parcourus dans la plaque, il faut tenir compte aussi de la différence mB des chemins parcourus en dehors de la plaque; que ces deux quantités se retranchent l'une de l'autre dans le calcul, et qu'elles sont équivalentes, d'après la loi de la réfraction, quand l'angle ACB est très-petit, puisque An et mB sont sensiblement alors en raison inverse des vitesses avec lesquelles elles sont parcourues.

limbe vertical du cercle, de la manière indiquée par la figure [ci-dessous], XLIII.
c'est-à-dire de manière que les axes des x fussent perpendiculaires au



limbe, j'ai fait mouvoir l'alidade contre laquelle ces plaques étaient fixées, jusqu'à ce que l'incidence fût de 60°, et je les ai successivement inclinées de cette quantité dans les deux sens.

En haussant d'abord les plaques de manière que les deux faisceaux interférents passassent au travers de la grande, et les abaissant ensuite jusqu'à ce que le faisceau de la fente supérieure traversât la petite plaque, j'ai observé que les franges ordinaires s'étaient écartées, du côté de la petite plaque, de $0^{t},18$ de la position occupée auparavant par le groupe unique. On voit que le déplacement des franges ordinaires a eu lieu dans le même sens que pour l'incidence perpendiculaire, où je l'avais trouvé de $0^{t},14$: il est donc probable qu'il tient principalement, comme celui-ci, à un léger excédant de l'épaisseur de la petite plaque sur celle de la grande. Mais s'il ne tenait qu'à cette cause, au lieu d'augmenter, il aurait diminué par l'obliquité dans le

N° XLIII. rapport de cos 32° 32′ à 1, et serait devenu ainsi égal à $0^t,12$: ainsi il resterait toujours une différence de $0^t,06$, qu'il faudrait attribuer à un petit changement de vitesse des rayons ordinaires. Mais dans cette observation, la largeur d'une frange étant égale à $0^t,252$, cette différence n'en est que le quart, et n'indiquerait ainsi qu'un changement d'un quart d'ondulation dans la différence de marche des rayons ordinaires; et même, en prenant la différence entière $0^t,18$, sans tenir compte de l'excédant d'épaisseur de la petite plaque, on n'aurait pas les $\frac{4}{5}$ d'une ondulation : or il est à remarquer, qu'en raison de l'obliquité des rayons, leur trajet s'est trouvé augmenté suivant le rapport de 1 à cos 32° 32′, et que le nombre des ondulations exécutées dans l'intérieur du cristal était conséquemment de 10503 environ; ainsi la différence totale de marche ne serait encore que de $\frac{1}{13000}$. Et quant à la variation d'un quart de frange, que le changement d'incidence a apportée dans la petite différence de marche des rayons ordinaires, on voit qu'elle n'est que $\frac{1}{42000}$ du trajet total. Les rayons se sont rapprochés de 32° 32′ environ de l'axe des y, dans le grand morceau de topaze, et se sont rapprochés autant de l'axe des z dans le petit; en sorte que leurs directions relativement aux axes des plaques qu'ils traversent, qui différaient de 90° d'abord, ne diffèrent plus, pour cette incidence, que de 25° 56′. Ainsi le principe de la constance de vitesse des rayons dont le plan de polarisation ne change pas, qui a d'abord été vérifié pour des directions rectangulaires, se soutient encore dans les inclinaisons intermédiaires.

Les rayons ordinaires ayant des vitesses égales dans les deux plaques, pour déterminer la différence de marche des rayons extraordinaires, j'ai mesuré dans les deux incidences opposées de 60°, l'intervalle qui séparait les deux groupes, et j'ai trouvé pour moyenne $5^t,20$, qui équivalent à 20,63 largeurs de frange. J'ai remarqué une assez grande différence dans la position et l'aspect des franges extraordinaires pour les deux incidences; ce qui tenait sans doute à ce que les deux faces de la petite plaque, assez exactement parallèles à l'axe des x, ne l'étaient pas aussi bien à l'axe des z. Mais on conçoit que, prenant la moyenne,

on devait avoir un résultat peu différent de celui qu'on aurait obtenu immédiatement pour une quelconque de ces incidences, si les faces de la petite plaque avaient été rigoureusement parallèles à l'axe des z. Une circonstance qui pouvait contribuer davantage à rendre la mesure inexacte, c'était une dispersion de double réfraction très-considérable, qui changeait tellement l'ordre ordinaire de la coloration des franges, que je ne pouvais pas assigner avec certitude la position de la bande centrale. J'ai cependant comparé ce résultat, tout incertain qu'il était, avec celui qu'on déduit de la théorie, et la différence s'est trouvée assez légère. N° XLIII.

Par un calcul semblable à celui que nous avons fait précédemment, on déduit de l'équation d'élasticité la formule suivante,

$$n'' - n' = \frac{er(\gamma - \beta)\cos 2\varphi}{2\lambda\cos\varphi},$$

dans laquelle φ représente l'angle que les vibrations des rayons extraordinaires font avec l'axe des y, dans la grande plaque, et avec l'axe des z dans la petite, ou, ce qui revient au même, l'angle que les rayons réfractés font avec les normales aux plaques, c'est-à-dire l'angle de réfraction. Substituant à la place de φ sa valeur 32° 32', et pour les autres quantités e, r, λ et $\gamma - \beta$, les valeurs données précédemment, on trouve que la différence des nombres d'ondulations exécutées dans les deux plaques par les rayons extraordinaires est égale à... 19,57 ondul.

L'observation m'avait donné.......... 20,63

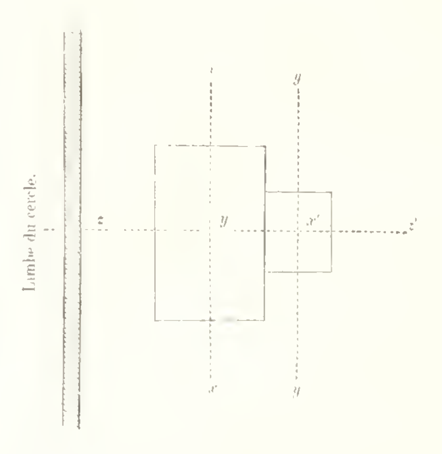
Différence....... −1,06

Cette différence n'est guère que le vingtième de la quantité mesurée.

QUATRIÈME OBSERVATION

(sur la topaze qui avait déjà servi aux expériences rapportées dans mon premier Mémoire[1]).

38. Ces morceaux de topaze se prêtant difficilement, à cause de leur peu de largeur, à la mesure de grands déplacements de franges sous les incidences obliques, je me suis borné à vérifier encore sur eux le principe de l'égalité de vitesse des rayons dont les vibrations s'exécutent dans la même direction par rapport aux axes du cristal.

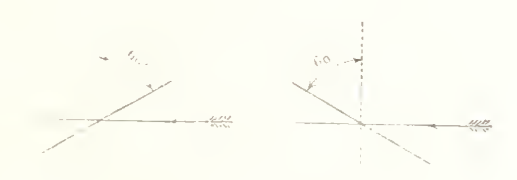


Les axes de ces deux plaques étant tournés dans les directions relatives indiquées par la figure [ci-dessus], on voit que sous l'incidence perpendiculaire, les rayons extraordinaires devaient avoir la même vitesse dans les deux plaques, puisque dans l'une et dans l'autre leurs oscillations s'exécutaient parallèlement à l'axe des z. Aussi en faisant passer les deux faisceaux interférents, d'abord tous les deux dans la grande plaque, et ensuite l'un dans celle de gauche et l'autre dans celle de droite, je n'ai observé qu'un déplacement de $0^t,36$ pour les franges extraordinaires qui se portaient du côté du petit morceau; et comme la largeur d'une frange était égale à $0^t,687$ dans cette expé-

[1] Voyez le N° XXXVIII, § 3 et suivants.

rience, on voit que la différence de marche n'était guère que d'une demi-ondulation pour une épaisseur de cristal de $4^{mm},41$, qui contenait conséquemment 12436 ondulations environ; ainsi la différence de vitesse n'était que de $\frac{1}{25000}$. Peut-être tenait-elle à quelque petite inexactitude dans la coupe des faces des deux plaques, en conséquence de laquelle les rayons perpendiculaires ne se seraient pas trouvés bien parallèles à l'axe des y dans le grand morceau et à celui des x dans le petit. XLIII.

Cette expérience n'est jusqu'ici que la répétition de celle que j'ai rapportée dans mon premier Mémoire. Voici l'observation nouvelle que j'y ai ajoutée. J'ai fait tourner le système des deux plaques autour de leur axe des z, de manière que cet axe restât perpendiculaire au



plan d'incidence, et je les ai inclinées dans les deux sens opposés, jusqu'à ce que la normale à ces plaques fît un angle de 60° avec les rayons incidents, qui leur étaient d'abord perpendiculaires. En plaçant successivement les plaques collées, de manière qu'une d'elles fût vis-à-vis des deux fentes, et ensuite que chaque plaque fût vis-à-vis d'une fente, j'ai observé, pour la première incidence, un déplacement de $0^t,41$ vers le petit morceau, et pour la seconde un déplacement de $0^t,44$ dans le même sens, dont la moyenne $0^t,42$, à raison de $0^t,687$ par frange, répond à $\frac{3}{5}$ de frange environ. La petite différence de marche observée sous l'incidence perpendiculaire se trouvait donc augmentée à peu près suivant le même rapport que la longueur du trajet des rayons dans les plaques, qui contenait alors $\frac{12436^{\text{ondes}}}{\cos 32°32'}$ ou 14751; et la différence de vitesse n'était encore que de $\frac{1}{2400}$. Or on voit,

N° XLIII. d'après la disposition des plaques et le sens dans lequel elles ont été inclinées sur les rayons, que les vibrations des rayons extraordinaires s'exécutaient sous cette incidence oblique, comme sous l'incidence perpendiculaire, parallèlement à l'axe des z dans les deux plaques.

Cette observation, ainsi que la précédente, sont donc des vérifications satisfaisantes du principe que la vitesse des rayons ne change pas dans le même cristal tant que la direction de leurs vibrations reste constante.

A la vérité il ne peut être vérifié *directement* par l'expérience, que pour les vibrations parallèles à l'un des axes d'élasticité, parce que c'est seulement dans une de ces trois directions que le rayon vecteur reste un *maximum* ou un *minimum*, quand on fait varier le plan sécant. Mais comme c'est précisément autour de chaque axe, dans les directions des deux autres, que le milieu présente les propriétés les plus différentes, si ces différences extrêmes ne font pas varier la vitesse de propagation des ondes dont la direction des vibrations reste constante, on ne voit pas de raison pour que cette loi cesse d'avoir lieu dans les autres cas.

J'aurais dû comparer la vitesse des rayons ordinaires parallèles à l'axe des x avec celle des rayons extraordinaires parallèles à l'axe des z, qui doit lui être égale. C'est une expérience que je me propose de faire, aussitôt que j'aurai pu me procurer une nouvelle topaze d'une grandeur suffisante.

Il serait utile aussi de vérifier le même principe sur d'autres cristaux à deux axes, tels que la chaux sulfatée anhydre; mais il est difficile de trouver des cristaux de cette espèce qui soient bien transparents.

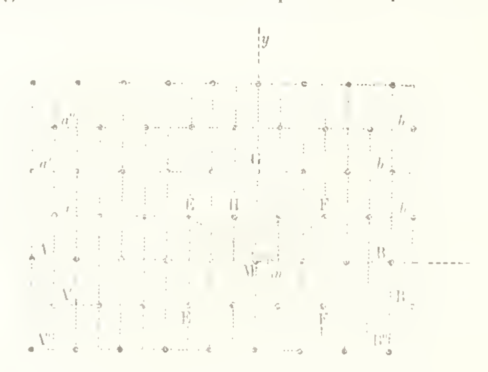
QUELQUES NOUVEAUX DÉVELOPPEMENTS SUR LES HYPOTHÈSES FONDAMENTALES DE LA THÉORIE EXPOSÉE DANS CE MÉMOIRE.

39. On ne peut pas concevoir de polarisation des ondes lumineuses sans mouvements transversaux, c'est-à-dire perpendiculaires aux rayons; en supposant de plus qu'il n'existe pas d'oscillations sensibles

des molécules de l'éther suivant la direction des rayons, on facilite singulièrement l'explication des divers phénomènes que présentent les rayons polarisés surtout dans leurs interférences. Si l'on n'admettait pas cette hypothèse, on serait obligé de faire des suppositions beaucoup moins vraisemblables. Sans entrer dans une discussion complète sur ce sujet (ce qui m'obligerait à passer en revue un assez grand nombre de phénomènes, et à comparer les explications diverses qu'on en peut donner), je ferai seulement observer qu'il est bien difficile de se rendre compte de la disparition entière d'une des deux images produites par un rhomboïde de spath d'Islande, qui arrive quand sa section principale est parallèle ou perpendiculaire au plan de polarisation de la lumière incidente: car si les ondes incidentes contenaient des mouvements parallèles aux rayons, ou, en d'autres termes, si leurs vibrations, au lieu d'être perpendiculaires aux rayons, leur étaient obliques, on pourrait décomposer ces mouvements obliques parallèlement et perpendiculairement aux rayons, et concevoir séparément la propagation de ces deux sortes de vibrations, d'après le principe de la coexistence des petits mouvements. Or les oscillations parallèles aux rayons seraient les mêmes pour un faisceau polarisé parallèlement à la section principale du rhomboïde, et pour un faisceau polarisé suivant une direction perpendiculaire: elles se propageraient donc dans la réfraction ordinaire comme dans la réfraction extraordinaire, et en conservant des intensités égales: on ne voit pas alors comment la totalité de la lumière incidente passerait dans une des images par une direction particulière de son plan de polarisation. En n'admettant au contraire que des oscillations parallèles aux ondes, ou perpendiculaires aux rayons, ce phénomène remarquable et la loi de Malus sur les intensités des deux images s'expliquent avec la plus grande simplicité. N° XLIII

Après avoir fait sentir par cet exemple la nécessité de l'hypothèse que j'ai adoptée, je vais prouver sa possibilité mécanique: et d'abord je ferai voir comment on peut concevoir la propagation de vibrations parallèles à la surface de l'onde, que je supposerai, pour plus de simplicité, plane et indéfinie.

N° XLIII. 40. Tous les physiciens conçoivent un milieu élastique comme l'assemblage de molécules ou points matériels séparés par des intervalles probablement très-grands relativement aux dimensions de ces molécules, qui sont ainsi maintenues à distance par l'effet de forces répulsives faisant équilibre aux forces attractives ou comprimantes, qui tendent à les rapprocher. Cela posé, pour fixer les idées, imaginons l'arrangement régulier de molécules représenté par la figure [ci-dessous]:



si la partie du milieu supérieure à la file de molécules AB est un peu déplacée parallèlement à cette tranche, les molécules de la file AB seront sollicitées à prendre un mouvement semblable. En effet, considérons une d'elles en particulier, la molécule M, par exemple, et voyons ce qu'il y aura de changé dans les actions exercées sur elle par la partie supérieure du milieu; et d'abord je remarque qu'elles seront les mêmes que si c'était la molécule M qui se fût déplacée dans la même direction, la partie supérieure du milieu restant fixe. Je suppose donc que M se soit déplacée, dans la direction AB, d'une très-petite quantité M*m*. Les molécules E et F, situées à égale distance du point matériel M et de la perpendiculaire MG élevée sur AB, repoussaient également ce point dans le sens MA et dans le sens MB, avant son déplacement; c'est-à-dire que les composantes de ces forces, suivant AB, se détruisaient mutuellement, et que les seules forces qui s'ajoutaient sont les composantes perpendiculaires à AB, lesquelles sont balancées par des répulsions égales qu'exercent en sens contraire les molécules E' et F' situées au-dessous de AB. Mais lorsque le point M est trans-

porté en m, les composantes parallèles à AB des deux forces exercées N° XLIII.
sur lui par les molécules E et F ne sont plus généralement égales entre elles. Cette égalité ne pourrait avoir lieu que dans le cas particulier où la plus grande inclinaison de Em sur AB compenserait, pour la composante parallèle à AB, la diminution de la force répulsive de E résultant de l'écartement du point m, la même compensation ayant lieu à l'égard de l'action exercée par F, compensation qui ne peut être exacte que pour des positions particulières des molécules. Ainsi généralement les composantes parallèles à AB des deux forces répulsives des points E et F auront changé : et comme ces petits changements, ou différentielles, ont le même signe pour les deux forces, elles agiront d'accord sur le point m pour le ramener dans sa position primitive M, si elle était d'équilibre stable. En effet, représentons par $\varphi(r)$ la loi suivant laquelle les forces varient avec les distances : par x et y les coordonnées du point F rapportées aux lignes AB et MG : y et $-x$ seront les coordonnées du point E. Les distances EM et FM ou r sont égales à $\sqrt{x^2+y^2}$: ainsi les forces qui agissent suivant FM et suivant EM sont l'une et l'autre égales à $\varphi\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$. De plus le sinus de l'angle FMB est égal à $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ et son cosinus à $\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$: donc les deux composantes de la force dirigée suivant FM sont,
parallèlement aux x,

$$\frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\varphi\left(\sqrt{x^2+y^2}\right),$$

et parallèlement aux y,

$$\frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\varphi\left(\sqrt{x^2+y^2}\right).$$

De même les composantes de la force exercée par la molécule E sont,
parallèlement aux x

$$\frac{+x}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\varphi\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$$

et parallèlement aux y,

$$\frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\varphi\left(\sqrt{x^2+y^2}\right).$$

N° XLIII. Maintenant pour avoir les petites quantités dont ces composantes ont changé, par le déplacement du point M, il faut différentier les expressions des composantes par rapport à x, en remarquant que le petit déplacement Mm, que nous nommerons dx, augmente l'abscisse du point E et diminue celle de F, et qu'il doit être conséquemment pris avec le signe + pour la première et avec le signe — pour la seconde: alors on voit aisément, sans effectuer les différentiations, que les deux composantes parallèles aux x étant représentées par des expressions égales et de signes contraires, donneront des coefficients différentiels égaux et de signes contraires; et l'un étant multiplié par + dx, tandis que l'autre le sera par — dx, il en résultera des produits égaux et de même signe; tandis que l'inverse aura lieu pour les différentielles des composantes parallèles aux y, parce que ces composantes sont de même signe. Ainsi les différentielles perpendiculaires à AB se détruiront mutuellement, dans le cas particulier que nous considérons ici, et les forces différentielles parallèles à AB s'ajouteront. On voit donc que si, le point M restant fixe, on déplace un peu la partie supérieure du milieu parallèlement à AB, le point M sera poussé dans la direction AB; et comme il en sera de même de toutes les autres molécules de cette tranche, elle sera sollicitée dans toute son étendue à se déplacer suivant son plan AB. Par le déplacement de cette tranche et des suivantes, la même action sera successivement exercée sur les tranches parallèles A'B', A''B'', etc. et c'est ainsi que se transmettront, dans toute l'étendue du milieu, les vibrations transversales de l'onde incidente.

41. L'action exercée sur le point M par le déplacement de la tranche EF et des tranches supérieures glissant parallèlement à leurs plans, tient à ce que les éléments matériels qui les composent ne sont pas contigus; car s'ils l'étaient, l'action exercée parallèlement à AB sur chaque point M de la tranche AB resterait nulle dans toutes les positions des tranches supérieures glissant parallèlement à AB; tandis qu'il n'en serait pas de même, dans la même supposition, de l'action résultant d'un déplacement de ces tranches suivant la direction GM; il est clair que la contiguïté des éléments de chacune d'elles n'empêcherait

pas que la force avec laquelle elle tend à repousser chaque point de AB n'augmentât à mesure que la distance diminuerait. Ainsi, dans cette supposition, la force avec laquelle les tranches se repousseraient lorsqu'on les rapprocherait les unes des autres, c'est-à-dire la résistance à la compression, serait infiniment plus grande que l'action exercée par le simple glissement d'une tranche indéfinie. Sans aller jusqu'à cette limite, qui n'est pas dans la nature, on peut donc supposer que la résistance de l'éther à la compression est beaucoup plus grande que la force qu'il oppose aux petits déplacements de ses tranches suivant leurs plans. Or, à l'aide de cette hypothèse, on conçoit comment il n'y aurait d'oscillations sensibles des molécules de l'éther que parallèlement au plan de l'onde.

En effet, la résistance à la condensation étant beaucoup plus grande que l'autre force élastique qui s'oppose au glissement des tranches, pour la même oscillation de la particule éclairante qui met l'éther en vibration, la longueur de l'onde condensante sera beaucoup plus grande que celle de l'onde qui apporte les vibrations perpendiculaires au rayon. Ainsi, lors même qu'il y aurait une égale quantité de forces vives dans les deux, celles de la première se trouvant distribuées sur une bien plus grande étendue du fluide que celles de la seconde, les oscillations des molécules éthérées parallèlement aux rayons auraient bien moins d'amplitude que les oscillations perpendiculaires, et par conséquent ne pourraient imprimer au nerf optique que des vibrations beaucoup plus faibles : car l'amplitude de ses vibrations ne doit pas excéder celle des vibrations de l'éther qui le baigne. Or on peut supposer raisonnablement que l'intensité de la sensation dépend de l'amplitude des vibrations du nerf optique, et en conséquence que les vibrations parallèles aux rayons ne doivent point affecter l'organe de la vue d'une manière sensible [1], lors même que l'onde qui apporte les

[1] On pourrait même admettre à la rigueur qu'en raison d'une organisation particulière le nerf optique ne peut être mis en vibration que par les oscillations des molécules éthérées qui s'exécutent perpendiculairement à la direction des rayons ; mais cette hypothèse ne me paraît point nécessaire.

N° XLIII. oscillations parallèles aux rayons contiendrait autant de force vive que celle qui apporte les oscillations perpendiculaires ou transversales[1].

Mais on peut concevoir d'ailleurs que, pendant l'oscillation de la molécule éclairante, l'équilibre de tension se rétablisse si promptement entre la partie de l'éther dont elle se rapproche et celle dont elle s'éloigne, qu'il n'y ait jamais ni condensation ni dilatation sensible, et que le déplacement des molécules éthérées qui l'environnent se réduise à un mouvement circulaire oscillatoire, qui les porte de la partie du milieu dont la molécule se rapproche vers celle dont elle s'éloigne.

42. Il me semble donc qu'il n'y a point d'absurdité mécanique dans l'hypothèse que j'ai faite sur la constitution des ondes lumineuses et sur leur mode de propagation. Si les équations du mouvement des fluides adoptées par les géomètres conduisent à des conséquences contraires, c'est qu'elles reposent sur une abstraction mathématique, la contiguité des éléments, qui est contraire à la constitution réelle des corps, et avec laquelle on peut cependant représenter quelques-unes de leurs propriétés mécaniques, en admettant en outre que ces éléments sont compressibles. Il serait donc bien peu philosophique de rejeter l'hypothèse que je présente sur le mode de propagation des vibrations transversales dans les fluides, uniquement parce qu'elle est en opposition avec les conséquences mathématiques qu'on déduit de ces équations. Autant vaudrait nier le frottement d'une tranche indéfinie du fluide glissant sur la tranche voisine, qui est nul d'après les mêmes équations.

43. Le genre d'action réciproque des molécules auquel j'attribue la propagation des ondes lumineuses, ne pourrait pas se calculer par des intégrations, si l'on connaissait la loi des forces répulsives, mais exigerait que l'on sommât des séries. En effet, les rangées de molécules

[1] Ce raisonnement, qui peut convenir au cas d'un ébranlement de courte durée, est évidemment inexact lorsqu'on considère, comme le fait Fresnel, une succession indéfiniment persistante d'ondulations périodiques. C'est donc bien à tort qu'il a été reproduit par Cauchy toutes les fois qu'il a voulu, dans ses recherches sur la lumière, se débarrasser des vibrations longitudinales. [E. VERDET.]

voisines de AB, telles que ab, $a'b'$, $a''b''$, etc. que je désignerai par les N° XLIII.
nombres 1, 2, 3, etc. ne sont pas susceptibles d'intégration pour le calcul de la résultante des forces qu'elles exercent sur le point M, à cause de la grandeur trop sensible des angles, tels que EMH, qui sous-tendent l'intervalle compris entre deux molécules consécutives, et qui ne pourraient être considérés comme différentiels que pour des tranches d'un numéro très-élevé, c'est-à-dire dont la distance au point M serait très-grande relativement à l'intervalle de deux molécules consécutives; et il est à remarquer qu'alors, en intégrant, on trouverait zéro pour l'action exercée sur M parallèlement à AB, en conséquence d'un petit déplacement de la tranche éloignée que l'on considère. En effet, nous avons vu que, pour avoir cette force, il fallait prendre le coefficient différentiel, par rapport à x, des composantes parallèles à AB de toutes les forces exercées sur la molécule M par les divers points matériels de la tranche déplacée, et multiplier ensuite ces coefficients par le petit déplacement δ de la tranche, puis faire la somme de ces produits. Or, si cette somme pouvait être faite par une intégration, on remplacerait le facteur commun δ par $\frac{dx}{n}$ (n étant un nombre très grand, puisque nous supposons δ beaucoup plus petit que l'intervalle dx qui sépare deux points matériels consécutifs de la tranche déplacée); puis on intégrerait par rapport à x dans toute l'étendue de la tranche, depuis — jusqu'à — , et l'on retrouverait ainsi précisément la somme des composantes différentiées, puisqu'elles l'avaient été par rapport à x; seulement cette somme serait multipliée par la fraction $\frac{1}{n}$, qui ne peut que la diminuer : or cette somme était égale à zéro, dans l'arrangement particulier de molécules que nous avons considéré pour simplifier les raisonnements; donc l'intégrale sera nulle. On devait s'attendre à ce résultat, puisque faire l'intégration c'était supposer implicitement la contiguïté.

Ainsi l'action sur M, résultant du glissement des tranches de numéros élevés, ne diminue pas seulement en raison de l'affaiblissement des forces provenant de l'accroissement de la distance, mais encore en

N° XLIII. raison de la diminution des angles qui ont leur sommet en M et soustendent l'intervalle compris entre deux molécules consécutives de ces tranches : tandis que la diminution de ces angles ne contribuerait en rien à celle de la force répulsive que produirait la même tranche en se rapprochant du point M. La première espèce de force élastique, à laquelle j'attribue la propagation des ondes lumineuses, a sans doute une sphère d'activité très-bornée dans l'éther, dont les intervalles moleculaires sont probablement très-petits, puisqu'on suppose ce fluide assez subtil pour pénétrer entre les intervalles les plus étroits des molécules des autres corps[1]. Mais les groupes moléculaires, ou les particules de ces corps, peuvent être séparés par des intervalles qui, quoique extrêmement petits, ne sont pas sans doute tout à fait insensibles relativement à la longueur d'une ondulation, comme semblerait le prouver la transparence imparfaite des corps les plus diaphanes. Ainsi la distance où la petitesse des angles dont nous parlions rend le point M indifférent au glissement de ces tranches contenant un grand nombre de ces intervalles, peut être une partie notable de la longueur d'une ondulation lumineuse, ainsi que je l'ai supposé pour expliquer le phénomène de la dispersion[a].

44. Nous n'avons considéré jusqu'ici que des ondes indéfinies; supposons-les limitées et examinons ce qui se passe à leurs extrémités, en admettant que l'éther est à peu près incompressible. Je suppose qu'une partie de l'onde AE ait été arrêtée par un écran EC; soit M un point situé derrière l'écran, à une distance très-grande de E relativement à la

[1] Il résulterait de cette hypothèse que la différence de vitesse des ondes de diverses longueurs devrait être très-petite dans l'éther seul.

[a] Tout ce que Cauchy a écrit sur la dispersion, tout ce qu'il a dit de l'absence de dispersion dans le vide peut être regardé comme un développement de ces aperçus de Fresnel. Voyez le Mémoire sur la dispersion et les Nouveaux Exercices d'analyse et de physique mathématique. (E. Verdet.)

longueur d'une ondulation. Pour peu que l'angle TEM, que la droite EM fait avec le rayon tangent ET, soit sensible, la lumière envoyée en M



sera très-petite, comme je l'ai fait voir dans l'explication que j'ai donnée des phénomènes de la diffraction, qui s'applique aussi bien à l'hypothèse des vibrations transversales qu'à celle des vibrations parallèles aux rayons. Si donc l'angle TEM est un peu grand, le point M sera sensiblement en repos, tandis que le point T ainsi que tout le reste de l'onde ST, dans le plan de laquelle se trouve le point M, éprouveront des oscillations notables dans la direction STM. Il semblerait qu'il doit en résulter des condensations et des dilatations alternatives de l'éther entre T et M; mais remarquons d'abord qu'au même instant où la face *ce* du petit parallélipipède *cdef* est poussée vers M par la demi-onde, dont le milieu répond à la ligne ponctuée ST, les faces homologues *ck* et *eg* des deux cubes contigus sont sollicitées à s'éloigner de M par les mouvements opposés des deux demi-ondulations dont les milieux répondent aux lignes pleines *st* et *s't'*; en sorte que, tandis que le volume du petit cube *cefd* diminue, ceux des cubes voisins augmentent et ainsi de suite dans la direction *hg* parallèle à ET: si donc l'éther résiste beaucoup à la compression, il est très-possible que l'équilibre se rétablisse continuellement et presque instantanément de l'un à l'autre parallèlement à *gk*. Je remarquerai d'ailleurs qu'on pourrait supposer que les points qui restent immobiles pendant les oscillations des extrémités des ondes en sont assez éloignés pour que les déplacements de molécules qu'elles occasionnent ne diminuant que par des degrés très-lents, jusqu'à ces points, les condensations et les dilatations

N° XLIII des petits cubes dont nous parlions fussent insensibles, alors même que l'équilibre de tension ne se rétablirait pas entre eux dans la direction perpendiculaire aux ondes. Quant à l'immobilité des points éloignés de l'extrémité des ondes d'une quantité très-grande relativement à la longueur d'ondulation, elle résulte de la destruction mutuelle des vibrations élémentaires envoyées à chacun d'eux au même instant par tous les points du système d'ondes considérés comme centres d'ébranlement.

45. Je terminerai ces considérations théoriques par quelques mots sur la constitution mécanique que j'ai supposée aux milieux doués de la double réfraction.

Tous les cristaux présentent des plans de clivage, c'est-à-dire certaines directions suivant lesquelles ils se divisent plus facilement que dans d'autres. Je conviendrai que les forces qui s'opposent à cette séparation ne sont pas les mêmes que celles qui établissent entre les tranches successives du milieu ce genre de dépendance mutuelle qui propage les vibrations transversales[1]; mais les premières forces variant avec la direction des coupes, les autres forces peuvent varier aussi avec celle des vibrations; l'énergie de l'agrégation présentant des différences si considérables selon le sens dans lequel on veut séparer les molécules, je ne vois pas pourquoi l'élasticité serait nécessairement la même dans tous les sens.

Il me semble difficile de concevoir cet arrangement déterminé des particules des corps qu'on appelle *cristallisation*, sans supposer que ces particules s'attirent ou se repoussent plus par certains côtés que par d'autres, en un mot que l'action exercée par chacune d'elles sur les autres n'a pas la même énergie dans tous les sens autour de son centre de gravité : or il n'en faut pas davantage pour expliquer comment la force élastique varie avec la direction des déplacements des particules relativement à ces côtés qui jouissent de propriétés différentes. Il est à remarquer en outre qu'une simple différence de largeur

[1] Je conclus seulement ici, par analogie, la possibilité des variations de l'élasticité dans le même milieu, des variations observées de la force d'agrégation.

des espacements moléculaires dans deux directions suffirait pour rendre inégales les forces qui s'opposent aux petits déplacements des tranches parallèlement à ces directions. Ainsi, par exemple, dans le système moléculaire représenté par cette figure, où les espacements des par- N° XLIII



ticules sont dans le rapport de 2 à 3, suivant les directions CD et AB, les déplacements des tranches indéfinies parallèles à ces directions n'éprouveraient pas des résistances égales dans les deux sens, alors même que l'action répulsive de chaque particule aurait la même intensité dans tous les sens.

46. Les hypothèses sur lesquelles repose la théorie mécanique de la double réfraction exposée dans ces Mémoires sont simples et en petit nombre. Il fallait d'abord définir les ondes lumineuses, et j'ai supposé que les molécules éthérées n'exécutaient des oscillations sensibles que dans des directions parallèles à la surface de l'onde. Cette hypothèse, la plus singulière de celles auxquelles j'ai été conduit par les faits, n'était pas seulement nécessaire à l'explication des phénomènes de la double réfraction, mais elle était encore la conséquence la plus naturelle des lois particulières de l'interférence des rayons polarisés.

Si je n'avais eu à considérer que des phénomènes tels que la diffraction, qui dépendent seulement de la constitution de l'éther et de la nature des vibrations lumineuses, leur définition aurait dû suffire à l'explication de ces phénomènes, comme elle suffit à celle de la diffraction. Mais la double réfraction résultant de la constitution particulière de certains corps, il fallait nécessairement définir cette constitution.

Nº XLIII. en ne mettant toutefois dans sa définition que ce qui était nécessaire à l'explication du phénomène. J'ai supposé que, dans les milieux doués de la double réfraction, les élasticités mises en jeu par les vibrations lumineuses variaient un peu avec la direction des petits déplacements des molécules, et de plus que l'élasticité restait constante quand la direction des déplacements ne changeait pas, quelle que fût d'ailleurs celle du plan de l'onde. Cette seconde hypothèse était une conséquence des faits, d'après les idées théoriques que j'ai adoptées. J'ai supposé encore que dans les cristaux qui présentent des axes optiques, les axes d'élasticité des différentes parties du milieu ont des directions parallèles, supposition qui s'accorde avec l'idée qu'on se fait généralement de la constitution intérieure des cristaux, en imaginant que les faces homologues de leurs particules sont parallèles dans toute l'étendue du cristal. Ces quatre hypothèses admises, toutes les lois de la double réfraction me paraissent en découler nécessairement.

Paris, le 31 mars 1822.

A. FRESNEL.

XLIV.

NOTE

SUR

L'ACCORD DES EXPÉRIENCES DE MM. BIOT ET BREWSTER

AVEC LA LOI DES VITESSES DONNÉE PAR L'ELLIPSOÏDE.

CETTE NOTE FAIT SUITE AU MÉMOIRE SUR LA DOUBLE RÉFRACTION PAR M. FRESNEL[a].

1. On sait que le docteur Brewster a été conduit par ses observations sur les cristaux à deux axes à une loi qui[b], quoique plus compliquée en apparence que celle que M. Biot avait déduite depuis de ses expériences, est au fond la même[c], et que cette loi, énoncée de la manière la plus simple, consiste en ce que la différence des carrés des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires (considérées sous le point de vue du système de l'émission) est proportionnelle au produit des sinus des angles que la direction commune des deux rayons fait avec les deux axes du cristal, qui sont représentés dans ma construction par les deux diamètres perpendiculaires aux sections circulaires de l'ellipsoïde. J'ai fait voir que, d'après les propriétés de l'ellipsoïde, ma construction s'accorde avec cette loi. Ainsi la différence qu'il y a

[a] Note inscrite de la main de l'auteur sur l'enveloppe.

[b] Brewster. — *On the Laws of Polarisation and double Refraction in regularly crystallized Bodies.* (*Philosoph. Transact.* for 1818, p. 199.)

[c] Biot. — Mémoire sur les lois générales de la double réfraction dans les corps cristallisés. (*Mémoires de l'Académie royale des sciences* pour 1818, t. III, p. 177.)

N° XLIX entre la loi des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires adoptée par M. Biot, et celle qui résulte de ma construction, dépend uniquement de ce qu'il a supposé la vitesse des rayons ordinaires constante, tandis qu'elle ne l'est pas dans ma construction. Or je ferai d'abord observer que, si nos deux lois étaient exactement les mêmes au fond, (en ayant toujours égard à la différence de langage des systèmes de l'émission et des ondulations), elles conduiraient précisément aux mêmes formules de réfraction; car, ainsi compris, les deux principes de la moindre action et du plus court chemin donnent toujours des résultats identiques, puisque pour passer de l'un à l'autre il ne faut que prendre les vitesses dans un rapport inverse. Cela posé, il suffit donc de considérer la chose sous un seul point de vue, celui du système des ondulations, par exemple, et chercher quelles différences la variation de vitesse des rayons ordinaires doit apporter dans les résultats de M. Biot.

2. Toutes ses expériences, excepté celles par lesquelles il a mesuré la réfraction absolue des rayons ordinaires, ont pour unique objet de déterminer l'écartement des deux images; or cet écartement dépend principalement de la différence de vitesse des deux faisceaux dans le cristal; et, d'après la méthode qu'il emploie, une petite erreur sur leurs réfractions absolues n'en produit point de sensible dans leur écartement, lorsque la différence des vitesses est exacte. A la vérité ce n'est point cette différence, mais celle des rapports inverses des carrés des vitesses, qui est la même dans la loi de M. Biot et dans ma construction; mais il est aisé de voir que l'un revient presque exactement à l'autre, en raison de la petitesse des variations de vitesse des rayons ordinaires.

3. En effet, prenons toujours pour unité la plus grande vitesse a des rayons ordinaires, et représentons par $1-\beta$ le carré b^2 de leur plus petite vitesse. Soit δ la différence des quotients de l'unité divisée par les carrés des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires: supposons que ces rayons soient dirigés dans le plan xz des deux axes optiques, et en dehors de l'angle aigu de ces axes optiques, de façon

que les vibrations ordinaires soient parallèles aux y; alors le carré de leur vitesse de propagation sera $1-\beta$, tandis que le carré de la vitesse des rayons extraordinaires sera N° XLIV

$$\frac{1}{\frac{1}{1-\beta}+\delta};$$

la différence des vitesses sera donc

$$\sqrt{1-\beta}-\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1-\beta}+\delta}},$$

ou

$$\frac{1}{2}\delta-\frac{3}{4}\beta\delta-\frac{3}{8}\delta^2-\text{etc.}$$

Je suppose maintenant, ce qui est le cas le plus défavorable, que la vitesse des rayons ordinaires mesurée par M. Biot était à son *maximum*, c'est-à-dire égale à 1, et qu'on l'applique ici, où elle est, par hypothèse, à son *minimum*; la différence des carrés des quotients restant la même, le carré de la vitesse des rayons extraordinaires sera supposé égal à

$$\frac{1}{1+\delta},$$

et la différence des vitesses sera

$$\sqrt{1}-\frac{1}{\sqrt{1+\delta}},$$

ou

$$\frac{1}{2}\delta-\frac{3}{8}\delta^2-\text{etc.}$$

qui ne diffère de la précédente que de

$$\frac{3}{4}\beta\delta-\text{etc.}$$

Or, en déduisant des éléments de la double réfraction de la topaze limpide donnés par M. Biot, les valeurs de β et γ, on trouve,

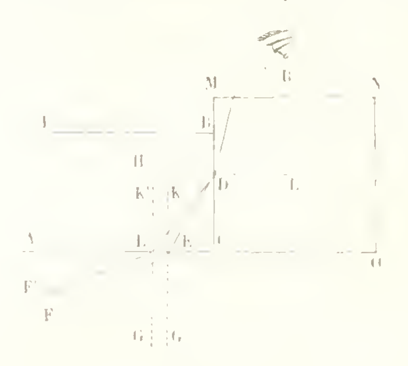
$$\beta=0{,}00335,\ \text{et}\ \gamma=0{,}01218.$$

N° XLIV. valeurs très-peu différentes de celles que j'ai tirées de mes propres expériences, qui m'ont donné

$$\beta = 0{,}00338, \text{ et } \gamma = 0{,}01222.$$

Maintenant, dans le cas que nous considérons, δ ne peut pas excéder $\frac{1}{1+\gamma} - \frac{1}{1+\beta}$, ou $\gamma - \beta$ à très-peu près, ou enfin 0,00883, puisque la vitesse des rayons ordinaires est supposée à son *minimum*; donc le terme $\frac{3}{4}\beta\delta$ (beaucoup plus grand que la somme de ceux qui le suivent) sera tout au plus égal à $\frac{3}{4} \cdot 0{,}00338 \times 0{,}00883$, ou 0,000,0224; c'est-à-dire deux cent-millièmes du *maximum* de vitesse des rayons ordinaires.

4. Dans l'appareil que M. Biot a adopté, et qui est représenté par la figure [ci-dessous], l'angle prismatique ACB du cristal est droit et est achromatisé par l'angle CMN d'un parallélipipède rectangle de



crown collé contre la face BC. Les rayons incidents FE et F'E partis des divisions de la mire, que la double réfraction fait coïncider pour l'œil de l'observateur placé en R, doivent traverser le cristal suivant deux directions ED et E'D qui se réunissent en D et qui soient telles que le rayon ordinaire ED et le rayon extraordinaire E'D soient réfractés à leur passage dans le verre suivant la même direction DI; car alors ils ne se sépareront plus en sortant du parallélipipède de verre. La direction du rayon incident FE est donnée immédiatement par l'observation, d'après les positions relatives du point E et de la division de

la mire d'où part ce rayon; il en est de même du rayon incident F'E' XLIX
qui subit la réfraction extraordinaire; on peut alors calculer aisément l'angle que ces deux rayons font entre eux, et l'on peut même simplifier beaucoup ce calcul en supposant les deux points E et E' réunis en un seul, quand on regarde la mire à travers des points du cristal très-voisins de l'angle C, comme M. Biot l'a fait dans toutes ses observations. Cet habile physicien n'a point cherché, dans les expériences faites avec cet appareil, à déterminer la direction du rayon émergent IR relativement aux rayons incidents FE et F'E', qui dépend des réfractions *absolues* que les deux rayons éprouvent dans le cristal et le crown, mais seulement la divergence angulaire des deux faisceaux incidents FE et F'E', qui reste sensiblement la même tant que la différence des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires ne change pas, et alors même qu'on ferait varier un peu leurs valeurs absolues, comme le remarque M. Biot, dont le seul but, en employant ce mode d'observation, était de vérifier la loi de la différence des carrés des vitesses. Voilà pourquoi il n'a pas aperçu les petites variations de vitesse des rayons ordinaires.

5. Je me suis effectivement assuré, par des calculs faits dans les cas les plus défavorables, que la supposition de la constance de vitesse des rayons ordinaires ne pouvait apporter aucune erreur sensible sur l'écartement des images. Le cas où cette supposition s'éloignerait le plus de la réalité est celui où le rapport de la réfraction ordinaire ayant été mesuré par M. Biot dans une des circonstances qui donnent aux rayons ordinaires leur plus grande vitesse, serait appliqué à des directions de ces rayons qui les réduisent à leur minimum de vitesse, car ce serait le cas où l'on se tromperait le plus sur les valeurs absolues des rapports de réfraction des rayons ordinaires et extraordinaires.

6. Supposons donc que le rayon ordinaire ED soit dans le plan des xz, et de plus qu'il soit parallèle à l'axe des x, afin que la différence des vitesses ordinaire et extraordinaire, et, par suite, la divergence des deux faisceaux FE et F'E' soient les plus grandes possible. Dans les expériences de M. Biot sur la topaze, l'angle d'incidence FEG

N° XLIV du faisceau ordinaire n'a point dépassé 63° 48' et n'a point été au-dessous de 42° 28'; il suffit donc de faire le calcul pour ces deux limites, parce que les rayons étant alors le plus inclinés, ou sur AC, ou sur BC, c'est dans ces deux cas que les variations des rapports de réfraction ont le plus d'influence sur la direction des rayons.

Commençons par la seconde limite et servons-nous d'abord des véritables vitesses des rayons, en ayant égard à la variation de vitesse des rayons ordinaires.

D'après la direction que nous supposons au rayon ordinaire ED relativement aux axes d'élasticité du cristal, la vitesse de ce rayon est égale à $\sqrt{1-\beta}$ et celle du rayon extraordinaire, qui aurait la même direction, à $\sqrt{1-\gamma}$, en prenant toujours pour unité le *maximum* de vitesse des rayons ordinaires dans le cristal, auquel nous avons supposé que se rapportait l'indice de réfraction 1,61018 trouvé par M. Biot; ainsi la vitesse de la lumière dans l'air est représentée par 1,61018. Je remarque d'abord que le rayon extraordinaire E'D ne faisant qu'un angle de 32' 47" avec le rayon ordinaire ED, ainsi que le calcul le démontre, on peut lui appliquer, sans erreur sensible, la vitesse des rayons extraordinaires parallèles à l'axe des x, ou $\sqrt{1-\gamma}$, parce que la vitesse des rayons varie très-lentement dans le voisinage des axes d'élasticité: et en effet on trouve que cette différence angulaire entre les directions ED et E'D, et même un angle de 35' changeraient à peine d'un dix-millième de $\gamma-\beta$ la différence $\gamma-\beta$ entre les carrés des vitesses des rayons ordinaire et extraordinaire. Si les rayons DE et DE', au lieu d'être sensiblement parallèles à l'axe des x, étaient inclinés de 45° sur cet axe et celui des z, cas où la vitesse des rayons extraordinaires varierait le plus rapidement possible pour le plan xz avec leur direction, le même angle de 35'[1] ne produirait dans le carré de leur vitesse

[1] La limite des observations de M. Biot, que nous considérons ici et qui est la plus favorable à la divergence des deux rayons DE et DE' (parce qu'elle incline le plus le rayon ID sur la surface réfringente BC), ne pourrait pas produire, à beaucoup près, une divergence de 35', si les rayons DE et DE' étaient inclinés de 45° sur les axes des x et des z, parce que leur différence de vitesse serait alors considérablement diminuée.

qu'une variation égale au centième de $\gamma - \beta$; et comme nous n'avons XXXIV
pour but ici que de comparer les résultats déduits des formules de M. Biot avec ceux que donnent les véritables vitesses des rayons, on pourrait même encore dans ce cas n'avoir pas égard à la divergence des deux rayons DE et DE' en calculant la différence de leurs vitesses, parce que la petite erreur que l'on commettrait serait sensiblement la même de part et d'autre.

7. Je remarquerai de plus que dans le cas dont nous nous occupons, où les rayons ordinaire et extraordinaire sont sensiblement parallèles à l'un des axes d'élasticité, leurs vitesses sont égales aux vitesses des ondes mesurées perpendiculairement au plan de celles-ci, et que par conséquent ces vitesses peuvent être employées comme s'il s'agissait de calculs ordinaires de réfraction. Ainsi le rapport entre les sinus des angles d'incidence et de réfraction dans le passage de la lumière de l'air dans le cristal sera, pour les rayons ordinaires,

$$\frac{1{,}61018}{\sqrt{1-\beta}}, \quad \text{ou} \quad \frac{1{,}61018}{\sqrt{0{,}99665}},$$

et pour les rayons extraordinaires,

$$\frac{1{,}61018}{\sqrt{1-\gamma}}, \quad \text{ou} \quad \frac{1{,}61018}{\sqrt{0{,}98782}}.$$

Le rapport de réfraction du verre employé par M. Biot étant supposé égal à 1,51, qui est celui de la glace de Saint-Gobain, les rapports entre les sinus des angles d'incidence et de réfraction dans le passage de la lumière du verre dans le cristal seront, pour les rayons ordinaires,

$$\frac{1{,}61018}{1{,}51 \times \sqrt{0{,}99665}},$$

et pour les rayons extraordinaires,

$$\frac{1{,}61018}{1{,}51 \times \sqrt{0{,}98782}};$$

et ils seront inverses pour le passage de la lumière du cristal dans le crown.

8. Cela posé, en employant ces rapports et partant de l'angle d'in-

N° XLIV cidence FEG $= 42° 28'$, on trouve pour l'angle de réfraction KED du rayon ordinaire, KED $= 24° 44' 48''$; d'où l'on conclut, à cause de l'angle droit en C, HDE $= 65° 15' 12''$; et à l'aide du rapport de réfraction pour le passage du cristal dans le crown, IDL $= 75° 56' 27''$. Considérant maintenant ID, dont on connaît la direction, comme un rayon incident, et employant le rapport de la réfraction extraordinaire pour le passage du crown dans le cristal, on trouve HDE' $= 64° 42' 25''$; d'où l'on conclut K'E'D $= 25° 17' 35''$, et enfin F'E'G' $= \ldots$ 43° 48' 9''.
Or l'angle de départ FEG est égal à................ 42° 28' 0'';
donc la divergence des rayons ordinaire et extraordinaire
doit être égale à........................... 1° 20' 9''.

9. Voyons maintenant quelle différence apportera dans ce résultat la supposition que les rayons ordinaires ont la même vitesse dans toutes les directions. C'est supposer que leur rapport de réfraction, pour leur passage de l'air dans le cristal, est encore ici 1,61018, comme lorsqu'ils étaient parallèles à l'axe des y, au lieu de $\frac{1,61018}{\sqrt{0,99665}}$ que nous venons d'employer.

Quant à la vitesse des rayons extraordinaires, elle est déterminée par la condition que la différence entre les quotients de l'unité divisée par les carrés des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires reste la même que dans le calcul précédent, puisque sur ce point les formules de M. Biot s'accordent avec la véritable loi des vitesses. Donc la différence des carrés des rapports inverses des vitesses ordinaire et extraordinaire sera encore égale à $\frac{1}{1-\gamma} - \frac{1}{1-\beta}$, ou $\gamma - \beta + \gamma^2 - \beta^2$, en négligeant les puissances des petites fractions γ et β supérieures au carré; donc la vitesse des rayons extraordinaires sera égale à

$$\frac{1}{\sqrt{1+\gamma-\beta+\gamma^2-\beta^2}};$$

ou, développant et négligeant toujours les puissances de γ et β supérieures au carré,

$$1 - \tfrac{1}{8}(\gamma-\beta)(4+\gamma-7\beta);$$

et mettant à la place de γ et β leurs valeurs 0,01218 et 0,00335, N° XLIV.
on a $1 - \frac{1}{8} \times 0,00883 \times 4,03563$, ou $1 - 0,004.454.3$, ou enfin 0,995.545.7, pour la vitesse des rayons extraordinaires. Ce sont donc les nombres 1 et 0,995.545.7 qu'il faut substituer aux vitesses $\sqrt{0,99665} = 0,998.323.5$, et $\sqrt{0,98782} = 0,993.891.5$, employées dans le calcul précédent.

En partant de l'angle d'incidence FEG = 42° 28′, on trouve pour l'angle de réfraction KED du rayon ordinaire, KED = 24° 47′ 27″: d'où l'on conclut que son complément HDE = 65° 12′ 33″, et par suite IDL = 75° 29′ 0″.

Considérant maintenant ID comme un rayon incident, et employant le rapport de réfraction relatif aux rayons extraordinaires pour le passage de la lumière du verre dans le cristal, on a HDE′ = 64° 39′ 44″: donc son complément DE′K′ = 25° 20′ 16″; d'où l'on conclut la valeur de F′E′G′, qui est égale à . . . . 43° 48′ 7″.
Si l'on en retranche celle FEG, qui est . . . . 42° 28′ 0″.
on a pour la divergence angulaire des deux rayons . . . . . 1° 20′ 7″.
Par le calcul précédent nous avions trouvé. . . . . 1° 20′ 9″:
la différence n'est que de 2″, quantité beaucoup plus petite que les erreurs inévitables des observations.

10. En effet, il est peu probable qu'aux distances ordinaires où le cristal se trouvait du point de mire dans les observations de M. Biot, il lui fût possible de pousser l'exactitude plus loin que jusqu'aux cinquièmes de millimètre: mais en admettant même que l'incertitude de l'observation n'excédât jamais un dixième de millimètre, et en choisissant une des circonstances de ses expériences où la distance est la plus considérable, on trouve qu'une erreur d'un dixième de millimètre en produit une de 16″ sur la divergence des rayons EF et E′F′, quantité qu'on peut porter à 20″ sans crainte de dépasser les erreurs possibles de ce genre d'observations. Ainsi la différence de 2″ que nous venons de trouver n'est que le dixième de cette quantité. A la vérité la marche que nous avons suivie dans nos calculs était peu propre à donner la

N° XLIV mesure exacte de la petite différence entre les résultats des formules de M. Biot et de la véritable loi des vitesses, puisque les inexactitudes du calcul pourraient s'élever, à la rigueur, à une ou deux secondes, c'est-à-dire à une quantité aussi grande que celle qu'il s'agissait de déterminer. Mais en admettant même qu'il fallût ajouter 2″ à la différence trouvée, on voit qu'elle n'excéderait pas 4″, c'est-à-dire le cinquième de l'erreur possible de l'observation.

11. Passons maintenant à la limite en plus des angles d'incidence.

En supposant FEG = 63° 48′, et employant d'abord les véritables vitesses des rayons ordinaire et extraordinaire, on trouve :

KED = 33° 48′ 3″; HDE = 56° 11′ 57″, et IDL = 62° 34′ 21″;

puis,

HDE′ = 55° 49′ 16″; DE′K′ = 34° 10′ 44″; et enfin F′E′G′ = 65° 31′ 21″.
Mais l'angle de départ FEG est égal à . . . . 63° 48′ 0″;

la divergence des deux rayons EF et E′F′ est donc de . . . 1° 43′ 21″.

En supposant au contraire que la vitesse des rayons ordinaires parallèles à l'axe des x est la même que celle des rayons ordinaires parallèles à l'axe des y, que nous avons prise pour unité, et employant les rapports de réfraction qui résultent de cette hypothèse, et que nous avons déjà employés dans le cas précédent, on trouve :

KED = 33° 51′ 55″; HDE = 56° 8′ 5″; et IDL = 62° 18′ 20″;

puis,

HDE′ = 55° 45′ 22″; DE′K′ = 34° 14′ 38″; et enfin F′E′G′ = 65° 31′ 24″.
Mais l'angle de départ FEG est égal à . . . . 63° 48′ 0″;

on a donc pour la divergence des deux rayons EF et E′F′, 1° 43′ 24″.
En employant les vraies vitesses, on avait . . . . 1° 43′ 21″;

Différence . . . . +3″.

Et en supposant même qu'il fallût y ajouter encore 2 pour avoir sa valeur exacte, cette différence ne s'élèverait qu'à 5", c'est-à-dire au quart de l'inexactitude possible de l'observation. N° XLIV

12. Dans les deux manières de calculer la divergence des faisceaux ordinaire et extraordinaire, nous avons toujours supposé le rayon ED parallèle à l'axe des x du cristal; mais il est clair que les rapports de réfraction n'étant pas les mêmes dans les deux cas, la direction que l'on conclut pour le rayon réfracté ED doit varier par rapport aux faces du cristal, et cette différence est d'autant plus sensible que l'angle d'incidence FEG est plus grand; or en partant de la plus grande valeur qu'il ait dans les tableaux des expériences de M. Biot, 63° 48', nous venons de trouver, en employant le véritable rapport, KED = 33° 48' 3", et en supposant constante la vitesse des rayons ordinaires, KED = 33° 51' 55"; la différence est de 3' 52"; mais il est clair qu'elle est trop petite pour apporter un changement sensible dans la vitesse du rayon, à cause de la lenteur avec laquelle celle-ci varie dans le voisinage de l'axe d'élasticité: car le calcul démontre, comme nous l'avons dit, qu'une différence de 35' même ne produit auprès de l'axe qu'une variation d'un dix-millième de $\gamma - \beta$ dans le carré de la vitesse du rayon.

13. Nous avons choisi l'axe des x pour direction des rayons qui traversent le cristal, parce que c'est celle qui réduit les rayons ordinaires à leur *minimum* de vitesse, et qui donne ainsi l'erreur la plus sensible sur les vitesses absolues des deux faisceaux, quand on y applique la vitesse des rayons ordinaires mesurée à son *maximum*. Nous venons de voir que la petite différence qui en résulte sur l'écartement des images est beaucoup moindre que l'incertitude même des observations. Il nous reste à nous assurer si, dans un cas différent, la petite erreur sur la direction des rayons n'en produirait pas une trop sensible sur la différence des carrés des vitesses; car lorsque les rayons sont suffisamment éloignés des axes d'élasticité, cette différence varie avec leur direction. Pour cela cherchons le cas où cette variation soit le plus sensible.

N° XLIV. 14. Il faut laisser les rayons ordinaires dans le plan xz, afin qu'ils restent à leur *minimum* de vitesse, et qu'en employant leur vitesse *maximum* on se trompe le plus possible sur les vitesses absolues des deux faisceaux; mais les écarter de l'axe des x jusqu'à ce que la variation dont nous venons de parler atteigne son *maximum*. Soit X l'angle que le plan d'une onde ordinaire fait avec l'axe des x : sa vitesse de propagation mesurée perpendiculairement à son plan (c'est-à-dire celle à laquelle on peut appliquer la proportion des sinus pour le calcul de la réfraction) sera b^2, et la vitesse de l'onde extraordinaire qui aurait la même direction, $b^2\cos^2 X + c^2\sin^2 X$, ou $b^2 - (b^2 - c^2)\sin^2 X$. La vitesse ordinaire restant constante et égale à b, la différence des carrés des deux vitesses est $(b^2 - c^2)\sin^2 X$, ou $(\gamma - \beta)\sin^2 X$. Si l'on représente par dX la petite erreur que l'on commet sur la direction de l'onde extraordinaire (la seule dont la vitesse varie avec X), en employant un rapport de réfraction un peu inexact, $(\gamma - \beta)\, 2\sin X\cos X\, dX$, ou $(\gamma - \beta)\sin(2X)\, dX$, sera la variation de la différence des carrés des vitesses des deux ondes ordinaire et extraordinaire. Or la petite erreur dX, que l'on commet sur l'angle, est sensiblement proportionnelle à l'erreur dont elle provient et que l'on a commise par l'hypothèse de M. Biot, en supposant la vitesse de l'onde ordinaire égale à a, tandis qu'elle est égale à b : or cette erreur reste constante pour les diverses directions qu'on peut donner aux rayons dans le plan xz; la variation dont il s'agit et qui est représentée par $(\gamma - \beta)\sin(2X)\, dX$, atteindra donc son *maximum* quand $\sin(2X)$ atteindra le sien, c'est-à-dire quand X sera égal à 45° : ce qu'on voyait d'avance. Alors cette expression devient $(\gamma - \beta)\, dX$. Cela posé, il est clair que l'erreur dX sur la direction de l'onde sera d'autant plus grande que l'angle d'incidence F'E'G' sera plus grand. Supposons-lui donc la valeur qu'il avait dans nos derniers calculs : nous avons trouvé pour valeur de DE'K', en employant successivement les véritables vitesses des rayons et celles qui résultent de l'hypothèse de M. Biot, DE'K' = 34° 10' 44", et DE'K' = 34° 14' 38"; la différence est de 3' 54". Il est clair qu'elle ne peut pas augmenter à mesure que les rayons s'éloignent de l'axe des x dans le plan xz (l'in-

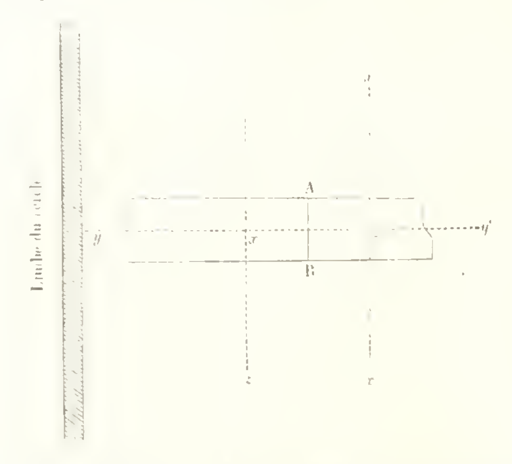
cidence restant la même), puisque alors la vitesse de l'onde ordinaire N° XLIV.
reste constante, et par suite la quantité dont on se trompe sur sa direction en employant a au lieu de b dans le calcul, et que la vitesse de l'onde extraordinaire augmentant un peu, la même erreur sur sa vitesse ne saurait produire qu'une erreur un peu moins sensible sur sa direction; ainsi dX sera au-dessous de 3′ 54″, qui est égal à 0,0008436, c'est-à-dire moindre qu'un millième. Ainsi l'erreur sur la direction de l'onde extraordinaire résultant de l'hypothèse de M. Biot, ne peut pas changer d'un millième de $\gamma - \beta$ la différence $(\gamma - \beta)$ dX des carrés des deux vitesses.

15. Lors même que j'aurais oublié quelques-unes des circonstances dans lesquelles l'inexactitude de cette hypothèse peut avoir l'influence la plus sensible sur l'écartement des images, les résultats numériques que je viens de présenter suffisent pour démontrer que cette influence doit toujours être au-dessous des erreurs inévitables des observations. Ainsi les mesures de M. Biot sur la double réfraction de la topaze présentent une preuve expérimentale très-importante de l'exactitude de ma construction. Mais par leur nature même elles ne peuvent servir à vérifier la loi qui en résulte que relativement à la différence des carrés des rapports inverses des vitesses, et non pas dans les valeurs absolues qu'elle donne de ces vitesses. Il en est de même des expériences de M. Brewster; parce que la forme des anneaux et la nature des couleurs que la lumière polarisée développe dans les plaques cristallisées dépendent bien plus de la différence de vitesse des ondes ordinaires et extraordinaires qui les traversent que des vitesses *absolues* des rayons, et qu'il faudrait se tromper beaucoup sur celles-ci pour qu'il en résultât une erreur sensible sur la teinte. Les expériences de M. Brewster, très-propres à mesurer les petites différences de vitesse, ont l'avantage de prouver que la loi du produit des sinus est exacte jusqu'à la limite en moins; tandis que celles de M. Biot démontrent son exactitude pour de plus grandes valeurs de la différence des carrés des vitesses et jusqu'à sa limite en plus. Les observations

N° XLIX. curieuses de M. Herschel sur les cristaux dans lesquels la dispersion de double réfraction est considérable, et où la direction des axes optiques varie avec la nature des rayons, confirment aussi, à ce qu'il paraît, la loi du produit des sinus, et par conséquent la construction ellipsoïdale, puisque cette loi en découle.

16. Je terminerai cette note en présentant les résultats d'une nouvelle expérience, que j'ai faite pour compléter la vérification de la constance de vitesse de la lumière dans la topaze, quand la direction des vibrations, ou du plan de polarisation, reste la même relativement aux axes du cristal, quelle que soit d'ailleurs celle des rayons.

Après avoir déterminé les axes d'élasticité (avec le plus de précision que j'ai pu par l'observation des plans de polarisation) dans une nouvelle topaze blanche que je me suis procurée, et qui malheureusement était parsemée de petites bulles ou neiges dans presque toute son étendue, je l'ai fait scier en deux morceaux parallèlement au plan des xz, et faisant faire à l'un des deux un quart de révolution, sans changer la face de contact, je les ai fait coller dans les situations respectives représentées par la figure [ci-dessous]. Puis ils ont été travaillés



ensemble, et la continuité de leurs surfaces a été vérifiée par les anneaux colorés, qui n'ont indiqué qu'une différence de deux anneaux : j'ai con-

pensé cette petite différence d'épaisseur avec de la térébenthine de Venise, avec laquelle j'ai collé les deux morceaux accouplés entre deux plaques de verre à faces parallèles. X XLIV

Le plan de la figure est parallèle à celui des faces travaillées, perpendiculairement auxquelles les rayons incidents étaient dirigés. On voit que le grand morceau de gauche était traversé par ces rayons parallèlement à l'axe des x, et le petit morceau de droite parallèlement à son axe des z. Ainsi, dans le premier, les vibrations ordinaires, et, dans le second, les vibrations extraordinaires, s'exécutaient parallèlement à l'axe des y, qui avait la même direction dans les deux morceaux: les rayons ordinaires de gauche et les rayons extraordinaires de droite devaient donc traverser le cristal avec la même vitesse, et les franges résultant de leur interférence occuper la même place que lorsque l'on faisait passer les deux faisceaux interférents au travers d'une seule des deux plaques de topaze, celle de droite ou celle de gauche. C'est aussi ce que l'expérience a confirmé d'une manière satisfaisante, malgré les petites neiges du cristal, qui occasionnaient beaucoup d'irrégularité dans les franges [1]. Vers le milieu de leur longueur, elles n'éprouvaient pas de déplacement sensible : dans le haut le déplacement était presque d'une frange, et dans le bas d'une demi-frange en sens contraire. Or l'épaisseur commune des deux plaques de topaze était de $5^{mm}.31$, et contenait par conséquent $1/1974$ ondulations ordinaires. Ainsi le déplacement d'une frange n'indiquait qu'une différence de marche d'un quinze-millième, et celui d'une demi-frange une différence d'un trente-millième. La direction légèrement oblique que prenaient les franges, quand les deux faisceaux interférents traversaient chacun un morceau différent, provenait peut-être de quelque petit défaut d'homogénéité du cristal employé. Quoi qu'il en soit, cette expérience, jointe à celles que j'ai déjà rapportées dans mon Mémoire, prouve suffisamment, ce me semble, l'exactitude de cette hypothèse, sur laquelle reposent tous mes calculs, savoir, *que la vitesse de propaga-*

[1] J'avais soin de viser toujours au même point du fil du micromètre.

Nº XLIV. *tion des ondes lumineuses dans la topaze, et sans doute dans tous les autres cristaux à deux axes, ne dépend que de la direction des vibrations, ou du plan de polarisation*[a].

Paris, ce 27 mai 1822.

A. FRESNEL.

(a) Voyez la note de l'éditeur, § 33 du Mémoire précédent.

N° XLV.

RAPPORT

FAIT À L'ACADÉMIE DES SCIENCES, DANS LA SÉANCE DU 19 AOÛT 1822,

SUR

UN MÉMOIRE DE M. FRESNEL,

RELATIF À LA DOUBLE RÉFRACTION[a].

Commissaires : MM. Fourier, Ampère et Arago, *rapporteur*[b].

[*Annales de chimie et de physique*, t. XX, p. 337, cahier d'août 1822. — *Œuvres d'Arago*, t. X, p. 445.]

Beaucoup de cristaux jouissent, comme on sait, de la propriété singulière de partager en deux faisceaux distincts chaque pinceau lumineux qui les traverse. Les physiciens, pendant longtemps, ne s'étaient pas accordés entre eux sur les lois mathématiques d'après lesquelles s'effectue cette bifurcation; mais tous, sans exception, avaient admis qu'une moitié de la lumière incidente se réfracte dans le cristal suivant le principe découvert par Descartes, et désignaient cette moitié par le nom de *faisceau ordinaire*. L'objet principal du Mémoire de M. Fresnel est de montrer que, dans certains cristaux qu'on appelle *à deux axes*, il n'y a point de rayon ordinaire proprement dit, ou, en d'autres termes, qu'aucune portion de la lumière qui les traverse ne s'y réfracte en général suivant la loi du sinus.

Avant de présenter l'analyse de l'important travail de M. Fresnel, il ne sera peut-être pas inutile de rappeler qu'il y a, dans tous les cristaux doués de la

---

[a] Voir, à l'occasion de ce rapport, la lettre à M. Léonor Fresnel du 23 juillet 1822. (De S.)

[b] Poisson, nommé commissaire, s'était probablement abstenu.

N° XLV. double réfraction, des directions particulières suivant lesquelles il ne se forme pas de double image : ces directions portent le nom d'*axes*. Dans certains cristaux, comme, par exemple, le carbonate de chaux, le quartz, etc. on ne trouve qu'un seul axe : dans d'autres, tels que la topaze, on en reconnaît deux : personne jusqu'ici n'a vu de cristaux à trois axes, et il est même fort douteux qu'il en existe de tels.

On n'a découvert jusqu'à présent que deux méthodes distinctes pour mesurer la puissance réfractive des corps. Dans l'une, que presque tous les physiciens ont pratiquée, on suit les rayons dans les déviations qu'ils éprouvent en traversant des prismes, on en déduit, pour une inclinaison donnée, les angles d'incidence et de réfraction, et par suite le rapport des sinus. Dans la seconde, beaucoup moins connue, on détermine directement le changement de vitesse qu'éprouve le rayon en passant du vide dans le milieu. Mais quel que soit le système qu'on adopte sur la nature de la lumière, ces deux déterminations rentrent l'une dans l'autre. L'auteur du Mémoire s'étant presque exclusivement servi de la seconde méthode, nous rappellerons ici, sinon les principes sur lesquels elle se fonde, du moins le système d'opérations qu'elle nécessite.

On adapte au volet de la chambre obscure une lentille à court foyer sur laquelle un miroir extérieur, celui d'un héliostat, par exemple, envoie horizontalement les rayons solaires. Après avoir formé ainsi un point rayonnant, on fait tomber la lumière qui en émane sur deux fentes très-fines pratiquées dans une lame métallique. Chaque fente éparpille la lumière qui la traverse : les deux pinceaux dilatés se croisent alors derrière l'écran, et donnent naissance, par leur interférence, à un système de franges alternativement brillantes et obscures. La frange centrale est toujours brillante : elle résulte de la réunion de deux rayons qui ont parcouru des chemins parfaitement égaux, ces chemins étant comptés à partir du foyer de la lentille.

Si, sans rien changer aux dispositions précédentes, on place sur la route parcourue par les rayons, devant ou derrière chacune des fentes, des lames diaphanes de même épaisseur et de même réfringence, les franges resteront immobiles ; elles se déplaceront au contraire dès l'instant où les deux milieux interposés, quoique d'égale épaisseur, différeront en pouvoirs réfractifs ; la quantité de ce mouvement, mesurée avec le micromètre, conduira, par un calcul très-simple, à la détermination du rapport des sinus dans les deux

lames interposées. Le moyen s'applique avec une égale facilité aux faisceaux, soit ordinaires, soit extraordinaires. C'est peut-être une singularité de cette méthode qui n'est pas indigne de remarque, qu'elle puisse fournir la mesure des pouvoirs réfractifs par l'observation de rayons qui ne se réfractent point, et traversent les corps en ligne droite. N° XLV

Appliquons maintenant ce procédé à un cas particulier. Veut-on savoir, par exemple, si la topaze a la même réfringence dans deux directions données? On la sciera d'abord suivant ces deux directions, comme l'a fait M. Fresnel, en lames à peu près parallèles, auxquelles on donnera la même épaisseur en les travaillant ensemble; il ne restera plus ensuite qu'à les appliquer l'une et l'autre sur les deux fentes de l'écran, de manière toutefois que chaque lame ne couvre qu'une fente : or, dans ce cas-ci, les franges, quel que soit le sens des coupes, n'occuperont presque jamais la même place avant et après l'interposition des lames. En comparant deux sections particulières que M. Fresnel fait connaître, et qui lui avaient été indiquées d'avance par sa théorie, le déplacement s'est élevé dans les expériences jusqu'à 20 franges : l'incertitude de l'observation n'était pas d'une demi-frange. Il est donc démontré, tout singulier que ce résultat puisse paraître, que, dans la topaze, et à l'égard de ces rayons que jusqu'ici on avait appelés *ordinaires*, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction n'est pas constant.

Quoique les principes sur lesquels M. Fresnel s'est appuyé dans ses expériences soient maintenant au nombre des vérités les plus incontestables de l'optique, on a pensé qu'il serait utile de s'assurer des variations de réfraction dont nous venons de parler, par une méthode plus directe, c'est-à-dire par l'observation immédiate de la déviation des images. L'auteur s'est prêté avec empressement à ce moyen de vérification, et nous a montré des prismes de même angle qui, taillés en divers sens dans une topaze, ne réfractaient pas également les rayons ordinaires. En choisissant les coupes particulières qui avaient donné le plus grand déplacement des franges dans les expériences de diffraction, et travaillant simultanément les deux prismes sous un angle commun de $92^\circ \frac{1}{2}$, M. Fresnel a exécuté un petit appareil où la différence des déviations des rayons ordinaires est tellement manifeste qu'elle n'échapperait pas à l'œil le moins exercé. On doit à MM. Brewster et Biot un grand nombre d'expériences très-précises sur les cristaux à deux axes; mais ces habiles physiciens n'ont pas découvert la véritable loi des déviations absolues des rayons

N° XLV. puisqu'ils supposent l'un et l'autre que, sous des inclinaisons égales, la réfraction du faisceau ordinaire est la même, quel que soit le sens des coupes. Suivant M. Fresnel, tous les phénomènes de la double réfraction dans les cristaux à deux axes peuvent être prévus et calculés à l'aide d'un ellipsoïde à trois axes et d'après la construction dont voici l'énoncé.

Deux rayons, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, se meuvent DANS UN CRISTAL suivant une direction unique, et l'on veut connaître leurs vitesses. Pour cela, il faut considérer un point quelconque de cette direction comme le centre d'un ellipsoïde à trois axes inégaux. On mène ensuite par ce centre un plan perpendiculaire à la direction commune des deux rayons. Les moitiés du grand et du petit axe de la section elliptique faite par ce plan dans la surface représentent les deux vitesses de propagation, si l'on adopte le système des ondes, et l'unité divisée par ces mêmes vitesses dans le système de l'émission. Quant aux plans de polarisation des deux faisceaux, ils sont respectivement perpendiculaires aux demi-axes de l'ellipse qui représentent les vitesses.

Telle est la loi donnée par M. Fresnel. Examinons d'abord, dans quelques cas particuliers, si les conséquences qui s'en déduisent s'accordent avec les faits.

Un ellipsoïde à trois axes inégaux peut être coupé suivant un cercle par deux de ses plans diamétraux. Il doit donc y avoir en général, dans les cristaux, deux directions perpendiculaires à ces plans, suivant lesquelles les rayons ordinaires et extraordinaires auront respectivement les mêmes vitesses et marcheront sans se séparer. Telles sont en effet les propriétés des deux axes de la topaze et de tous les cristaux semblables.

Quand l'ellipsoïde est de révolution, les deux sections circulaires dont nous venons de parler se confondent avec le plan de l'équateur, et les deux directions sans double réfraction se réduisent à une direction unique parallèle dans tous les points à l'axe de révolution de la surface. Toute section elliptique faite par un plan diamétral quelconque a son grand ou son petit axe constant et situé dans le plan de l'équateur. Un des deux faisceaux réfractés devra donc conserver la même vitesse dans tous les sens et sous toutes les inclinaisons, pendant que celle de l'autre variera. Nous étions en effet rentrés, par notre supposition, dans le cas, traité par Huyghens, des cristaux à un seul axe.

On voit enfin que si les trois axes de l'ellipsoïde devenaient égaux entre eux, il n'y aurait plus, dans aucune direction, ni inégalité de vitesse, ni double

image, ni polarisation : c'est ce qu'on observe en effet dans la plupart des corps diaphanes. N° XLV

Passons maintenant à des épreuves plus délicates : si la loi donnée par M. Fresnel est exacte, les deux axes d'un cristal étant connus ainsi que l'énergie de sa double réfraction, on pourra déterminer les directions particulières dans lesquelles les rayons ordinaires auront les vitesses les plus inégales et assigner la valeur de la différence. Le plan qui contient ces deux directions a la singulière propriété que les rayons extraordinaires s'y meuvent également vite. Sur ces trois points, l'expérience s'est parfaitement accordée avec la théorie.

Il résulte des nombreuses expériences de MM. Brewster et Biot, que la différence des carrés des vitesses de deux rayons, l'un ordinaire et l'autre extraordinaire, qui se meuvent dans un cristal suivant une même direction, est proportionnelle au produit des sinus des angles formés par cette direction avec les deux axes. La construction de M. Fresnel conduit à la même loi; et comme l'écartement des deux images ne dépend sensiblement que de la différence des vitesses, cette construction se trouve appuyée, sous ce rapport, par une grande masse de mesures de déviations angulaires. Ces mesures, il est vrai, ne peuvent pas servir seules à calculer les réfractions absolues des rayons, et reposent sur la supposition inexacte que le faisceau ordinaire se meut toujours dans le cristal avec la même vitesse : mais combinées avec les observations faites par l'auteur sur les inégalités de réfraction de ce faisceau, elles fournissent des vérifications expérimentales très-précieuses, et auxquelles la loi donnée par M. Fresnel satisfait sans exception.

Quant aux directions relatives des rayons incidents et réfractés, elles sont rigoureusement déterminées par la condition du chemin parcouru dans le temps le plus court, si l'on prend les vitesses proportionnelles aux deux demi-axes de la section elliptique, ou par le principe de la moindre action, quand on adopte les rapports inverses pour ces mêmes vitesses.

Le Mémoire dont nous venons de présenter l'analyse renferme un chapitre fort étendu, dans lequel M. Fresnel expose ses idées théoriques sur le genre particulier d'ondulations qui, suivant lui, constituent la lumière [1] : le temps

[1] Dans le *Bulletin des Sciences de la Société philomatique*, mois d'avril et mai derniers, on trouvera un exposé succinct de cette partie du Mémoire de M. Fresnel [a].

[a] Voy. le N° suivant.

N° XLV. ne nous a pas encore permis de l'examiner avec toute l'attention nécessaire. Il nous serait impossible d'émettre aujourd'hui à ce sujet une opinion arrêtée : la Commission pourra y revenir dans une autre circonstance; mais elle a cru ne pas devoir tarder davantage à faire connaître un travail dont la difficulté est attestée par les efforts infructueux de plusieurs habiles physiciens, et où brillent au même degré le talent des expériences et l'esprit d'invention. Nous pensons que l'Académie doit accorder à M. Fresnel un nouveau témoignage de sa satisfaction, et faire imprimer le plus tôt possible l'important Mémoire dont nous venons de lui rendre compte dans le Recueil des Savants étrangers.

N° XLVI.

EXTRAIT DU SECOND MÉMOIRE

SUR

LA DOUBLE RÉFRACTION[1].

(*Annales de chimie et de physique*, t. XXVIII, p. 263, cahier de mars 1825.
— *Bulletin de la Société philomatique*, pour 1822, p. 63.)

On avait supposé jusqu'à présent que, dans tous les cristaux qui divisent la lumière en deux faisceaux, un de ces faisceaux suit toujours les lois de la réfraction ordinaire. Les expériences de Huyghens, de Wollaston et de Malus ayant démontré ce principe pour le spath calcaire, on l'avait étendu par analogie à toutes les autres substances douées de la double réfraction. Les considérations mécaniques au moyen desquelles je suis parvenu à l'expliquer pour les cristaux à un axe, et que

[1] Cet extrait avait déjà été publié, en 1822, dans le Bulletin de la Société philomatique : on n'a fait ici que de légers changements à sa rédaction [a].

M. Arago a rendu compte de la partie expérimentale du Mémoire dans un rapport fait à l'Institut, et publié en 1822, dans le t. XX des Annales de chimie et de physique (Voyez le numéro précédent.)

[a] Ces changements de pure forme sont inutiles à signaler. (Dr S.)

Les Annales de chimie et de physique indiquent que le Mémoire dont on va lire l'extrait est celui que Fresnel avait présenté à l'Institut le 26 novembre 1821 ; mais la comparaison la moins attentive de ces deux pièces suffit à montrer que l'indication est erronée. Cet extrait contient le résumé définitif des dernières idées de Fresnel sur la double réfraction, et ne peut se rapporter en conséquence qu'au Mémoire imprimé dans le tome VII du Recueil de l'Académie des sciences, N° XLVII de cette édition. (E. Verdet.)

N° XLVI. j'ai exposées dans ces Annales (t. XVII, p. 179 et suivantes), me firent sentir que le même principe n'était plus applicable aux cristaux à deux axes, et que dans ceux-ci aucun des deux faisceaux ne devait suivre les lois de la réfraction ordinaire, ou, en d'autres termes, que les rayons appelés *ordinaires* devaient éprouver eux-mêmes des variations de vitesse analogues à celles des rayons extraordinaires; c'est aussi ce que l'expérience a confirmé.

La théorie des ondes ne m'annonçait pas ces variations d'une manière vague : elle me donnait le moyen d'en calculer l'étendue d'après les éléments de la double réfraction du cristal, c'est-à-dire son degré d'énergie et l'angle des deux axes. J'avais fait d'avance ce calcul pour la topaze limpide, d'après les données tirées des observations de M. Biot; et l'expérience s'est accordée d'une manière satisfaisante avec le calcul, ou du moins la petite différence que j'ai observée peut être attribuée à quelque inexactitude dans les coupes du cristal ou la direction des rayons, et peut-être aussi à quelque légère différence de propriétés optiques entre ma topaze et celle de M. Biot.

Pour mesurer les variations de vitesse des rayons ordinaires, j'ai employé successivement la méthode d'interférences que fournit la diffraction, et le procédé que M. Biot a suivi dans ses recherches sur la double réfraction. Afin de comparer plus aisément par l'une et l'autre méthode la marche des rayons qui traversaient les deux plaques ou les deux prismes tirés du même cristal, j'avais fait travailler ensemble les deux plaques collées bord à bord, ainsi que les deux prismes, de manière que, dans chaque appareil, les faces des deux morceaux contigus fussent exactement sur un même plan; ce qui avait été vérifié par la réflexion et au moyen des anneaux colorés que le contact d'un verre légèrement convexe faisait naître sur la surface des deux cristaux : après quoi chaque appareil avait été légèrement pressé entre deux verres plans, enduits d'une mince couche de térébenthine, qui complétait le poli et servait en même temps à compenser presque exactement le petit défaut de continuité des deux surfaces contiguës. Les verres plans collés sur les prismes de topaze étaient eux-mêmes prismatiques, et

présentaient, chacun en sens contraire de l'angle du cristal, un angle égal à la moitié de celui-ci, de manière à l'achromatiser. Dans l'appareil composé de deux plaques de topaze, ces verres étaient des plaques à faces parallèles. N° XLVI

Pour obtenir la plus grande différence de réfraction entre les faisceaux ordinaires, il faut qu'étant l'un et l'autre perpendiculaires à la ligne qui divise en deux parties égales l'angle aigu des deux axes, l'un des faisceaux soit parallèle et l'autre perpendiculaire au plan des axes. Il est à remarquer que, dans la même circonstance, les rayons extraordinaires conservent au contraire une vitesse constante, conformément à la théorie. Ainsi lorsque le faisceau lumineux, restant perpendiculaire à l'axe moyen, tourne autour de cet axe, la vitesse des rayons extraordinaires reste constante, et celle des rayons ordinaires éprouve les plus grandes variations dont elle est susceptible; et réciproquement, lorsque le faisceau lumineux tourne autour de la ligne qui divise en deux parties égales l'angle obtus des deux axes, en restant perpendiculaire à cette ligne, les rayons ordinaires conservent la même vitesse, et la réfraction extraordinaire passe du *maximum* au *minimum*.

Les idées théoriques qui m'ont conduit à cette découverte reposent sur l'hypothèse que les vibrations lumineuses s'exécutent uniquement suivant des directions parallèles à la surface des ondes. Dans la note déjà citée, où j'ai présenté cette hypothèse avec quelque développement, j'ai fait voir qu'il suffisait d'admettre dans l'éther une résistance assez grande à la compression pour concevoir l'absence des vibrations longitudinales. D'après cette supposition sur la nature des vibrations lumineuses, la lumière polarisée est celle dans laquelle les oscillations transversales s'exécutent constamment suivant une même direction, et la lumière ordinaire est la réunion et la succession rapide d'une infinité de systèmes d'ondes polarisés dans toutes les directions. L'acte de la polarisation ne consiste pas à créer ces vibrations transversales, mais à les décomposer suivant deux directions rectangulaires constantes, et à séparer les deux systèmes d'ondes ainsi produits, soit seulement par

N° XLVI. leur différence de vitesse, comme dans les lames cristallisées, soit aussi par une différence d'inclinaison des ondes et des rayons, comme dans les cristaux taillés en prismes ou les plaques épaisses de carbonate de chaux; car partout où il y a différence de vitesse entre les rayons, la réfraction peut les faire diverger. Enfin, d'après la même théorie, le plan de polarisation est le plan perpendiculairement auquel s'exécutent les vibrations transversales.

Cela posé, je considère un milieu doué de la double réfraction comme présentant des élasticités différentes dans les diverses directions; et j'entends ici par *élasticité* la force plus ou moins grande avec laquelle le déplacement d'une tranche du milieu vibrant entraîne le déplacement de la tranche suivante. Je suppose toujours que ces tranches ne se rapprochent ni ne s'écartent les unes des autres, mais glissent seulement chacune dans leur plan, et d'une quantité très-petite relativement à la distance qui sépare deux molécules consécutives de l'éther.

Lorsque la lumière traverse un corps diaphane, les molécules propres de ce corps participent-elles aux vibrations lumineuses, ou celles-ci se propagent-elles seulement par l'éther renfermé dans le corps? C'est une question qui n'est pas encore résolue. Mais quand même l'éther serait le seul véhicule des ondes lumineuses, l'hypothèse qu'on vient d'énoncer pourrait être admise; car un arrangement particulier des molécules du corps peut modifier l'élasticité de l'éther, c'est-à-dire la dépendance mutuelle de ses couches consécutives, de manière qu'elle n'ait pas la même énergie dans tous les sens. Ainsi, sans chercher à découvrir si tout le milieu réfringent ou seulement une portion de ce milieu participe aux vibrations lumineuses, nous ne considérerons que la partie vibrante quelle qu'elle soit; et la dépendance mutuelle de ses molécules sera ce que nous appellerons l'*élasticité du milieu*.

Quand on déplace une molécule dans un milieu élastique, la résultante des forces qui tendent à la ramener à sa première position n'est pas généralement parallèle à la direction suivant laquelle elle a été

déplacée : il faut pour cela que les résultantes des forces qui poussent N° XLVI.
cette molécule de droite et de gauche, dans chaque azimut, aient la même intensité. Les directions pour lesquelles cette condition est remplie, c'est-à-dire suivant lesquelles la molécule est repoussée dans la direction même de son déplacement, sont ce que j'appelle les *axes d'élasticité* du milieu, et que je considère comme les *véritables axes* du cristal.

Dans le Mémoire dont je présente ici l'extrait, je démontre d'abord que *lorsqu'un système quelconque de points matériels est en équilibre, il y a toujours, pour chacun d'eux, trois axes rectangulaires d'élasticité.* Il suffit ensuite de supposer que ces axes sont parallèles dans toute l'étendue du milieu, et que les petits déplacements des molécules n'éprouvent pas la même résistance suivant ces trois directions rectangulaires, pour représenter toutes les propriétés optiques des substances qu'on appelle *cristaux à un axe* ou *à deux axes.*

Si l'on prend, sur chacun des trois axes rectangulaires d'élasticité et sur des rayons vecteurs menés dans tous les sens, des longueurs proportionnelles aux racines carrées des élasticités mises en jeu par les petits déplacements parallèles à chacune de ces directions, on formera ainsi une surface qui représentera la loi des élasticités du milieu, et que, pour cette raison, nous appellerons *surface d'élasticité :* elle donnera immédiatement, par la longueur de chaque rayon vecteur, la vitesse de propagation des vibrations parallèles, parce que la vitesse sera encore ici proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité. On ne suppose pas dans cette construction que le carré du rayon vecteur soit la résultante entière des forces qui repoussent la molécule déplacée suivant sa direction, mais seulement la composante parallèle au rayon vecteur : cette résultante peut toujours se décomposer en deux forces, l'une parallèle et l'autre perpendiculaire au rayon vecteur. Quand la molécule est obligée de suivre le rayon vecteur, c'est-à-dire quand le plan de l'onde est perpendiculaire à l'autre composante, celle-ci n'a aucune influence sur la vitesse de propagation, puisqu'elle ne peut contribuer au déplacement des couches du milieu parallèlement à la

N° XLVI. surface des ondes; on n'a donc plus à considérer alors que la force dirigée suivant le rayon vecteur : or c'est toujours à ce cas que je ramène toutes les questions de la propagation des ondes dans le cristal.

C'est ici le lieu de remarquer que, lorsque le plan de l'onde n'est pas normal à la composante perpendiculaire au rayon vecteur, celle-ci tend à changer, d'une tranche à l'autre, la direction du mouvement vibratoire, auquel on ne peut pas appliquer alors les lois ordinaires de la propagation des ondes; mais il devient aisé de suivre sa marche si on le décompose en deux autres mouvements rectangulaires dirigés suivant le plus grand et le plus petit rayon vecteur compris dans le plan de l'onde, pour lesquels la seconde composante est normale à ce plan (ainsi que le calcul le démontre), et ne peut plus par conséquent dévier la direction du mouvement vibratoire, qui s'exécute et se propage alors comme dans les milieux d'une élasticité uniforme : seulement les deux systèmes d'ondes ainsi produits, développant des forces accélératrices différentes, ne se propagent pas l'un et l'autre avec la même vitesse; et l'intervalle qui sépare leurs points correspondants devient d'autant plus sensible qu'ils ont parcouru une plus grande épaisseur du cristal. Ce sont ces deux systèmes d'ondes qui donnent naissance aux phénomènes de coloration des lames cristallisées ou à la bifurcation des rayons lorsque le cristal est taillé en prisme; car leur différence de vitesse entraîne nécessairement une différence de réfraction. Quand on connaît la loi des vitesses de propagation de chaque système d'ondes, on peut toujours déterminer le changement d'inclinaison qu'ils éprouvent à leur entrée dans le prisme et à leur sortie, et calculer ainsi les inclinaisons relatives des faisceaux incidents et émergents : c'est pourquoi nous ne nous occuperons ici que de la recherche de la loi des vitesses.

Il est à remarquer d'abord qu'il suffit de connaître les trois axes de la surface d'élasticité pour déterminer la longueur de tous ses rayons vecteurs, quelle que soit la nature de l'action réciproque des molécules du milieu vibrant, si du moins l'on ne considère que de très-petits déplacements de ces molécules, comme nous l'avons supposé jusqu'à

présent. Si l'on représente par a, b et c les trois demi-axes de la surface, par X, Y et Z les angles qu'un rayon vecteur quelconque fait avec ces axes, et par v la longueur de ce rayon vecteur, l'équation de la surface d'élasticité est : N° XLVI.

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z.$$

Le calcul qui conduit à ce résultat est fondé sur ce principe, facile à démontrer, *que tout petit déplacement d'une molécule, suivant une direction quelconque, produit une force répulsive qui équivaut rigoureusement, en grandeur et en direction, à la résultante des trois forces répulsives que produiraient séparément trois déplacements rectangulaires et respectivement égaux aux composantes statiques du premier déplacement parallèles à leurs directions.* On suppose ici qu'il n'y a qu'une molécule déplacée, et que toutes les autres sont restées dans leurs positions primitives.

Il est facile ensuite de démontrer que les élasticités mises en jeu par les déplacements complexes des molécules dans les ondes planes et indéfinies suivent la même loi que les élasticités mises en jeu par le déplacement d'une seule molécule, indépendamment de toute hypothèse sur la nature des forces moléculaires, du moins tant qu'on ne fait pas varier le plan de l'onde, mais seulement la direction des vibrations. Pour prouver que l'équation qui représente la loi des élasticités développées dans le cas du déplacement d'une seule molécule convient également aux élasticités mises en jeu dans les ondes lumineuses, quelle que soit la direction de leur surface, il suffit d'établir de plus que l'élasticité développée dépend uniquement de la direction des petits déplacements moléculaires, et reste constante malgré les variations du plan de l'onde, tant que cette direction ne change pas. C'est ce que j'ai vérifié sur la topaze par plusieurs expériences très-soignées, dans lesquelles j'ai comparé les vitesses de propagation de rayons traversant le cristal dans des sens différents, mais dont les mouvements vibratoires ou les plans de polarisation affectaient la même direction : j'ai toujours trouvé qu'alors les vitesses sont les mêmes, c'est-à-dire qu'elles ne dépendent pas de la direction du rayon, mais seulement de

N° XLVI celle de son plan de polarisation. Ce second théorème est-il aussi général que le premier et indépendant de toute hypothèse sur la loi de l'action réciproque des molécules du milieu vibrant? C'est ce que je n'ai pas encore approfondi; j'ai trouvé seulement qu'on pourrait en rendre raison par des hypothèses très-simples et très-admissibles.

A l'aide de l'équation ci-dessus, on détermine à la fois les vitesses de propagation des ondes ordinaires et extraordinaires, ainsi que la direction de leurs plans de polarisation : il suffit de calculer la courbe d'intersection de la surface d'élasticité avec un plan diamétral parallèle à l'onde : le plus grand et le plus petit rayon vecteur compris dans le plan sécant donneront par leurs directions celles des vibrations ordinaires et extraordinaires, et partant celles de leurs plans de polarisation, qui sont perpendiculaires à ces vibrations; tandis que leurs longueurs représenteront les vitesses de propagation des ondes ordinaires et extraordinaires, comptées perpendiculairement au plan sécant.

Il y a toujours deux plans diamétraux qui coupent cette surface suivant un cercle; ils passent par l'axe moyen et sont également inclinés sur chacun des deux autres axes. Les ondes parallèles à ces plans ne pourront avoir qu'une seule vitesse de propagation, puisque, tous les rayons vecteurs contenus dans ces plans étant égaux, les vibrations parallèles développeront toujours les mêmes forces accélératrices, dans quelque direction qu'elles s'exécutent d'ailleurs. De plus, les composantes perpendiculaires aux rayons vecteurs étant toutes perpendiculaires au plan sécant, pour le cas particulier des sections circulaires, le milieu réfringent ne pourra plus dévier les mouvements oscillatoires des ondes parallèles, ni par conséquent changer leur plan de polarisation. Si donc on coupe le cristal parallèlement au plan d'une des sections circulaires, et qu'on y introduise perpendiculairement des rayons polarisés suivant un azimut quelconque, l'onde incidente étant parallèle à la face d'entrée, lui sera encore parallèle dans l'intérieur du cristal, et n'éprouvera conséquemment ni double réfraction ni déviation de son plan de polarisation. Ainsi les deux directions perpendiculaires aux sections circulaires présentent tous les caractères de ce qu'on

appelle *les axes du cristal* : j'ai proposé de leur donner le nom d'*axes optiques*, pour les distinguer des axes d'élasticité. L'expérience confirme la relation que cette construction établit entre l'angle des deux axes optiques et les autres éléments de la double réfraction du cristal. N° XLVI.

On sait que les rayons de diverses couleurs, ou, en d'autres termes, les ondes de diverses longueurs, ne se propagent pas avec des vitesses égales dans le même milieu, et que leur vitesse de propagation est d'autant plus petite qu'elles sont plus courtes : ce phénomène peut s'expliquer en admettant que les sphères d'activité des forces qui tendent à ramener les molécules du milieu dans les positions d'équilibre s'étendent à des distances sensibles relativement à la longueur des ondulations lumineuses, dont les plus longues n'ont pas un millième de millimètre : alors on trouve, comme je le montre dans mon Mémoire, que les ondes les plus courtes doivent se propager un peu plus lentement que les autres. En conséquence, les trois demi-axes a, b, c, qui représentent les vitesses de propagation des vibrations parallèles, doivent varier un peu pour les ondes de longueurs différentes, d'après la théorie comme d'après l'expérience : or il est très-possible que cette variation n'ait pas lieu suivant le même rapport dans les trois axes; alors l'angle que les deux sections circulaires font entre elles et partant l'angle des deux axes optiques ne seraient plus les mêmes pour les rayons de diverses couleurs, ainsi que M. Brewster et M. Herschel l'ont remarqué dans plusieurs cristaux.

Lorsque le point de mire sur lequel on observe les effets de la double réfraction est assez éloigné pour qu'on puisse considérer l'onde incidente comme sensiblement plane, ainsi que nous l'avons fait jusqu'ici, elle l'est encore après sa réfraction dans le cristal; et pour déterminer la divergence des rayons ordinaires et extraordinaires, qui ne peut être sensible alors qu'autant que le cristal est prismatique, il suffit de connaître les changements d'inclinaison des deux systèmes d'ondes à leur entrée dans le prisme et à leur sortie. On peut calculer chaque angle de réfraction à l'aide de l'équation des élasticités, ou plutôt des vitesses, d'après le principe général que les sinus des angles des ondes inci-

N° XLVI. dentes et réfractées avec la surface du milieu réfringent sont entre eux comme les vitesses de propagation de ces ondes en dedans et en dehors du milieu : ce sera suivant une direction perpendiculaire à l'onde émergente qu'on verra l'image du point de mire.

Mais lorsque ce point est assez rapproché et la double réfraction assez forte, il devient nécessaire de connaître la loi de courbure des ondes lumineuses dans l'intérieur du cristal, c'est-à-dire l'équation de leur surface, pour calculer les directions suivant lesquelles on verra les deux images du point de mire au travers du cristal. Il résulte du principe de la composition des petits mouvements que tout plan tangent à la surface de l'onde (supposée tout entière dans le même milieu) doit être distant de son centre d'une quantité égale à l'espace parcouru au même instant par une onde plane indéfinie, partie de ce point à l'origine du mouvement, et parallèle à l'élément de l'onde courbe situé dans le plan tangent. Or ces espaces parcourus par des ondes planes indéfinies, comptés perpendiculairement à leur surface, sont proportionnels, pour toutes les directions, au plus grand et au plus petit rayon vecteur des sections diamétrales de la surface d'élasticité parallèles à ces ondes planes. L'équation du plan sécant étant $z = mx + ny$, le plus grand et le plus petit rayon vecteur de la section sont donnés par la relation suivante :

$$(a^2 - v^2)(c^2 - v^2)n^2 + (b^2 - v^2)(c^2 - v^2)m^2 + (a^2 - v^2)(b^2 - v^2) = 0,$$

dans laquelle v représente à la fois le plus grand et le plus petit rayon vecteur. Ainsi la surface de l'onde courbe est touchée par chaque plan parallèle au plan sécant et distant de l'origine d'une quantité égale à la valeur de v tirée de l'équation ci-dessus. Or cette condition est satisfaite par l'équation suivante, qui est conséquemment celle de la surface de l'onde :

$$(a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2)(x^2 + y^2 + z^2) - a^2(b^2 + c^2)x^2 - b^2(a^2 + c^2)y^2 - c^2(a^2 + b^2)z^2 + a^2b^2c^2 = 0$$

Si dans la construction que Huyghens a donnée pour déterminer la direction des rayons réfractés par le spath d'Islande, et qui peut s'ap-

pliquer à toute forme d'onde, on substitue à la sphère et à l'ellipsoïde N° XLVI.
de révolution la surface à deux nappes représentée par cette dernière équation, et qu'on opère d'ailleurs de la même manière, on aura deux plans tangents, dont les points de contact joints au centre de l'onde donneront la direction du *rayon ordinaire* et du *rayon extraordinaire*.

Lorsque deux des axes d'élasticité sont égaux, b et c, par exemple, cette équation peut être mise sous la forme,

$$(x^2+y^2+z^2-b^2)\left[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2\right]=0,$$

qui est le produit de l'équation d'une sphère par celle d'un ellipsoïde de révolution. Alors les deux sections circulaires de la surface d'élasticité se confondent avec le plan yz, et les deux axes optiques avec l'axe des x : c'est le cas des cristaux *à un axe*, tels que le spath calcaire. Mais quand les trois axes sont inégaux, l'équation générale n'est plus décomposable en facteurs rationnels du second degré.

La surface des ondes lumineuses dans les cristaux pour lesquels a, b et c sont inégaux, peut être engendrée par une construction très-simple, qui établit une relation immédiate entre la longueur et la direction de ses rayons vecteurs. Si l'on conçoit un ellipsoïde ayant les mêmes demi-axes a, b et c, et si, l'ayant coupé par un plan diamétral quelconque, on élève sur ce plan, au centre de l'ellipsoïde, une perpendiculaire égale au plus petit ou au plus grand rayon vecteur de la section, l'extrémité de cette perpendiculaire appartiendra à la surface de l'onde, ou, en d'autres termes, la longueur de cette perpendiculaire sera celle du rayon vecteur correspondant de la surface de l'onde, et donnera ainsi la vitesse des *rayons lumineux* qui se propagent dans cette direction : car ces rayons vecteurs doivent présenter effectivement, d'après la théorie des ondes, tous les caractères optiques qu'on attache aux mots *rayon lumineux*. C'est un principe que nous ne pourrions pas démontrer sans entrer dans des détails un peu longs, mais qu'il était nécessaire d'énoncer ici pour faciliter la traduction des conséquences de la théorie des ondes dans le langage mieux connu du système de l'émission.

N° XLVI. Si l'on divise l'unité par les carrés des deux demi-axes d'une section diamétrale de l'ellipsoïde, la différence entre ces quotients est proportionnelle au produit des sinus des angles que la perpendiculaire à cette section fait avec les deux normales aux plans des sections circulaires, c'est-à-dire avec les deux axes optiques[1] du cristal. Cette conséquence de la théorie des ondes, traduite dans le langage de l'émission, où les rapports des vitesses attribuées aux rayons sont inverses, est précisément la loi de la différence des carrés des vitesses que M. Brewster avait déduite de ses expériences, et qui avait été confirmée depuis par celles de M. Biot, auquel on doit la forme simple du produit des deux sinus.

La règle que M. Biot avait donnée pour déterminer la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires s'accorde aussi avec la construction que nous venons d'énoncer, ou du moins la légère différence qu'on remarquera en y réfléchissant ne paraît pas susceptible d'être saisie par l'observation. Ainsi l'exactitude de cette construction se trouve établie à la fois par les expériences antérieures de M. Brewster et de M. Biot, et les nouvelles observations que j'ai faites pour la vérifier.

La théorie de la double réfraction dont nous avons exposé dans cet extrait les principaux résultats, et la construction si simple qu'on en déduit, présentent ce caractère remarquable que toutes les inconnues sont déterminées en même temps par la solution du problème. On trouve à la fois la vitesse du rayon ordinaire, celle du rayon extraordinaire et leurs plans de polarisation. Les physiciens qui ont souvent réfléchi sur les lois de la nature sentiront que cette simplicité et ces relations intimes entre les diverses parties du phénomène offrent de grandes probabilités en faveur de la théorie qui les établit.

[1] Les plans des sections circulaires de l'ellipsoïde et de la surface d'élasticité ne coïncident pas rigoureusement, et par conséquent les normales à ces plans diffèrent un peu, mais d'un angle qui est très-petit pour tous les cristaux à deux axes connus jusqu'à présent : on peut également donner le nom d'*axe optique* à l'une ou l'autre de ces normales.

Longtemps avant de l'avoir conçue, et par la seule méditation des faits, j'avais senti qu'on ne pouvait découvrir la véritable explication de la double réfraction sans expliquer en même temps le phénomène de la polarisation, qui l'accompagne constamment : aussi est-ce après avoir trouvé quel mode de vibration constituait la polarisation de la lumière, que j'ai entrevu sur-le-champ les causes mécaniques de la double réfraction. Il me semblait encore plus évident que les vitesses des faisceaux ordinaire et extraordinaire devaient être, en quelque sorte, les deux racines d'une même équation; et je n'ai jamais pu admettre un seul instant l'explication d'après laquelle ce seraient deux milieux différents, le corps réfringent, par exemple, et l'éther qu'il renferme, qui transmettraient, l'un les ondes extraordinaires et l'autre les ondes ordinaires; et en effet, si ces deux milieux pouvaient transmettre séparément les ondes lumineuses, on ne voit pas pourquoi les deux vitesses de propagation seraient rigoureusement égales dans la plupart des corps réfringents, et pourquoi des prismes de verre, d'eau, d'alcool, etc. ne diviseraient pas aussi la lumière en deux faisceaux distincts. N° XLVI

Dans le Mémoire dont je viens de donner un extrait (que j'aurais désiré pouvoir développer davantage), j'explique aussi par la même théorie pourquoi la réfraction d'un milieu homogène ne divise jamais la lumière en trois ou quatre faisceaux, mais seulement en deux, et pourquoi il ne peut pas y avoir plus de deux axes optiques dans les cristaux, du moins tant que les trois axes d'élasticité de chacun des points du milieu réfringent sont parallèles dans toute son étendue : ce qui doit avoir lieu quand les lignes ou les faces homologues de ses molécules sont parallèles. Il semblerait au premier abord que ce parallélisme doit être le résultat constant d'une cristallisation régulière : cependant des corps parfaitement cristallisés, tels que le cristal de roche, présentent des phénomènes optiques qu'on ne peut concilier avec le parallélisme complet des lignes moléculaires, et qui sembleraient indiquer une déviation progressive et régulière de ces lignes dans le passage d'une tranche du milieu à la tranche suivante. On conçoit, en

N° XLVI. effet, outre le cas du parallélisme, une foule d'autres arrangements moléculaires qui conserveraient au corps tous les caractères de l'homogénéité et d'une organisation régulière. Mais je n'ai calculé jusqu'à présent les lois de la réfraction que pour le cas particulier où les axes d'élasticité ont la même direction dans chaque point du milieu vibrant.

N° XLVII.

N° XLVII.

SECOND MÉMOIRE

SUR

LA DOUBLE RÉFRACTION[a].

INTRODUCTION.

1. Huyghens, guidé par une hypothèse puisée dans la théorie des ondes, a reconnu le premier les véritables lois de la double réfraction

[1] Les trois Mémoires dont celui-ci offre la réunion ont été successivement présentés à l'Institut le 26 novembre 1821, le 22 janvier 1822, et le 22 avril de la même année. En les réunissant, on a changé l'ordre des matières et fait des suppressions assez considérables; mais on n'a rien ajouté d'essentiel aux faits nouveaux et aux vues théoriques qu'ils contenaient : l'on a seulement donné à celles-ci quelques développements nécessaires à leur intelligence, et l'on a cru utile d'insérer dans ce Mémoire une démonstration complète de la direction transversale des vibrations lumineuses, parce que c'est sur ce principe que repose la théorie de la polarisation et de la double réfraction : cette démonstration avait déjà été publiée dans le Bulletin de la Société philomatique, mois d'octobre 1824.

[a] Ce Mémoire inséré au tome VII du Recueil de l'Académie des sciences, page 45, résume les N° XXXVIII et suivants, dont il reproduit littéralement quelques parties. Voyez en outre les N°s XVII, XVIII, XXV, § 10 et suivants; — XXVIII, XXX, XXXI. H. DE SENARMONT.

[b] Considéré à juste titre comme le couronnement de l'œuvre scientifique de Fresnel, il a été profondément étudié par tous ceux qui ont pris intérêt aux théories nouvelles de l'optique, et il a été l'origine de deux ordres différents de travaux.

Les uns ont eu pour objet unique l'éclaircissement et la simplification de diverses démonstrations, tant géométriques qu'analytiques, données par Fresnel, et même l'exécution

N° XLVII. des cristaux à un axe[a]. Cette découverte était peut-être plus difficile à faire que toutes celles de Newton sur la lumière; et ce qui semble le prouver, c'est qu'ici Newton, après d'inutiles efforts pour découvrir la vérité, est tombé dans l'erreur[b]. En songeant combien le phénomène de la double réfraction devait piquer vivement sa curiosité, on ne peut pas supposer qu'il y ait donné moins d'attention qu'aux autres phénomènes de l'optique, et l'on doit être surpris de lui voir substituer une règle fausse à la construction aussi exacte qu'élégante de Huyghens, construction qu'il connaissait sans doute, puisqu'il cite son Traité sur la lumière. Mais ce qui paraît encore plus inconcevable, c'est que l'exactitude de la loi de Huyghens ait été méconnue pendant plus de cent ans, quoiqu'elle fût appuyée des vérifications expérimentales de ce grand homme, aussi remarquable peut-être par sa bonne foi et sa mo-

complète de certains calculs dont l'auteur du Mémoire n'avait fait que deviner le résultat. Ces commentaires sont devenus indispensables à une lecture fructueuse du Mémoire, et nous croyons qu'on nous saura gré d'avoir inséré dans cette édition celui que M. Senarmont a publié il y a quelques années dans le tome XX du Journal de l'École polytechnique, qui résume, en quelque sorte, tous les précédents. En conséquence de cette insertion, les notes explicatives que nous avions d'abord l'intention de rédiger se sont réduites à de simples renvois et à quelques indications historiques commandées par le désir de rendre justice à d'utiles travaux.

Mais le Mémoire de Fresnel ne contient pas seulement des démonstrations péchant par les longueurs ou l'obscurité, des calculs inexacts ou incomplets: il y a aussi, comme nous l'avons rappelé déjà dans une note finale, au N° XXXIX, des lacunes positives et essentielles dans la série des raisonnements: en sorte que le problème le plus important peut-être que se soit posé la physique mathématique depuis quarante ans a été de déduire rigoureusement d'hypothèses mécaniques nettement définies les lois que Fresnel a d'abord découvertes par intuition (voyez la note qu'on vient de rappeler) et qu'il n'a démontrées que d'une manière imparfaite. De là une deuxième série de recherches, au sujet de laquelle il nous a paru impossible de ne pas donner quelques indications. Cela nous a même semblé d'autant plus à propos que la lecture des travaux de plusieurs des physiciens qui ont le plus contribué aux progrès de l'optique expérimentale, et en particulier celle du Commentaire de M. Senarmont, permet de croire que les inexactitudes essentielles des travaux de Fresnel leur ont échappé. [E. VERDET.]

[a] HUYGHENS, *Traité de la lumière*, etc. Leyde, 1690, in-4°.

[b] NEWTON, *Optique*, livre III, question XXV.

destie que par sa rare sagacité. Si nous osions hasarder une explica- N° XLVII
tion de ce trait singulier de l'histoire de la science, nous dirions que les considérations puisées dans la théorie des ondes qui avaient guidé Huyghens ont fait supposer peut-être aux partisans du système de l'émission qu'il n'avait pu arriver à la vérité par une hypothèse erronée, et les ont empêchés de lire son traité sur la lumière avec l'attention qu'il méritait.

Parmi les physiciens modernes, M. Young est le premier qui ait soupçonné la justesse de la loi de Huyghens[a] : c'est d'après son conseil que M. Wollaston l'a vérifiée par des expériences nombreuses et précises[b]. A peine le résultat de ces expériences était-il connu en France, que Malus s'est occupé du même travail[c], et a trouvé, comme M. Wollaston, la loi de Huyghens parfaitement d'accord en nombres avec toutes les mesures données par l'observation. M. de Laplace, considérant la double réfraction sous le point de vue du système de l'émission, a fait une application savante du principe de la moindre action au calcul de la réfraction extraordinaire[d]. Il a trouvé qu'on pouvait expliquer

---

[a] Dr Young. — *On the Theory of Light and Colours prop. IX* (*Philosophical Transactions*, for 1802, p. 12.) — *Review of Laplace's Memoir*, «sur la loi de la réfraction extraordinaire dans les cristaux diaphanes.» (*Quarterly Review*, for nov. 1809, vol. II, p. 337.)

[b] Wollaston. — *On the oblique Refraction of Iceland Spar.* (*Philosophical Transactions*, for 1802, p. 381.)

[c] Malus. — Théorie de la double réfraction. (*Mémoires de mathématiques et de physique présentés à la Classe, etc. par divers Savants*, 2e série, t. II, pour 1809, p. 303.)

[d] Laplace a traité cette question dans un Mémoire intitulé : *Sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes*, inséré :

1° En entier dans les Mémoires de mathématiques et de physique de la première Classe de l'Institut, pour 1809, 1re partie, page 300;

2° En très-grande partie dans les Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil, t. II, p. 111;

3° Par extrait, dans le Journal de physique, cahier de janvier 1809;

4° En résumé, dans l'Exposition du Système du monde, 4e édition (1813).

Nulle part on ne trouve l'énoncé de la proposition que Fresnel attribue ici à Laplace. Admettant que les actions moléculaires du cristal sur la lumière sont réductibles à des

N° XLVII. la marche des molécules lumineuses soumises à cette réfraction, en supposant qu'elles sont repoussées par une force perpendiculaire à l'axe du cristal et proportionnelle au carré du sinus de l'angle que le rayon extraordinaire fait avec cet axe; d'où il suit que la différence entre les carrés des vitesses des rayons ordinaire et extraordinaire est proportionnelle au carré du même sinus.

Ce résultat n'est que la traduction de la loi de Huyghens dans le langage du système de l'émission. Les calculs de M. de Laplace n'ont point éclairci la question théorique; car ils ne montrent pas pourquoi la force répulsive qui émane de l'axe varierait comme le carré du sinus de son inclinaison sur le rayon extraordinaire; et il est bien difficile de justifier cette hypothèse par des considérations mécaniques.

En effet, le même rayon polarisé subit la réfraction ordinaire ou extraordinaire dans un rhomboïde de spath calcaire, selon que son plan de polarisation est parallèle ou perpendiculaire à la section principale du cristal; ce seraient donc les pans latéraux du faisceau, ou les faces parallèles des molécules lumineuses dont il se compose, qui détermineraient seuls, par la différence de leurs propriétés ou dispositions physiques, la nature de la réfraction; deux de ces pans ressen-

---

attractions ou à des répulsions insensibles à toute distance sensible, Laplace se propose de montrer qu'en vertu du principe de la moindre action :

Si l'on suppose la direction intérieure du rayon extraordinaire régie par la loi de Huyghens, l'effet intégral des actions moléculaires aura augmenté le carré de la vitesse extérieure de ce même rayon d'une quantité constante, plus d'une quantité proportionnelle au carré du sinus de l'angle compris entre sa direction intérieure et l'axe optique du cristal;

Si l'on suppose le carré de la vitesse extérieure du rayon extraordinaire augmenté par l'effet intégral des actions moléculaires d'une quantité constante, plus d'une quantité proportionnelle au carré du sinus de l'angle compris entre la direction intérieure du même rayon et l'axe optique du cristal, cette direction intérieure sera régie par la loi de Huyghens. [H. de Senarmont.]

Il est probable que Fresnel, en rédigeant cette critique de la théorie de Laplace, avait moins présents à l'esprit les écrits originaux de Laplace lui-même que ceux de Biot, et en particulier le chapitre de la double réfraction du Traité de physique expérimentale et mathématique (livre V, Dioptrique, chap. IV), où se trouve à chaque instant l'idée d'une force répulsive ou attractive émanée de l'axe du cristal. [E. Verdet.]

tiraient l'influence répulsive de l'axe, et les deux autres y seraient insensibles : il faudrait supposer aussi la même absence d'action sur les faces antérieures et postérieures des molécules lumineuses, puisqu'en faisant simplement tourner le rayon sur lui-même, et sans changer la direction de ces dernières faces, on le soustrait à l'action répulsive de l'axe. Mais les faces latérales des molécules lumineuses ne sont pas moins exposées à la force répulsive qui émane de l'axe et agit perpendiculairement à sa direction quand le rayon est parallèle à l'axe que lorsqu'il lui est perpendiculaire; et l'on ne voit pas pourquoi cette action serait nulle dans le premier cas, tandis qu'elle atteindrait son *maximum* dans le second. N° XLVII.

Si, laissant de côté toutes recherches sur la cause mécanique de cette loi singulière, on la considère comme une conséquence nécessaire des faits dans le système de l'émission, on est encore embarrassé par d'autres difficultés. Selon ce système, un faisceau de lumière ordinaire est composé de molécules dont les plans de polarisation sont tournés dans tous les azimuts : l'expérience démontre d'ailleurs que la direction du plan de polarisation d'un rayon incident ne change pas brusquement au moment où il pénètre dans le cristal, mais graduellement et après qu'il en a traversé une épaisseur sensible, beaucoup plus considérable en général que celle à laquelle on doit borner la sphère d'activité de la réfraction ordinaire et extraordinaire, ou les limites de la partie courbe de la trajectoire. Cela posé, dans un faisceau de lumière ordinaire il n'y aura qu'une très-petite portion des rayons qui auront leurs plans de polarisation exactement parallèles ou perpendiculaires à la section principale : ceux de la presque totalité des molécules lumineuses se trouveront également partagés entre tous les azimuts intermédiaires : or, si l'influence répulsive de l'axe est nulle sur un rayon polarisé parallèlement à la section principale, et si elle se fait sentir avec toute son énergie quand il est polarisé suivant une direction perpendiculaire, cette force répulsive doit varier graduellement pour les directions intermédiaires, depuis la première, où elle est nulle, jusqu'à la dernière, où elle atteint son *maximum*. Ainsi, puisque les molé-

N° XLVII. cules qui composent la lumière directe sont polarisées suivant une infinité d'azimuts différents, elles se trouveront soumises à des forces répulsives qui différeront aussi en intensité; par conséquent leurs trajectoires à l'entrée du cristal devront éprouver des inflexions diverses. Pour qu'elles ne fussent pas sensiblement affectées par les différences d'intensité que la diversité des plans de polarisation des rayons incidents doit apporter dans l'intensité de l'action répulsive de l'axe, il faudrait que cette action, ainsi que la force réfringente du milieu, se fît sentir à des profondeurs beaucoup plus considérables que celle jusqu'à laquelle les molécules lumineuses conservent à peu près le même plan de polarisation. Or c'est précisément le contraire qui est le plus vraisemblable, car l'épaisseur de cristal nécessaire pour changer le plan de polarisation est trop sensible, surtout dans certains cas, pour qu'on puisse admettre que la partie courbe de la trajectoire de la molécule lumineuse s'étende aussi loin; cette courbe et partant la direction définitive du rayon réfracté devront donc varier en raison de l'azimut du plan de polarisation du rayon incident. Ainsi, en suivant cette hypothèse dans ses conséquences, on trouverait que la lumière, au lieu de se diviser simplement en deux faisceaux, devrait se partager en une foule de rayons distribués suivant toutes les inclinaisons comprises entre les directions extrêmes du faisceau ordinaire et du faisceau extraordinaire.

La théorie que nous combattons ici, et contre laquelle on pourrait faire encore beaucoup d'autres objections, n'a conduit à aucune découverte. Les savants calculs de M. de Laplace, quelque remarquables qu'ils soient par une élégante application des principes de la mécanique, n'ont rien appris de nouveau sur les lois de la double réfraction. Or nous ne pensons pas que les secours qu'on peut tirer d'une bonne théorie doivent se borner à calculer les forces, quand les lois des phénomènes sont connues : elle contribuerait trop peu aux progrès de la science. Il est certaines lois si compliquées ou si singulières, que la seule observation aidée de l'analogie ne pourrait jamais les faire découvrir. Pour deviner ces énigmes, il faut être guidé par des idées théo-

riques appuyées sur une hypothèse *vraie*. La théorie des vibrations N° XLVII.
lumineuses présente ce caractère et ces avantages précieux: car on lui doit la découverte des lois de l'optique les plus compliquées ou les plus difficiles à deviner: tandis que toutes les autres découvertes, très-nombreuses et très-importantes sans doute, qui ont été faites dans cette science par les physiciens partisans du système de l'émission, sont bien plutôt le fruit de leurs observations et de leur sagacité, à commencer par celles de Newton, que des conséquences mathématiques déduites de son système [1].

2. La théorie des vibrations, qui avait suggéré à Huyghens l'idée des ondes ellipsoïdales, au moyen desquelles il a si heureusement représenté la marche des rayons extraordinaires dans les cristaux à un axe, nous a conduit à la découverte des véritables lois de la double réfraction dans le cas général des cristaux à deux axes. Sans doute une partie importante de ces lois était déjà connue: M. Brewster [a] et M. Biot [b], par de nombreuses observations et un habile emploi de l'analogie, étaient déjà parvenus à découvrir la loi de la direction des

[1] J'ai pour les travaux de Newton et de M. de Laplace l'admiration la plus vive et la plus sincère; mais je n'admire pas également tout ce qu'ils ont fait, et je ne pense point, par exemple, comme beaucoup de personnes, que l'Optique de Newton soit un de ses plus beaux titres de gloire: elle renferme plusieurs erreurs graves, et les vérités qu'elle contient étaient bien moins difficiles à trouver que l'explication mécanique des mouvements célestes. Quelle différence, en effet, entre l'analyse si simple de la lumière et ce coup d'œil profond qui fit voir à Newton que la précession des équinoxes était occasionnée par l'aplatissement de la terre! C'est son immortel ouvrage des Principes et la découverte de la méthode des fluxions qui l'ont placé au premier rang des géomètres et des physiciens. Mais, quelque grande que soit la supériorité intellectuelle d'un homme aussi prodigieux, il n'en est pas moins sujet à se tromper: on ne saurait trop le répéter, *errare humanum est.* Rien ne serait plus funeste au progrès des sciences que la doctrine de l'infaillibilité.

(a) BREWSTER. — *On the Laws of Polarisation and double Refraction in regularly crystallized Bodies.* (*Philosophical Transact.* for 1818, p. 199.)

(b) BIOT. — Mémoire sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation dans les corps régulièrement cristallisés. (*Mémoires de l'Académie royale des Sciences de l'Institut* pour 1818, t. III, p. 177.)

N° XLVII. plans de polarisation des deux faisceaux et de leur différence de vitesse; mais ils s'étaient mépris sur leurs vitesses absolues, en supposant que celle du faisceau ordinaire restait constante, comme dans les cristaux à un axe. Les expériences que M. Biot avait faites sur la topaze pour vérifier cette hypothèse ne lui avaient présenté aucune différence sensible dans la réfraction du faisceau nommé *ordinaire;* mais on cesse d'être surpris que ces variations aient échappé à l'attention d'un observateur aussi exact, quand on sait combien elles sont petites dans presque toutes les directions, excepté celles où elles atteignent leur *maximum*, qui ne pouvaient être indiquées que par la théorie ou un heureux hasard.

Les considérations mécaniques sur la nature des vibrations lumineuses et la constitution des milieux doublement réfringents, que j'ai exposées dans les Annales de chimie et de physique, t. XVII, p. 179 et suivantes[a], m'avaient servi à expliquer en même temps les changements de la réfraction extraordinaire et la vitesse constante du faisceau ordinaire dans les cristaux à un axe. Je m'aperçus bientôt que la raison que je me donnais de l'uniformité de la vitesse du rayon ordinaire dans les cristaux à un axe n'était pas applicable aux cristaux à deux axes; et en suivant toujours les mêmes idées théoriques, je sentis que dans ceux-ci aucun des deux faisceaux ne devait être soumis aux lois de la réfraction ordinaire; c'est aussi ce que je vérifiai par l'expérience, un mois après l'avoir annoncé à M. Arago : je ne lui présentai pas à la vérité ce résultat de mes réflexions comme une chose certaine, mais comme une conséquence si nécessaire de mes idées théoriques, que je serais obligé de les abandonner si l'expérience ne confirmait pas ce caractère singulier de la double réfraction des cristaux à deux axes.

La théorie ne m'annonçait pas d'une manière vague les variations de vitesse du rayon ordinaire : elle me donnait le moyen de déduire leur étendue des éléments de la double réfraction du cristal, c'est-à-dire de son degré d'énergie et de l'angle des deux axes. J'avais fait

[a] N° XXII, §§ 10 et suivants.

d'avance ce calcul pour la topaze limpide, d'après les données tirées des observations de M. Biot : l'expérience s'est accordée d'une manière satisfaisante avec le calcul, ou du moins la différence que j'ai observée est assez petite pour être attribuée à quelque inexactitude dans les coupes du cristal ou la direction des rayons, et peut-être aussi à quelque légère différence de propriétés optiques entre ma topaze et celles de M. Biot. N° XLVII.

Mais avant d'entrer dans le détail de ces expériences, je vais tâcher d'exposer clairement les raisonnements qui m'y ont conduit. Je suivrai dans ce Mémoire la méthode synthétique : j'exposerai d'abord la théorie mécanique de la double réfraction, et je ferai connaître ensuite les observations et les calculs qui m'ont servi à la vérifier et qui forment, en quelque sorte, sa démonstration expérimentale.

THÉORIE MÉCANIQUE DE LA DOUBLE RÉFRACTION.

3. Cette théorie repose sur deux hypothèses, l'une relative à la nature des vibrations lumineuses, et l'autre à la constitution des milieux doués de la double réfraction. Selon la première, les vibrations lumineuses, au lieu de s'exécuter dans la direction même des rayons, comme l'ont supposé généralement les savants qui ont appliqué le système des ondes à l'optique, seraient perpendiculaires aux rayons, ou, plus rigoureusement, seraient parallèles à la surface des ondes. Suivant la seconde hypothèse, les molécules vibrantes des milieux doués de la double réfraction ne présenteraient pas la même dépendance mutuelle dans toutes les directions, en sorte que leurs déplacements relatifs mettraient en jeu des élasticités différentes selon le sens dans lequel ils s'exécuteraient.

Cette seconde supposition n'a rien que de très-admissible : elle est plus générale que la supposition contraire, d'après laquelle la dépendance mutuelle des molécules ou l'élasticité serait la même dans tous les sens. Si beaucoup de corps ne présentent pas les phénomènes qui doivent en résulter, cela tient sans doute le plus souvent à ce que

N° XLVII. leurs groupes moléculaires tournés dans divers sens produisent des effets opposés qui se compensent.

Quant à l'hypothèse sur la nature des vibrations lumineuses, elle paraît au premier abord beaucoup plus difficile à admettre, parce qu'on ne voit pas aisément comment des vibrations transversales peuvent se propager indéfiniment dans un fluide. Néanmoins si les faits, qui fournissent déjà tant de probabilités pour le système des ondes et tant d'objections contre celui de l'émission, nous obligent à reconnaître ce caractère dans les vibrations lumineuses, il est plus sûr de nous en rapporter ici à l'expérience qu'aux notions malheureusement trop incomplètes que les calculs des géomètres nous ont données jusqu'à présent sur les vibrations des fluides élastiques.

Avant de montrer comment on peut concevoir la propagation de ces vibrations transversales dans un fluide élastique tel que celui qui transmet la lumière, je dois prouver que leur existence devient une conséquence nécessaire des faits, dès qu'on admet le système des ondes.

Lorsque nous eûmes remarqué, M. Arago et moi, que les rayons polarisés à angle droit produisent toujours la même quantité de lumière par leur réunion, quelle que soit leur différence de marche [a], je pensai qu'on pouvait expliquer aisément cette loi particulière de l'interférence des rayons polarisés, en supposant que les vibrations lumineuses, au lieu de pousser les molécules éthérées parallèlement aux rayons, les faisaient osciller dans des directions perpendiculaires, et que ces directions se trouvaient rectangulaires pour deux faisceaux polarisés à angle droit. Mais cette supposition était si contraire aux idées reçues sur la nature des vibrations des fluides élastiques, que je fus longtemps avant de l'adopter entièrement; et lors même que l'ensemble des faits et de nouvelles réflexions m'eurent persuadé qu'elle était nécessaire à l'explication des phénomènes de l'optique, j'attendis avant de la soumettre à l'examen des physiciens, que je me fusse assuré qu'elle n'était point contraire aux principes de la mécanique. M. Young,

---

[a] Voyez N° XVIII.

plus hardi dans ses conjectures, et moins confiant dans les vues des géomètres, l'a publiée avant moi (quoiqu'il y ait peut-être pensé plus tard)[a], et par conséquent la priorité lui appartient sur cette idée théorique comme sur beaucoup d'autres. Ce sont les expériences du docteur Brewster sur les cristaux à deux axes qui l'ont conduit à penser que les vibrations de la lumière, au lieu de s'exécuter longitudinalement, dans la direction des rayons, pourraient bien être transversales, et semblables aux ondulations d'une corde indéfinie qu'on agiterait par une de ses extrémités : c'est du moins à l'occasion des observations de M. Brewster qu'il a publié cette hypothèse, c'est-à-dire trois ans après la découverte des caractères particuliers de l'interférence des rayons polarisés. En m'appuyant sur la première loi de leur action mutuelle, je vais essayer de prouver que les vibrations lumineuses N° XLVII

[a] Dr Young. — *Supplement to the Encyclopedia Britannica*, Art. CHROMATICS (Sect. IV. D. — Sect. XIII); — *Correspondence relating to Optical subjects : from Dr Young to Mr Arago, January 12th 1817* (*Miscellaneous Works*, vol. I, p. 380) : — Note annexée au Mémoire du Dr Brewster, intitulé : *On the Laws of Polarisation and double Refraction in regularly crystallized Bodies* (*Philosophical Transact.* for 1818).

Voyez sur le même sujet le N° XXII, § 13, note...

Quant aux premières conceptions théoriques d'A. Fresnel sur la polarisation, on en trouvera des aperçus au N°. . . . . §. . [H. de SENARMONT.]

Voyez d'ailleurs à ce sujet les notes des éditeurs sur le § du N° E. VERDET.

Ces lacunes dans les annotations de MM. de Senarmont et Verdet peuvent être remplies par les renvois suivants :

1° Deux lettres d'Augustin Fresnel à son frère Léonor, des 11 juillet 1814 et 28 novembre 1817 (N° LIX);

2° Fragment N° XII (A), note finale d'E. Verdet (t. I, p. 185) :

3° N° XIV, § 43, note de l'Auteur (t. I, p. 294) :

4° N° XV (A), *Variante* (t. I, p. 394) :

5° N° XIX (A), note d'E. Verdet (t. I, p. 527);

6° N° XXII, § 10, *Considérations mécaniques sur la polarisation de la lumière* (t. I, p. 629) (D'après le préambule de ce chapitre, A. Fresnel aurait été conduit, dès le mois de septembre 1816, à la conception de la *transversalité* des vibrations lumineuses, par l'étude des phénomènes de coloration des lames cristallisées) :

7° Voyez enfin l'Introduction d'E. Verdet aux Œuvres d'A. Fresnel (§ VIII, p. LVIII).]

[L. FRESNEL.]

N° XLVII. s'exécutent uniquement dans une direction parallèle à la surface des ondes.

DÉMONSTRATION DE L'EXISTENCE EXCLUSIVE DES VIBRATIONS TRANSVERSALES DANS LES RAYONS LUMINEUX [a].

4. C'est en 1816 que nous avons reconnu, M. Arago et moi, que deux faisceaux de lumière polarisés suivant des plans rectangulaires n'exercent plus l'un sur l'autre aucune influence, dans les mêmes circonstances où des rayons de lumière ordinaire présentent le phénomène des interférences; tandis que dès que leurs plans de polarisation se rapprochent un peu, on voit reparaître les bandes obscures et brillantes résultant de la rencontre des deux faisceaux, lesquelles deviennent d'autant plus marquées que ces plans sont plus près de se confondre [b].

Cette expérience apprend que deux faisceaux polarisés suivant des plans rectangulaires donnent toujours par leur réunion la même intensité de lumière, quelle que soit la différence des chemins qu'ils ont parcourus à partir de leur source commune. Or, de ce fait il résulte nécessairement que, dans les deux faisceaux, les vibrations des molécules éthérées s'exécutent perpendiculairement aux rayons et suivant des directions rectangulaires.

Pour le démontrer, je rappellerai d'abord que, dans les oscillations rectilignes produites par un petit dérangement d'équilibre, la vitesse absolue de la particule vibrante est proportionnelle au sinus du temps compté de l'origine du mouvement, la durée d'une oscillation complète répondant à une circonférence entière. Si l'oscillation est curvi-

---

[a] Tout cet article et le suivant (jusqu'au § 16) avaient déjà été imprimés presque textuellement dans le Bulletin de la Société philomatique pour octobre 1824, sous le titre de *Considérations théoriques sur la polarisation de la lumière*. Il n'y a entre les deux rédactions que des différences de pure forme, absolument inutiles à relever pour la plupart. [E. V.]

[b] Voyez N° XVIII.

ligne, elle pourra toujours se décomposer en deux oscillations recti- N° XLVII
lignes perpendiculaires entre elles, auxquelles s'appliquera le même théorème.

Dans l'onde lumineuse produite par l'oscillation de la particule éclairante, les vitesses absolues qui animent les molécules de l'éther sont proportionnelles aux vitesses correspondantes de la particule éclairante, et par conséquent aussi au sinus du temps. D'ailleurs, l'espace parcouru par chacun des ébranlements élémentaires dont l'onde se compose est proportionnel au temps; et autant cet espace contient de fois la longueur d'ondulation, autant d'oscillations entières se sont exécutées depuis le départ de l'ébranlement. Si donc on représente par π le rapport de la circonférence au diamètre, par t le temps écoulé depuis l'origine du mouvement; si de plus nous appelons λ la longueur d'ondulation et x l'espace parcouru par l'ébranlement pour arriver au point de l'éther que nous considérons : la vitesse absolue qui anime ce point après le temps t sera représentée par $a \sin 2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)$; a étant ici un coefficient constant proportionnel à l'amplitude des oscillations des molécules éthérées ou à l'intensité de leurs vitesses absolues[1].

Cela posé, considérons un des deux faisceaux interférents. Quelle que soit la direction de la vitesse absolue de la molécule éthérée, nous pouvons toujours décomposer cette vitesse à chaque instant suivant trois directions rectangulaires constantes : la première sera, par exemple, la direction même de la normale à l'onde, et les deux autres, perpendiculaires à celle-ci, seront l'une parallèle et la troisième per-

[1] On trouvera dans le tome V des Mémoires de l'Académie des sciences, p. 376 et suiv.[a], une démonstration de ces formules et une explication plus détaillée de leur usage. Les lecteurs qui ne seraient pas familiarisés avec la théorie des ondes lumineuses pourront en étudier d'abord les principes élémentaires dans l'article sur la lumière du Supplément à la traduction française de la cinquième édition de la Chimie de Thomson[b].

[a] Voyez N° XIV, §§ 35 et suivants.
[b] Voyez N° XXXI.

N° XLVII. pendiculaire au plan de polarisation. D'après le principe général des petits mouvements, on peut considérer les oscillations exécutées par la molécule éthérée, de quelque nature qu'elles soient, comme résultant de la combinaison de trois séries d'oscillations rectilignes dirigées suivant ces trois axes rectangulaires, oscillations que, pour plus de généralité, nous supposerons avoir commencé à des époques différentes.

Appelons t le temps écoulé depuis une époque commune, et représentons par u, v et w ce qu'il faut ajouter à t pour avoir le temps total compté à partir de l'origine du mouvement dans chacun des trois modes de vibrations rectilignes: alors les vitesses absolues apportées à l'instant que nous considérons seront :

$$a \sin 2\pi\left(u+t-\frac{x}{\lambda}\right); \qquad b \sin 2\pi\left(v+t-\frac{x}{\lambda}\right); \qquad c \sin 2\pi\left(w+t-\frac{x}{\lambda}\right);$$

a, b et c étant les coefficients constants qui expriment l'intensité des vitesses absolues dans chaque système d'oscillation rectiligne.

Considérons maintenant le second faisceau polarisé, et décomposons ses vitesses absolues suivant les mêmes axes rectangulaires : si nous représentons par x' le chemin qu'il a parcouru pour arriver au même point, nous aurons pareillement pour les trois composantes apportées à l'instant t :

$$a' \sin 2\pi\left(u'+t-\frac{x'}{\lambda}\right); \quad b' \sin 2\pi\left(v'+t-\frac{x'}{\lambda}\right); \quad c' \sin 2\pi\left(w'+t-\frac{x'}{\lambda}\right)$$

Ces trois vitesses ayant respectivement les mêmes directions que les précédentes, il suffit de les ajouter pour avoir leurs résultantes, ce qui donne :

$$a \sin 2\pi\left(u+t-\frac{x}{\lambda}\right) + a' \sin 2\pi\left(u'+t-\frac{x'}{\lambda}\right),$$

$$b \sin 2\pi\left(v+t-\frac{x}{\lambda}\right) + b' \sin 2\pi\left(v'+t-\frac{x'}{\lambda}\right),$$

$$c \sin 2\pi\left(w+t-\frac{x}{\lambda}\right) + c' \sin 2\pi\left(w'+t-\frac{x'}{\lambda}\right).$$

Si l'on transforme chacune de ces expressions de manière qu'elle ne renferme plus qu'un seul sinus, en suivant la méthode indi-

quée dans mon Mémoire sur la diffraction (t. V des Mémoires de N° XLVII.
l'Académie des sciences, p. 379)[a], on trouve que le carré du coefficient constant qui multiplie ce sinus est égal pour chacune d'elles respectivement à,

$$a^2 + a'^2 + 2aa' \cos 2\pi\left(u - u' + \frac{x'-x}{\lambda}\right),$$

$$b^2 + b'^2 + 2bb' \cos 2\pi\left(v - v' + \frac{x'-x}{\lambda}\right),$$

$$c^2 + c'^2 + 2cc' \cos 2\pi\left(w - w' + \frac{x'-x}{\lambda}\right).$$

Or, c'est le carré du coefficient constant des vitesses absolues qui représente, dans chaque système de vibrations, l'intensité de la lumière, toujours proportionnelle à la somme des forces vives; et comme ces vitesses sont rectangulaires, il suffit d'ajouter les trois carrés ci-dessus pour avoir la somme totale des forces vives résultant des trois systèmes de vibrations, c'est-à-dire l'intensité de la lumière totale.

L'expérience démontre que cette intensité reste constante, quelques variations qu'éprouve la différence $x'-x$ des chemins parcourus, quand les deux faisceaux interférents ont leurs plans de polarisation perpendiculaires entre eux. Ainsi, dans ce cas, la somme des trois expressions ci-dessus reste la même pour toutes les valeurs de $x'-x$. Il faut donc qu'on ait

$$a^2 + b^2 + c^2 + a'^2 + b'^2 + c'^2 + 2aa' \cos 2\pi\left(u - u' + \frac{x'-x}{\lambda}\right) +$$
$$2bb' \cos 2\pi\left(v - v' + \frac{x'-x}{\lambda}\right) + 2cc' \cos 2\pi\left(w - w' + \frac{x'-x}{\lambda}\right) = C,$$

équation dans laquelle il n'y a de variable que $x'-x$. Or, cette équation devant être satisfaite quelle que soit la valeur de $x'-x$, il est clair que tous les termes qui contiennent $x'-x$ doivent disparaître.

---

[a] Voyez N° XIV, § 38.

XXVII. puisque sans cela on tirerait de l'équation des valeurs particulières pour $x'-x$[a]. Par conséquent l'on a

$$aa'=0; \quad bb'=0; \quad cc'=0.$$

Les deux faisceaux polarisés qui interfèrent ne diffèrent que par les azimuts de leurs plans de polarisation; c'est-à-dire que si l'on fait tourner l'un d'eux autour de son axe, de manière que son plan de polarisation soit parallèle à celui de l'autre, ces deux faisceaux lumineux présenteront dans tous les sens exactement les mêmes propriétés; ils se réfléchiront et se réfracteront de la même manière et dans les mêmes proportions sous les mêmes incidences. Il faut donc admettre que si l'un n'a pas de mouvements vibratoires perpendiculaires aux ondes, l'autre n'en a pas non plus. Or a et a' sont les coefficients constants des vitesses absolues normales aux ondes, dans ces deux faisceaux; et puisque $aa'=0$, ce qui exige qu'on ait au moins $a=0$ ou $a'=0$, on doit en conclure que a et a' sont tous les deux égaux à zéro. Il ne peut donc y avoir dans la lumière polarisée que des mouvements vibratoires parallèles à la surface des ondes.

Considérons maintenant les deux autres équations $bb'=0$ et $cc'=0$, qui contiennent les coefficients constants des vitesses perpendiculaires aux rayons, ou plus généralement parallèles aux ondes: b est, pour le premier faisceau lumineux, la composante parallèle à son plan de polarisation, et c celle qui lui est perpendiculaire; tandis que pour le second, b' étant parallèle à b, est perpendiculaire au plan de polarisation, et c' lui est parallèle; ainsi b' et c' sont respectivement pour le second faisceau ce que c et b sont pour le premier. Par conséquent, d'après la remarque que nous venons de faire sur la similitude parfaite entre les propriétés des deux faisceaux interférents, si dans le premier $b=0$, dans le second c' sera nul; ou si c'est la composante c

---

[a] L'inexactitude de cette assertion, et par suite de toute la démonstration, est manifeste. Voyez à ce sujet la Note sur les interférences de la lumière polarisée, que nous avons publiée dans les Annales de chimie et de physique, 3e série, t. XXXI, p. 377. [E. Verdet.]

qui est nulle dans le premier, b' dans le second sera égal à zéro. N° XLVII.
Ainsi l'on doit conclure des deux équations ci-dessus,

$$b=0 \text{ et } c'=0, \text{ ou } c=0 \text{ et } b'=0 :$$

c'est-à-dire qu'il n'y a dans chacun des deux faisceaux que des vibrations parallèles ou perpendiculaires à son plan de polarisation.

Lorsque nous aurons exposé les causes mécaniques de la double réfraction, nous montrerons que ces vibrations sont perpendiculaires à la section principale, dans le faisceau ordinaire, c'est-à-dire au plan qu'on est convenu d'appeler *plan de polarisation* [a].

5. Ayant démontré que dans la lumière polarisée les molécules éthérées ne peuvent avoir aucun mouvement vibratoire normal aux ondes, nous devons supposer que ce mode de vibration n'existe pas davantage dans la lumière ordinaire. En effet, quand un faisceau de

---

[a] Dans le Bulletin de la Société philomatique, on lit, au lieu de cet alinéa :

Var. «Les considérations théoriques qui m'ont fait découvrir l'explication et les lois générales de la double réfraction montrent que les vibrations d'un faisceau polarisé doivent être perpendiculaires à ce qu'on appelle *son plan de polarisation.* C'est une conséquence de la vitesse constante du rayon ordinaire dans les cristaux à un axe, comme je l'ai fait voir dans une note sur la nature des vibrations lumineuses (*Annales de chimie et de physique*, t. XVII, p. 186). Je ne présenterai pas de nouveaux développements à ce sujet; il importait seulement de démontrer ici que les vibrations d'un faisceau de lumière polarisée s'exercent uniquement suivant une direction perpendiculaire ou parallèle au plan de polarisation : l'explication que je me propose de donner des lois de l'interférence des rayons polarisés est indépendante du choix qu'on peut faire entre ces deux directions; ce choix n'est déterminé que lorsqu'on vient à considérer les phénomènes de la double réfraction ou de la réflexion de la lumière polarisée à la surface des corps transparents.

«Nous admettrons donc que les vibrations d'un rayon polarisé s'exécutent perpendiculairement à son plan de polarisation, plutôt pour fixer les idées que pour établir un théorème dont nous ayons besoin, puisque tout ce que nous allons dire serait également vrai quand les vibrations lumineuses s'exécuteraient parallèlement au plan de polarisation.»

N° XLVII. lumière ordinaire tombant perpendiculairement sur un cristal doué de la double réfraction est divisé en deux faisceaux polarisés, ils ne contiennent plus de vibrations normales aux ondes. S'il y en avait eu dans la lumière incidente, elles auraient donc été détruites; d'où serait résultée une diminution des forces vives, et par conséquent un affaiblissement de la lumière, ce qui serait contraire à l'observation: car, lorsque le cristal est parfaitement diaphane, les deux faisceaux émergents réunis reproduisent une lumière égale à celle du faisceau incident, si on leur ajoute la petite quantité de lumière réfléchie sur les faces du cristal. Or on ne peut pas supposer que c'est dans cette petite quantité de lumière que se sont réfugiées les vibrations normales aux ondes, puisqu'en la faisant passer à travers le cristal on la transformerait aussi presque entièrement en deux faisceaux polarisés, où l'on est certain que ce genre de vibrations n'existe pas. Il est donc naturel de supposer que la lumière ordinaire ne renferme aussi que des vibrations parallèles aux ondes, et de la considérer comme l'assemblage et la succession rapide d'une foule de systèmes d'ondes polarisées dans tous les azimuts. D'après cette théorie, l'acte de la polarisation ne consiste pas dans la création des vibrations transversales, mais dans la décomposition de ces vibrations suivant deux directions rectangulaires fixes, et dans la séparation des rayons résultant de cette décomposition.

EXPLICATION THÉORIQUE DES LOIS D'INTERFÉRENCE DES RAYONS POLARISÉS.

6. D'après ce que nous venons de dire sur la nature des vibrations des rayons polarisés, il est clair qu'ils ne peuvent présenter des phénomènes d'interférence qu'autant que leurs plans de polarisation sont parallèles ou s'approchent du parallélisme. Quand ces plans sont perpendiculaires, les vitesses absolues des molécules éthérées le sont aussi; si donc, en chaque point de la direction commune des deux rayons, on veut avoir la résultante des deux vitesses qu'ils impriment à la molécule éthérée, il faudra faire la somme des carrés des deux vitesses;

ce sera le carré de la résultante. Le même calcul s'appliquera à tous les points des deux systèmes d'ondes, quelle que soit d'ailleurs leur différence de marche; ainsi la somme des carrés des vitesses absolues imprimées aux molécules éthérées par la réunion des deux systèmes d'ondes sera toujours égale à la somme des carrés des vitesses absolues apportées par l'un et l'autre rayon lumineux, ou, en d'autres termes, l'intensité de la lumière totale sera toujours égale à la somme des intensités des deux rayons interférents, quelle que soit leur différence de marche. Les variations de cette différence ne pourront donc pas produire les alternatives d'éclat et d'obscurité qu'on remarque dans la lumière ordinaire ou dans les rayons polarisés suivant des directions parallèles. On voit avec quelle facilité notre hypothèse explique la première loi de l'interférence des rayons polarisés; et cela devait être, puisque c'est de cette loi même que nous l'avons déduite. N° XLVII.

Nous pouvons la regarder comme suffisamment établie par la démonstration que nous venons d'en donner; mais il ne sera pas inutile de montrer que la même hypothèse s'accorde tout aussi bien avec les autres lois de l'interférence des rayons polarisés, qui en deviennent des conséquences immédiates. Ces développements théoriques sur les propriétés de la lumière polarisée ne paraîtront pas déplacés dans un Essai sur la double réfraction, et trouveront d'ailleurs leur application dans les Mémoires que nous nous proposons de publier ensuite touchant la coloration des lames cristallisées [a].

7. Lorsque les faisceaux lumineux qui interfèrent ont leurs plans de polarisation parallèles, leurs mouvements vibratoires ont la même direction, et en conséquence, s'ajoutent tout le long des rayons, quand la différence de marche est nulle ou égale à un nombre pair de demi-ondulations, et se retranchent l'un de l'autre quand elle en contient un nombre impair. En général, pour avoir dans ce cas l'intensité de la lumière résultant du concours des divers systèmes d'ondes, on pourra employer les formules déjà citées de mon Mémoire sur la diffraction,

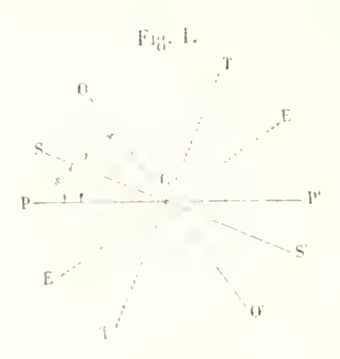
---

[a] Cet alinéa manque dans l'article du Bulletin de la Société philomatique.

N° XLVII. qui ont été calculées dans l'hypothèse que les vibrations des rayons interférents s'exécutaient suivant une direction commune.

8. J'arrive maintenant au troisième principe de l'interférence des rayons polarisés. Lorsque deux parties d'un faisceau lumineux, qui

Fig. 1.



avaient d'abord même plan de polarisation PP', reçoivent une polarisation nouvelle dans deux plans différents OO' et EE', et se trouvent ensuite ramenées à un plan commun de polarisation SS' ou TT', leur accord ou leur discordance répondent précisément à la différence des chemins parcourus, quand les deux plans de polarisation OC et E'C partis de la direction primitive CP, après s'être écartés l'un de l'autre, se rapprochent ensuite par un mouvement contraire pour se réunir en CS; mais lorsque les deux plans CO et CE' continuent de s'éloigner jusqu'à ce qu'ils se soient placés sur le prolongement l'un de l'autre, en CT et CT' par exemple, il ne suffit plus de tenir compte de la différence des chemins parcourus, il faut en outre changer les signes des vitesses absolues d'un des faisceaux interférents, en affectant d'un signe contraire leur coefficient constant, ou, ce qui revient au même, ajouter une demi-ondulation à la différence des chemins parcourus.

Il est facile de sentir la raison de cette règle. Pour ne pas compliquer la figure, nous supposerons que les lignes qui y sont tracées, au lieu de représenter les plans de polarisation, indiquent la direction des vibrations lumineuses qui leur sont perpendiculaires; c'est comme si nous avions fait tourner la figure d'un quart de circonférence autour

de son centre C; cela ne change rien aux positions relatives des plans de polarisation. Considérons, en un point quelconque du rayon lumineux projeté en C, la vitesse absolue qui anime les molécules éthérées à un instant déterminé dans le faisceau primitif, dont les vibrations s'exécutent suivant PP'; et supposons qu'à cet instant la molécule C soit poussée de C vers P, c'est-à-dire que la vitesse absolue agisse dans le sens CP : ses composantes suivant CO et CE' agiront, l'une dans le sens CO et l'autre dans le sens CE'. Or, d'après le principe général des petits mouvements, ces composantes sont les vitesses absolues dans les deux systèmes d'ondes qui résultent de la décomposition du premier. Si l'on suppose OO' et EE' rectangulaires, comme cela a lieu pour les directions des vibrations ordinaires et extraordinaires dans un cristal doué de la double réfraction, la composante CO sera égale à la première vitesse absolue multipliée par $\cos i$, et la composante CE' à la même vitesse multipliée par $\sin i$. On est ainsi conduit à une explication bien simple de la loi de Malus sur les intensités relatives des images ordinaire et extraordinaire [a], en passant des vitesses absolues aux forces vives, qui sont proportionnelles à leurs carrés $\cos^2 i$ et $\sin^2 i$. N° XLVII.

Mais revenons aux composantes CO et CE'. Si on les décompose chacune en deux autres suivant les directions SS' et TT', il en résultera pour la première CO, deux vitesses agissant dans les sens CS et CT, et pour la seconde CE', deux composantes agissant dans les sens CS et CT'. On voit que dans le plan SS', les deux composantes défini-

[a] Malus. — Sur une nouvelle propriété de la lumière réfléchie (*Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, t. II, p. 143); — Théorie de la double réfraction (*Mémoires de mathématiques et de physique présentés à la Classe, etc. par divers Savants*, 2ᵉ série, t. II pour 1809, p. 303); — Mémoire sur l'influence des formes des molécules de la lumière dans divers phénomènes d'optique (*Mémoires de la Société des sciences, agriculture et arts de Strasbourg*, 1ʳᵉ série, t. I, p. 281); — Mémoire sur de nouveaux phénomènes d'optique: — Mémoire sur les phénomènes qui accompagnent la reflexion et la réfraction de la lumière (*Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut*, pour 1810, 2ᵉ partie, p. 105 et p. 112).

N° XLVII. tives agissent dans le même sens et s'ajoutent; tandis qu'elles agissent en sens opposés dans le plan TT', et doivent être, en conséquence, affectées de signes contraires; ce qui justifie la règle que nous avions énoncée. Car ce que nous venons de dire s'applique également à tous les points pris sur le rayon projeté en C, et par conséquent au coefficient constant qui multiplie toutes les vitesses absolues de chaque système d'ondes. Cette loi, dont l'énoncé a pu paraître compliqué au premier abord, n'est au fond, comme on voit, qu'une conséquence très-simple de la décomposition des forces[1].

9. Les principes de l'interférence des rayons polarisés que nous venons d'établir suffisent pour l'explication et le calcul de tous les phénomènes de coloration des lames cristallisées. Nous pourrions donc borner ici le développement de ces considérations, dont l'objet spécial était de donner la démonstration théorique des règles sur lesquelles repose le calcul des teintes des lames cristallisées. Nous pensons néanmoins qu'il ne sera pas inutile de montrer ici quelques-unes des conséquences les plus simples de ces principes.

Je suppose qu'un faisceau de rayons polarisés tombe perpendiculairement sur une lame cristallisée située dans le plan de la figure. Soit

[1] Je crois inutile de donner ici l'explication de la quatrième loi de l'interférence des rayons polarisés, qui est une conséquence de celle-ci, comme je l'ai montré dans la note jointe au rapport de M. Arago, p. 104 du tome XVII des Annales de chimie et de physique [a] : cette loi consiste en ce que les rayons qui ont été polarisés à angle droit et sont ramenés ensuite à un même plan de polarisation ne peuvent présenter des phénomènes d'interférence qu'autant que le faisceau primitif a reçu une polarisation préalable. Ce n'est pas qu'ils n'exercent nécessairement une influence mutuelle les uns sur les autres dès qu'une fois leurs mouvements vibr toires sont ramenés à une direction commune; mais la lumière qui n'a reçu aucune polarisation préalable, et qu'on peut considérer comme la réunion d'une infinité de systèmes d'ondes polarisés dans tous les sens, lorsqu'on l'analyse avec un rhomboïde de spath calcaire après son passage au travers d'une lame cristallisée, produit à la fois dans chacune des deux images des effets opposés qui se masquent mutuellement, ainsi qu'il est aisé de le conclure de la loi que nous venons d'expliquer.

[a] Voyez N° XXII, § 1.

toujours PP′ la direction parallèlement à laquelle s'exécutent les vibra- N° XLVII.
tions du faisceau incident : soient OO′ et EE′ celles des vibrations des faisceaux ordinaire et extraordinaire en lesquels il se divise après avoir pénétré dans le cristal. Supposons que cette lame cristallisée soit assez mince pour qu'il n'y ait pas de différence de marche sensible entre les deux faisceaux émergents, ou qu'elle ait une épaisseur telle que la différence de marche contienne un nombre entier d'ondulations, ce qui revient au même : tous les points pris sur le rayon projeté en C, par exemple, seront sollicités simultanément dans les deux systèmes d'ondes par des vitesses qui répondront aux mêmes époques du mouvement oscillatoire; elles auront donc en chaque point du rayon le même rapport d'intensité, celui des coefficients constants des vitesses absolues des deux systèmes d'ondes; par conséquent leurs résultantes seront parallèles, et se projetteront toutes suivant PP′, puisque ces composantes seront toutes deux à deux dans le rapport de $\cos i$ à $\sin i$. Ainsi la lumière provenant de la réunion des deux faisceaux émergents sera encore polarisée, puisque toutes ses vibrations s'exécuteront dans des directions parallèles, et son plan de polarisation sera le même que celui du faisceau incident.

10. Supposons maintenant que la différence de marche des faisceaux ordinaire et extraordinaire, au sortir du cristal, soit d'une demi-ondulation ou d'un nombre impair de demi-ondulations; c'est comme si, la différence de marche étant nulle, on changeait de signe toutes les vitesses absolues d'un des deux systèmes d'ondes; ainsi, la vitesse qui sollicite la molécule C à un certain instant, dans le premier faisceau, la poussant de C vers O, par exemple, celle qui est apportée par le second faisceau, au lieu de pousser cette molécule de C vers E′, comme dans le cas précédent, la poussera de C vers E; en sorte que la résultante de ces deux impulsions, au lieu d'être dirigée suivant CP, le sera suivant une ligne située de l'autre côté de CO et faisant avec celle-ci un angle égal à l'angle i compris entre CO et CP. Il en sera de même pour tous les autres points pris le long du rayon projeté en C. Ainsi, la lumière totale composée des deux faisceaux émergents sera

N° XLVII. encore polarisée en sortant du cristal, puisque toutes ses vibrations seront parallèles à une direction constante; mais son plan de polarisation, au lieu de coïncider avec le plan primitif, comme dans le cas précédent, s'en trouvera éloigné d'un angle égal à $2i$. C'est cette nouvelle direction du plan de polarisation que M. Biot a appelée *l'azimut* $2i$[a].

On voit avec quelle simplicité la théorie que nous venons d'exposer explique comment la réunion de deux faisceaux de lumière polarisée à angle droit, l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement à la section principale du cristal, forment par leur réunion une lumière polarisée dans le plan primitif ou dans l'azimut $2i$, selon que la différence de marche entre les deux faisceaux est égale à un nombre pair ou impair de demi-ondulations. Nous n'imaginons pas comment on pourrait concevoir dans le système de l'émission ce phénomène remarquable, qu'on ne saurait cependant révoquer en doute, lorsqu'il a été mis en évidence par une expérience aussi décisive que celle des deux rhomboïdes, rapportée dans le tome XVII des Annales de chimie et de physique, pages 94 et suivantes[b].

11. Considérons maintenant le cas où la différence de marche n'est plus un nombre entier de demi-ondulations; alors les vitesses correspondantes dans les deux systèmes d'ondes ne sont plus appliquées simultanément au même point du rayon projeté en C; il en résulte que les deux forces qui sollicitent chacun de ces points au même instant n'ont pas le même rapport de grandeur tout le long du rayon, et conséquemment que leurs résultantes ne sont plus dirigées suivant un même plan : alors la réunion des deux systèmes d'ondes ne présente plus les caractères de la lumière polarisée. Appelons a leur différence de marche; les coefficients constants de leurs vitesses absolues

---

[a] Mémoire sur un nouveau genre d'oscillations que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux (*Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut*, pour 1812, 1re partie; — *Traité de physique expérimentale et mathématique*, t. IV, p. 317).

[b] Voyez N° XX, § 17.

sont respectivement égaux à $\cos i$ et $\sin i$, en prenant pour unité celui N° XLVII.
du faisceau primitif, dont les vibrations s'exécutent parallèlement à PP'. Ainsi les vitesses absolues apportées par les deux faisceaux composants au même point du rayon projeté en C, à l'instant t, seront $\cos i \sin 2\pi(t)$, et $\sin i \sin 2\pi\left(t-\frac{a}{\lambda}\right)$; et le carré de la résultante de ces deux forces rectangulaires sera égal à

$$\cos^2 i \sin^2 2\pi t + \sin^2 i \sin^2 2\pi\left(t-\frac{a}{\lambda}\right) \cdots\cdots (A).$$

12. Cette formule peut donner aussi les écarts de la molécule vibrante relativement à sa position d'équilibre, en changeant le temps t d'un quart de circonférence, ou le point de départ commun d'un quart d'ondulation; car ces écarts suivent la même loi que les vitesses, avec cette seule différence que la vitesse est nulle au moment où la molécule se trouve le plus loin de sa position d'équilibre, et que l'instant où elle passe par cette position est celui du *maximum* de sa vitesse.

Par la même raison, les écarts de la molécule vibrante mesurés parallèlement aux directions rectangulaires OO' et EE' sont proportionnels aux expressions

$$\cos i \cos 2\pi t, \qquad \text{et} \qquad \sin i \cos 2\pi\left(t-\frac{a}{\lambda}\right).$$

Si l'on veut calculer la courbe décrite par la molécule en la rapportant à des coordonnées parallèles à OO' et EE', il suffit d'écrire

$$\cos i \cos 2\pi t = x, \qquad \text{et} \qquad \sin i \cos 2\pi\left(t-\frac{a}{\lambda}\right) = y,$$

et d'éliminer t entre ces deux équations, ce qui donne :

$$x^2 \sin^2 i + y^2 \cos^2 i - 2xy \sin i \cos i \cos\frac{2\pi a}{\lambda} = \sin^2 i \cos^2 i \sin^2 \frac{2\pi a}{\lambda}:$$

équation d'une courbe du second degré rapportée à son centre. Sans discuter cette équation, on est certain d'avance que la courbe ne peut être qu'une ellipse, puisque les excursions de la molécule dans le sens des x et des y ont pour limites les constantes $\sin i$ et $\cos i$.

13. Cette courbe devient un cercle lorsque, i étant égal à 45°,

N° XLVII. a contient un nombre impair de quarts d'ondulation, ou, en d'autres termes, lorsque les deux systèmes d'ondes polarisés à angle droit sont de même intensité et diffèrent dans leur marche d'un nombre impair de quarts d'ondulation : on a alors

$$\sin i = \cos i = \sqrt{\frac{1}{2}}, \quad \cos 2\pi\frac{a}{\lambda} = 0, \quad \text{et} \quad \sin 2\pi\frac{a}{\lambda} = 1\,;$$

ce qui réduit l'équation ci-dessus à

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{2}.$$

Il était facile d'arriver à la même conséquence sans le secours de l'équation générale, en faisant attention que puisque dans ce cas particulier

$$\sin i = \cos i, \quad \text{et} \quad \cos 2\pi\left(t - \frac{a}{\lambda}\right) = \sin 2\pi t,$$

les deux coordonnées $\cos i \cos 2\pi t$, et $\sin i \cos 2\pi \left(t - \frac{a}{\lambda}\right)$, sont toujours proportionnelles au sinus et au cosinus du même angle variable $2\pi t$.

14. Une autre particularité remarquable du mouvement oscillatoire dans le même cas, c'est que la vitesse de la molécule est uniforme. En effet, la formule (A), qui exprime le carré de cette vitesse, devient

$$\frac{1}{2}\sin^2 2\pi t + \frac{1}{2}\cos^2 2\pi t, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}.$$

Ce mouvement circulaire uniforme a lieu dans le même sens pour toutes les molécules situées le long du rayon projeté en C; mais elles n'occupent pas au même instant les points correspondants des circonférences qu'elles décrivent; c'est-à-dire que les molécules qui, dans leur état de repos, se trouvaient sur la droite projetée en C, au lieu de rester sur une droite parallèle à celle-ci et qui décrirait autour d'elle un cylindre à base circulaire, forment une hélice dont le rayon est celui des petits cercles décrits par les molécules vibrantes, et dont le pas est égal à la longueur d'ondulation. Si l'on fait tourner cette

hélice autour de son axe d'un mouvement uniforme, de manière qu'elle décrive une circonférence dans l'intervalle de temps pendant lequel s'accomplit une ondulation lumineuse, et que l'on conçoive en outre que, dans chaque tranche infiniment mince perpendiculaire aux rayons, toutes les molécules exécutent les mêmes mouvements que le point correspondant de l'hélice et conservent les mêmes situations respectives, on aura une idée juste du genre de vibration lumineuse que j'ai proposé de nommer *polarisation circulaire*, en appelant *polarisation rectiligne* celle qui a été remarquée pour la première fois par Huyghens dans la double réfraction du spath d'Islande [a], et que Malus a reproduite par la simple réflexion sur la surface des corps transparents [b].

N° XLVII.

15. Ces vibrations circulaires s'exécutent tantôt de droite à gauche et tantôt de gauche à droite, selon que le plan de polarisation du système d'ondes en avant est à droite ou à gauche de celui du système d'ondes en arrière, la différence de marche étant égale à un quart d'ondulation ou à un nombre entier d'ondulations plus un quart; c'est l'inverse quand elle est de trois quarts d'ondulation, ou d'un nombre entier d'ondulations plus trois quarts.

Il est certains milieux réfringents, tels que le cristal de roche, dans la direction de son axe, les essences de térébenthine, de citron, etc. qui ont la propriété de ne pas transmettre avec la même vitesse les vibrations circulaires de droite à gauche et celles de gauche à droite. On conçoit que cela peut résulter d'une constitution particulière du milieu réfringent ou de ses molécules intégrantes, qui établit une différence entre le sens de droite à gauche et celui de gauche à droite; tel serait, par exemple, un arrangement hélicoïdal des molécules du mi-

---

[a] Huyghens. — *Traité de la lumière*, Leyde, 1690.

[b] Malus. — Sur une propriété de la lumière réfléchie (*Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, t. II, p. 143.) — Théorie de la double réfraction (*Mémoires de mathématiques et de physique présentés à la Section par divers Savants*, 2e collection, t. II pour 1809, p. 303).

N° XLVII. lieu qui offrirait des propriétés inverses selon que ces hélices seraient *dextrorsum* ou *sinistrorsum*[a].

La définition mécanique que nous venons de donner de la polarisation circulaire fait concevoir comment peut avoir lieu la double réfraction singulière que le cristal de roche présente dans le sens de son axe : c'est que l'arrangement des molécules de ce cristal n'est pas le même apparemment de droite à gauche et de gauche à droite; en sorte que le faisceau lumineux dont les vibrations circulaires s'exécutent de droite à gauche met en jeu une élasticité ou force de propagation un peu différente de celle qui est excitée par l'autre faisceau, dont les vibrations s'exécutent de gauche à droite.

16. Voilà le principal avantage théorique qu'on peut retirer des considérations géométriques que nous venons d'exposer sur les vibrations circulaires de la lumière résultant de la combinaison de vibrations rectilignes. Mais, dans le calcul des phénomènes que présente la lumière polarisée rectilignement ou circulairement, après avoir traversé les milieux qui la modifient, il est inutile de chercher, par exemple, quelles sont les vibrations curvilignes résultant de la réunion des deux systèmes d'ondes qui sortent d'une lame cristallisée : on est obligé au contraire de décomposer en mouvements rectilignes les vibrations circulaires des deux systèmes d'ondes sortant d'une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, quand on veut connaître les intensités des images ordinaire et extraordinaire que produit cette lumière émergente à travers un rhomboïde de spath calcaire. Les calculs des intensités des images ordinaire et extraordinaire, pour une lumière homogène, ou celui des teintes développées par la lumière blanche polarisée, ramènent toujours à la considération des vibrations rectilignes et à l'emploi des formules d'interférences qui s'y rapportent[b].

---

[a] Voyez le N° XXVIII.

[b] L'article du Bulletin de la Société philomatique se termine ici.

En indiquant la cause mécanique de la double réfraction toute X XLVII
particulière que le cristal de roche exerce sur la lumière suivant son axe, nous nous sommes écarté de l'objet de ce Mémoire, où nous traiterons seulement le cas dans lequel les particules du milieu vibrant ont leurs faces homologues parallèles, et présentent ainsi le même arrangement moléculaire de droite à gauche et de gauche à droite. Nous espérons que le lecteur nous pardonnera cette digression sur la polarisation circulaire, à laquelle nous conduisait naturellement ce que nous venions de dire sur la polarisation rectiligne. Il est d'ailleurs utile de se familiariser avec ces divers modes de vibrations lumineuses qu'on retrouve tous dans la double réfraction la plus simple, telle que celle des cristaux à un axe, dès qu'au lieu de séparer par la pensée les ondes ordinaires des ondes extraordinaires, on considère l'effet complexe qui résulte de leur existence simultanée.

Après avoir prouvé que la direction transversale des vibrations lumineuses est une conséquence nécessaire de l'absence des phénomènes ordinaires d'interférence dans la réunion des rayons polarisés à angle droit, il faut montrer que cette hypothèse établie par les faits, dans le système des ondes, n'est point contraire aux principes de la mécanique, et expliquer comment de pareilles vibrations peuvent se propager dans un fluide élastique.

POSSIBILITÉ DE LA PROPAGATION DES VIBRATIONS TRANSVERSALES DANS UN FLUIDE ÉLASTIQUE.

17. Tous les physiciens conçoivent un fluide élastique comme l'assemblage de molécules ou points matériels séparés par des intervalles très-grands relativement aux dimensions de ces molécules, ainsi maintenues à distance par des forces répulsives qui font équilibre à d'autres forces contraires résultant de l'attraction mutuelle des molécules ou d'une compression exercée sur le fluide. Cela posé, pour fixer les idées, imaginons l'arrangement régulier de molécules représenté par la figure 2, et considérons le cas d'une onde plane et indéfinie dont la

N° XLVII. surface serait parallèle au plan projeté suivant AB. Si la partie du milieu supérieure à ce plan a éprouvé un petit déplacement parallèle

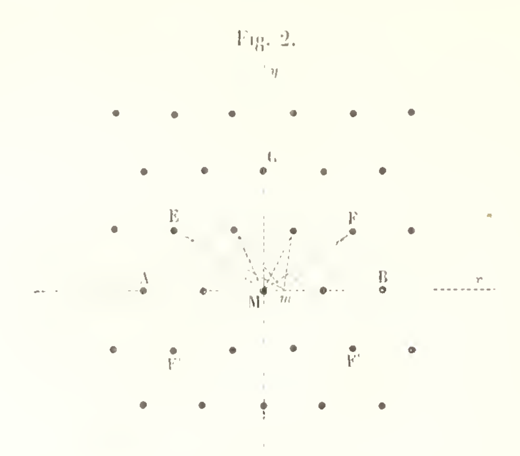


Fig. 2.

à la file de molécules AMB, ces molécules se trouveront sollicitées à prendre un mouvement semblable. En effet, considérons une d'elles en particulier, la molécule M, par exemple, et examinons quel changement s'est opéré dans les actions exercées sur elle par la partie supérieure du milieu. Et d'abord, je remarque qu'elles seront les mêmes que si c'était la molécule M qui se fût déplacée de la même quantité et dans la même direction, la partie supérieure du milieu étant restée immobile. Je suppose donc que M se soit déplacée dans la direction AB d'une très-petite quantité M*m*. Les molécules E et F, par exemple, situées à égale distance de M et de la perpendiculaire MG, élevée sur AB, agissaient également sur la molécule M dans le sens MA et dans le sens MB, avant son déplacement: c'est-à-dire que les composantes de leurs actions suivant AB se détruisaient mutuellement, tandis que les composantes perpendiculaires s'ajoutaient, mais étaient balancées par les actions contraires des molécules E' et F', situées au-dessous de AB. Lorsque le point matériel M est transporté en *m*, les composantes parallèles à AB des deux actions exercées sur lui par les molécules E et F ne sont plus généralement égales entre elles, et les petits changements qu'elles ont éprouvés, ou leurs différentielles, agissent dans

le même sens, et tendent à ramener le point m dans sa position primi- N° XLVII.
tive M, si c'était celle d'un équilibre stable.

En effet, représentons par $\varphi(r)$ l'action qu'exerce une molécule située à une distance r, telle que les molécules E et F ; prenons M pour origine des coordonnées, et les droites AB et MG pour axes des x et des y ; représentons par x et y les coordonnées du point F ; celles de E seront y et $-x$. Les distances EM et FM, ou r, sont égales à $\sqrt{x^2+y^2}$, et par conséquent les forces qui agissent suivant FM et suivant EM sont représentées l'une et l'autre par $\varphi\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$. De plus, le sinus de l'angle FMB est égal à $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ et son cosinus à $\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$; donc les deux composantes de la force dirigée suivant FM sont,

parallèlement aux x,

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\varphi\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$$

ou,

$$x\psi(x^2+y^2),$$

et parallèlement aux y,

$$\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot\varphi\left(\sqrt{x^2+y^2}\right),$$

ou,

$$y\psi(x^2+y^2),$$

si l'on adopte pour le sens positif des forces parallèles aux axes des coordonnées celui dans lequel agit chacune de ces deux composantes. De même les composantes de l'action exercée par la molécule E sont respectivement $-x\psi(x^2+y^2)$, et $y\psi(x^2+y^2)$; c'est-à-dire qu'elles ne diffèrent des premières que par le signe de x. Maintenant, pour calculer les petites quantités dont ces composantes ont changé par le déplacement du point M, il faut différentier leurs expressions relativement à x ; on trouve ainsi, pour les différentielles des composantes de la force FM :

parallèlement aux x . . . . $[\psi(x^2+y^2)+2x^2\psi'(x^2+y^2)]\,dx$;

parallèlement aux y . . . . . $2xy\psi'(x^2+y^2)\,dx$.

L'expression de la force EM ne différant de celle de la force FM que

N° XLVII. par le signe de x, on peut obtenir immédiatement les variations de ses composantes en changeant simplement le signe de x dans les deux expressions ci-dessus, sans changer, bien entendu, celui du petit déplacement dx, qui a lieu dans le même sens pour les deux forces. Or on voit, à la seule inspection des formules, que la différentielle de la composante parallèle aux x conservera le même signe, et s'ajoutera par conséquent à celle de la force FM, tandis que la différentielle de la composante parallèle aux y se retranchera de la variation correspondante de l'autre force et la détruira. Il résulte donc du petit déplacement du point M, suivant AB, une force parallèle à la même direction, et qui tend à ramener ce point vers sa position d'équilibre. Par conséquent, si le point M restant fixe, on déplace un peu la partie supérieure du milieu parallèlement à AB (ce qui revient au même), le point M sera poussé suivant la direction AB, ainsi que toutes les autres molécules de cette tranche : elle sera donc sollicitée dans toute son étendue à glisser suivant son plan AB. Par le déplacement de cette tranche, le même effet sera produit successivement sur les tranches parallèles A'B', A''B'', etc. et c'est ainsi que les vibrations transversales de l'onde incidente pourront se transmettre dans toute l'étendue du milieu.

La force qui pousse le point M, suivant AB, par suite du déplacement de la tranche E et des tranches supérieures glissant dans leurs plans, est due à ce que leurs éléments matériels ne sont pas contigus; s'ils l'étaient, chaque point M de la tranche AB resterait indifférent au simple glissement des tranches supérieures, qui n'apporterait alors aucun changement dans l'action qu'elles exercent sur ce point. Mais si le déplacement de ces tranches avait lieu dans la direction perpendiculaire GM, il est clair que la contiguïté des éléments de chacune d'elles n'empêcherait pas que la force avec laquelle ils tendent à repousser chaque point de AB n'augmentât à mesure que la distance diminuerait. Ainsi, dans cette supposition, la résistance que les tranches opposeraient à leur rapprochement serait infiniment plus grande que la force nécessaire pour faire glisser une tranche indéfinie.

Sans aller jusqu'à cette limite, qui n'est pas sans doute dans la nature, on peut supposer que la résistance de l'éther à la compression est beaucoup plus grande que la force qu'il oppose aux petits déplacements de ces tranches suivant leurs plans; or, à l'aide de cette hypothèse, il est possible de concevoir comment les molécules de l'éther n'auraient d'oscillations sensibles que parallèlement à la surface des ondes lumineuses. N° XLVII.

COMMENT IL PEUT SE FAIRE QUE LES MOLÉCULES DE L'ÉTHER N'ÉPROUVENT POINT D'AGITATION SENSIBLE DANS LA DIRECTION DE LA NORMALE À L'ONDE.

18. En effet, la résistance à la compression étant bien plus grande que l'autre force élastique qui est mise en jeu par le simple glissement des tranches, l'onde produite par la première s'étendra beaucoup plus loin que celle qui résultera de la seconde, pendant la même oscillation de la particule éclairante dont les vibrations agitent l'éther; ainsi, lors même que les petits mouvements des molécules de ce fluide s'exécuteraient de manière que leurs forces vives se partageassent également entre les deux modes de vibration, les forces vives comprises dans l'onde condensante ou dilatante se trouvant distribuées sur une bien plus grande étendue du fluide que celles de l'autre onde, les oscillations parallèles aux rayons auraient bien moins d'amplitude que les oscillations perpendiculaires, et par conséquent ne pourraient imprimer au nerf optique que des vibrations beaucoup plus petites; car l'amplitude de ses vibrations ne peut pas excéder celle des vibrations de l'éther qui le baigne. Or il est naturel de supposer que l'intensité de la sensation dépend de l'amplitude des vibrations du nerf optique, et qu'ainsi la sensation de lumière résultant des vibrations normales aux ondes serait sensiblement nulle relativement à celle qui serait produite par les vibrations parallèles à leur surface[a].

D'ailleurs on peut concevoir que pendant l'oscillation de la molécule

[a] Voyez N° XXXIX, note finale de l'Éditeur. [E. VERDET.]

N° XLVII. éclairante, l'équilibre de tension se rétablisse si promptement entre la partie de l'éther dont elle se rapproche et celle dont elle s'éloigne, qu'il n'y ait jamais ni condensation ni dilatation sensible, et que le déplacement des molécules éthérées qui l'environnent se réduise à un mouvement circulaire oscillatoire qui les porte sur la surface sphérique de l'onde, du point dont la molécule éclairante se rapproche vers celui dont elle s'éloigne.

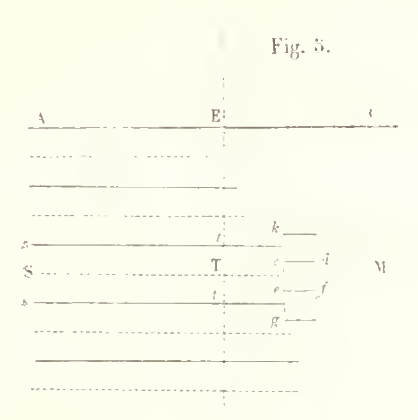
Je crois avoir suffisamment démontré qu'il n'y a point d'absurdité mécanique dans la définition des vibrations lumineuses que les propriétés des rayons polarisés m'ont forcé d'adopter, et qui m'a fait découvrir les véritables lois de la double réfraction. Si les équations du mouvement des fluides imaginées par les géomètres ne peuvent pas se concilier avec cette hypothèse, c'est qu'elles reposent sur une abstraction mathématique, la contiguïté des éléments, qui, sans être vraie, peut représenter cependant une partie des propriétés mécaniques des fluides élastiques, quand on admet en outre que ces éléments contigus sont compressibles. Mais par cela même qu'elle n'a point de réalité, et n'est qu'une pure abstraction, on ne doit pas s'attendre à y trouver tous les genres de vibrations dont les fluides élastiques sont susceptibles, et toutes leurs propriétés mécaniques; c'est ainsi, par exemple, que d'après les équations dont nous parlons, il n'y aurait aucun frottement entre deux tranches fluides indéfinies qui glissent l'une sur l'autre. Il serait donc bien peu philosophique de rejeter une hypothèse à laquelle les phénomènes de l'optique conduisent si naturellement, par cela seul qu'elle ne s'accorde pas avec ces équations.

COMMENT LES VIBRATIONS TRANSVERSALES S'ÉTEIGNENT A L'EXTRÉMITÉ DES ONDES.

19. Nous n'avons considéré jusqu'ici que des ondes indéfinies : supposons-les limitées, et examinons ce qui se passe à leurs extrémités, en admettant que l'éther est sensiblement incompressible. Je suppose qu'une partie de l'onde AE, fig. 3, ait été arrêtée par un écran EC:

soit M un point situé derrière l'écran, à une distance très-grande relativement à la longueur d'une ondulation : pour peu que l'angle TEM N° XLVII.

Fig. 5.



de la droite EM avec le rayon direct ET soit sensible, la lumière envoyée en M sera très-petite, comme on le sait par expérience, et comme on le conclut aisément de la théorie de la diffraction. Si donc l'angle TEM est un peu grand, le point M sera presque en repos, tandis que le point T et tout le reste de l'onde ST éprouveront des oscillations sensibles suivant le plan STM. Il semblerait qu'il doit en résulter des condensations et des dilatations alternatives de l'éther entre T et M; mais remarquons d'abord qu'au même instant où la face *ce* du petit parallélipipède *cdef* est poussée vers M par la demi-ondulation dont le milieu répond à ST, les faces homologues *ck*, *eg* des deux parallélipipèdes contigus s'éloignent de M par les mouvements contraires des deux demi-ondulations dont les milieux répondent aux lignes *st*, *s't'*; en sorte que, tandis que le volume de *cdef* diminue, ceux des deux parallélipipèdes semblables entre lesquels il est situé augmentent de la même quantité, et ainsi de suite dans la direction *kg*. Si donc l'éther résiste beaucoup à la compression, il est possible que l'équilibre de tension se rétablisse continuellement, et presque instantanément entre les éléments voisins, parallèlement à *gk*. D'ailleurs les points qui restent immobiles pendant les oscillations des extrémités des ondes

N° XLVII. sont assez éloignés de ET, pour que les déplacements moléculaires occasionnés par ces oscillations diminuent très-lentement jusqu'aux points qu'on peut regarder comme immobiles; en sorte que les condensations et les dilatations des tranches consécutives seraient presque insensibles, lors même que l'équilibre de pression ne se rétablirait pas rapidement d'une tranche à l'autre.

DÉMONSTRATION DE DEUX THÉORÈMES DE STATIQUE SUR LESQUELS REPOSE L'EXPLICATION MÉCANIQUE DE LA DOUBLE RÉFRACTION [a].

20. Après avoir déduit des faits l'hypothèse que j'ai adoptée sur la nature des vibrations lumineuses, et avoir prouvé qu'elle n'est point en opposition avec les principes de la mécanique, je vais démontrer deux théorèmes de statique générale sur lesquels repose l'explication théorique de[illegible]tatiques de la double réfraction.

PREMIER THÉORÈME.

Dans un système quelconque de molécules en équilibre, et quelle que soit la loi de leurs actions réciproques, le déplacement très-petit d'une molécule dans une direction quelconque produit une force répulsive égale en grandeur et en direction à la résultante des trois forces répulsives qui seraient produites séparément par trois déplacements rectangulaires de ce point matériel égaux aux composantes statiques du premier déplacement.

En effet, soit M (fig. 4) un des points matériels du système moléculaire; lorsque l'équilibre vient à être troublé par le petit déplacement MC de la molécule M, la résultante de toutes les forces exercées sur elle, qui auparavant était égale à zéro, acquiert une certaine valeur; pour la calculer, il suffit de déterminer les variations que ces

---

[a] Voyez pour une démonstration plus simple de ces deux théorèmes, le paragraphe 1er du Commentaire de M. de Senarmont. [E. VERDET.]

forces ont éprouvées en grandeur et en direction, et de chercher la résultante de toutes ces différentielles. Cela posé, je considère l'action N° XLVII.

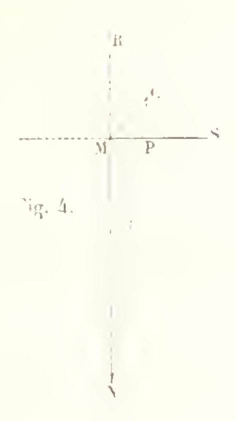


Fig. 4.

particulière d'une autre molécule quelconque N sur le point M déplacé d'une quantité MC que je suppose très-petite relativement à la distance MN qui sépare les deux molécules. J'élève sur MN la perpendiculaire MS dans le plan CMN; si l'on joint CN, CP sera la petite quantité dont la distance MN a augmenté ou la différentielle de la distance, et $\frac{MP}{MN}$ sera le sinus du petit angle dont la direction de la force a varié. Si donc on rapporte la première force et la nouvelle aux deux directions rectangulaires MR et MS, la différentielle suivant MR ne proviendra que de la petite augmentation CP de la distance et sera proportionnelle à CP, tandis que la différentielle suivant MS résultera uniquement du petit changement de direction de la force et sera proportionnelle à $\frac{MP}{MN}$, ou simplement à MP, la distance MN restant la même : ainsi la première différentielle peut être représentée par $A \times CP$ et la seconde par $B \times MP$, A et B étant deux facteurs qui restent constants tant qu'il s'agit de l'action exercée par la même molécule N.

Ne considérons encore que l'action particulière de cette molécule, et supposons que M soit déplacée successivement suivant trois directions rectangulaires, et de quantités égales aux projections de MC sur ces trois directions : par le point M menons un plan perpendiculaire à MN, qui coupera celui de la figure, c'est-à-dire le plan NMC, suivant la

N° XLVII. droite MS. Le déplacement MC a produit les deux forces différentielles $A \times CP$ et $B \times MP$, la première dirigée suivant MR, et la seconde suivant la ligne MS : les déplacements sur les trois directions rectangulaires quelconques, que nous concevons dans l'espace, produiront de même chacun une force différentielle parallèle à MR avec une autre force perpendiculaire à cette ligne, et comprise ainsi dans le plan normal MS mené par le point M : on aura la première en multipliant par le même coefficient A la distance de la nouvelle position de la molécule au plan normal, et la seconde en multipliant par le même coefficient B la distance de M au pied de la perpendiculaire abaissée de cette nouvelle position sur le plan normal. Cela posé, cherchons la résultante des trois forces différentielles parallèles à MR, qui ont le même coefficient A, et la résultante des trois forces différentielles contenues dans le plan normal, qui ont B pour coefficient commun. Les déplacements en question étant les projections du déplacement MC sur les trois directions rectangulaires que l'on a choisies, la somme de leurs projections sur la direction MR doit être égale à CP, et par conséquent la résultante des trois forces différentielles parallèles à MR sera égale à $A \times CP$, c'est-à-dire à la force que le déplacement MC produit dans cette direction. Il est aisé de voir pareillement que la résultante des trois forces différentielles comprises dans le plan normal est égale à $B \times MP$. En effet, elles ont pour expression le même coefficient B, multiplié par les projections des trois déplacements rectangulaires sur ce plan; ainsi chercher leur résultante, c'est chercher la résultante statique de ces trois projections considérées comme représentant des forces : or, sous ce point de vue, les trois déplacements rectangulaires sont les composantes statiques du déplacement MC, et par conséquent leurs projections sur le plan normal MS les composantes statiques de MP, qui est donc leur résultante; ainsi la résultante des trois forces différentielles contenues dans le plan normal est dirigée suivant MP et représentée par $B \times MP$, c'est-à-dire qu'elle est égale en grandeur et en direction à la force différentielle provenant du déplacement MC comprise dans le même plan normal.

Donc enfin l'on trouve la molécule M sollicitée par les mêmes forces N° XLVII.
différentielles, soit qu'on lui fasse éprouver le petit déplacement MC, ou qu'en la supposant successivement déplacée dans trois directions rectangulaires et de quantités égales aux composantes statiques de MC suivant ces directions, on cherche la résultante des forces produites par ces trois déplacements rectangulaires.

Ce principe étant vrai pour l'action exercée par la molécule N, l'est également pour celles que toutes les autres molécules du milieu exercent sur M : ainsi il est vrai de dire que la résultante de toutes les petites forces provenant du déplacement MC, ou l'action totale du milieu sur la molécule M après son déplacement, est égale à la résultante des forces que produiraient séparément trois déplacements rectangulaires égaux aux composantes statiques du déplacement MC.

DEUXIÈME THÉORÈME

Dans un système quelconque de molécules ou points matériels en équilibre, il y a toujours pour chacun d'eux trois directions rectangulaires suivant lesquelles tout petit déplacement de ce point, en changeant un peu les forces auxquelles il est soumis, produit une résultante totale dirigée dans la ligne même de son déplacement.

Pour démontrer ce théorème, je rapporte d'abord les diverses directions des petits déplacements de la molécule à trois axes rectangulaires pris arbitrairement, qui seront les axes des coordonnées x, y et z. Je suppose qu'on déplace successivement la molécule, suivant ces trois directions, de la même petite quantité que je prends pour unité de ces déplacements différentiels; j'appelle a, b, c, les trois composantes selon ces axes de la force excitée par le déplacement parallèle aux x; a', b', c', les trois composantes de la force excitée par le déplacement parallèle aux y; et enfin a'', b'', c'', les composantes de la force produite par le déplacement parallèle aux z.

Pour avoir la force qui résulte d'un petit déplacement égal à 1, sui-

N° XLVII. vant une autre direction quelconque faisant des angles X, Y, Z, avec les axes des x, des y et des z, il faut d'abord, d'après le théorème précédent, prendre sur ces axes les composantes statiques du déplacement, qui seront respectivement $\cos X$, $\cos Y$, $\cos Z$, et déterminer les forces produites séparément par chacun de ces déplacements: puis calculer la résultante de toutes ces forces.

Or, pour avoir les composantes de la force que produit le déplacement suivant l'axe des x égal à $\cos X$, il faut multiplier successivement $\cos X$ par les coefficients a, b, c, puisqu'ils représentent les composantes de la force excitée par un déplacement égal à 1, et que, comme il ne s'agit ici que de variations très-petites, les forces développées sont proportionnelles aux longueurs de ces déplacements différentiels : ainsi les composantes de la force résultant du déplacement $\cos X$ sont,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{l} x, \ldots\ldots a\cos X, \\ y, \ldots\ldots b\cos X, \\ z, \ldots\ldots c\cos X; \end{array}\right.$$

de même les composantes de la force produite par le déplacement $\cos Y$, suivant l'axe des y, sont,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{l} x, \ldots\ldots a'\cos Y, \\ y, \ldots\ldots b'\cos Y, \\ z, \ldots\ldots c'\cos Y, \end{array}\right.$$

et les composantes de la force excitée par le déplacement $\cos Z$, opéré suivant l'axe des z, sont,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{l} x, \ldots\ldots a''\cos Z, \\ y, \ldots\ldots b''\cos Z, \\ z, \ldots\ldots c''\cos Z. \end{array}\right.$$

En ajoutant entre elles les composantes dirigées suivant le même axe, on a donc pour les composantes totales :

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{l} x, \ldots\ldots a\cos X + a'\cos Y + a''\cos Z, \\ y, \ldots\ldots b\cos X + b'\cos Y + b''\cos Z, \\ z, \ldots\ldots c\cos X + c'\cos Y + c''\cos Z. \end{array}\right.$$

Ces composantes déterminent la grandeur et la direction de la ré- A. XLVII
sultante totale.

On pourrait croire au premier abord que les neuf constantes a, b, c, a', b', c', a'', b'', c'', sont indépendantes; mais il est aisé de reconnaître qu'il existe entre elles une relation qui en réduit le nombre à six.

En effet, soient Ax, Ay, Az (fig. 5) les trois axes rectangulaires suivant lesquels la molécule A est successivement déplacée d'une quan-

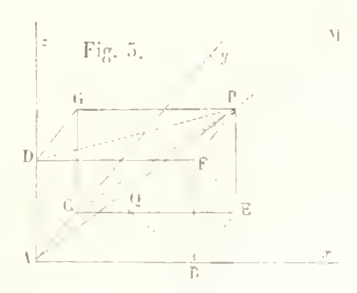


Fig. 5.

tité très-petite égale à l'unité : soit AP la direction dans le prolongement de laquelle se trouve placé un autre point matériel M qui agit sur A, et que je suppose toujours éloigné de ce point d'une quantité très-grande relativement à l'étendue des déplacements. Supposons d'abord qu'on le déplace dans la direction des x d'une quantité AB égale à l'unité; ce petit déplacement fera varier à la fois la direction et l'intensité de la force exercée par le point M, en rapprochant l'autre molécule : si du point B l'on abaisse sur la direction APM la perpendiculaire BQ, AQ sera la variation de la distance, et l'on pourra considérer BQ comme proportionnel à la variation de la direction. La première variation produira une force différentielle $A \cdot AQ$ dirigée suivant APM, et la seconde une force différentielle $B \cdot BQ$, dirigée suivant BQ, les coefficients A et B restant constants tant qu'il s'agit de l'action exercée par la même molécule M.

Pour fixer le sens dans lequel ces forces différentielles poussent le point A, supposons que la molécule M exerce sur ce point une action répulsive. La distance AM étant diminuée de AQ, cette action est aug-

N° XLVII. mentée, et la différentielle $A \times AQ$ agit dans le sens MA : de même, la différentielle $B \times BQ$ résultant du petit changement de direction de la force, agit dans le sens QB. Si donc on regarde comme positifs les sens d'action Ax, Ay et Az, pour les forces parallèles aux axes des coordonnées, la composante parallèle aux x de cette seconde différentielle sera négative, tandis que ses composantes parallèles aux y et aux z seront positives, ainsi que les trois composantes rectangulaires de la première différentielle.

Cherchons maintenant les composantes des deux forces différentielles, et d'abord celles de la première $A \times AQ$. Si nous représentons par X, Y, Z, les angles que la droite APM fait avec les axes des x, des y et des z, AB étant égal à 1 par hypothèse, $AQ = \cos X$, et la force différentielle dirigée suivant AM est représentée par $A \cos X$: ses composantes sont donc,

$$\text{parallèlement aux} \begin{cases} x, & \dots\dots \; A \cos^2 X, \\ y, & \dots\dots \; A \cos X \cos Y, \\ z, & \dots\dots \; A \cos X \cos Z. \end{cases}$$

Calculons actuellement les composantes de la seconde force différentielle $B \times BQ$ agissant suivant BQ. Puisque $AB = 1$, $BQ = \sin X$, et cette force est représentée par $B \sin X$. Je la décompose d'abord en deux autres forces dirigées, l'une suivant BA, et l'autre suivant BP perpendiculaire à BA : la première composante, qui est parallèle à l'axe des x, est égale à

$$-B \sin X \times \cos ABQ, \quad \text{ou} \quad -B \sin^2 X,$$

et la seconde a pour valeur

$$B \sin X \times \sin ABQ, \quad \text{ou} \quad B \sin X \cos X.$$

Je décompose cette seconde composante en deux autres forces dirigées suivant EB et FB, c'est-à-dire parallèlement aux axes des y et des z : la première sera égale à

$$B \sin X \cos X \times \frac{BE}{BP},$$

et la seconde à N° XLVII

$$\mathrm{B}\sin \mathrm{X}\cos \mathrm{X}\times\frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{BP}};$$

mais

$$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BP}}=\frac{\cos \mathrm{Y}}{\sin \mathrm{X}}\quad\text{et}\quad\frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{BP}}=\frac{\cos \mathrm{Z}}{\sin \mathrm{X}};$$

ainsi les valeurs des composantes parallèles aux y et aux z deviennent respectivement

$$\mathrm{B}\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Y}\quad\text{et}\quad\mathrm{B}\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Z}.$$

On a donc pour les trois composantes de la seconde force différentielle,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{ll} x,\ \ldots\ldots & -\mathrm{B}\sin^2 \mathrm{X},\\ y,\ \ldots\ldots & \mathrm{B}\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Y},\\ z,\ \ldots\ldots & \mathrm{B}\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Z}.\end{array}\right.$$

Ajoutant ensemble les composantes parallèles des deux forces différentielles, on trouve pour les composantes totales,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{ll} x,\ \ldots\ldots & \mathrm{A}\cos^2 \mathrm{X}-\mathrm{B}\sin^2 \mathrm{X},\\ y,\ \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Y},\\ z,\ \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Z}.\end{array}\right.$$

Si l'on suppose maintenant le point matériel A déplacé suivant l'axe des y d'une quantité égale à 1, on trouvera de même les composantes suivantes :

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{ll} y,\ \ldots\ldots & \mathrm{A}\cos^2 \mathrm{Y}-\mathrm{B}\sin^2 \mathrm{Y},\\ x,\ \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Y},\\ z,\ \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos \mathrm{Y}\cos \mathrm{Z};\end{array}\right.$$

et pour un déplacement pareil dans la direction des z, on aura,

$$\text{parallèlement aux}\left\{\begin{array}{ll} z,\ \ldots\ldots & \mathrm{A}\cos^2 \mathrm{Z}-\mathrm{B}\sin^2 \mathrm{Z},\\ x,\ \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos \mathrm{X}\cos \mathrm{Z},\\ y,\ \ldots\ldots & (\mathrm{A}+\mathrm{B})\cos \mathrm{Y}\cos \mathrm{Z}.\end{array}\right.$$

La seule inspection des composantes des forces différentielles exci-

N° XLVII. tées par ces trois petits déplacements montre que le déplacement parallèle aux x donne dans le sens des y la même composante que le déplacement parallèle aux y produit dans le sens des x, et donne dans le sens des z la même composante que le déplacement parallèle aux z produit dans le sens des x; et qu'enfin la composante parallèle aux z de la force excitée par le déplacement suivant l'axe des y, est égale à la composante parallèle aux y de la force excitée par le déplacement suivant l'axe des z; c'est-à-dire, en général, *que la composante parallèle à un axe produite par le déplacement suivant un des deux autres, est égale à celle qui résulte parallèlement à celui-ci d'un déplacement semblable dans la direction du premier axe.*

Ce théorème étant démontré pour l'action individuelle de chaque molécule M sur le point A, l'est en conséquence pour la résultante des actions exercées par toutes les molécules du milieu sur le même point matériel : ainsi il existe toujours entre les neuf constantes a, b, c, a', b', c', a'', b'', c'', les trois relations suivantes,

$$b = a', \qquad c = a'', \qquad c' = b'';$$

ce qui réduit à six le nombre des constantes arbitraires.

Nous pouvons donc, en général, représenter ainsi qu'il suit les composantes des trois forces résultant des trois petits déplacements égaux à l'unité et opérés successivement suivant les axes des x, des y et des z:

pour le déplacement suivant l'axe des x,

composantes......	a,	h,	g,
parallèles aux.....	x,	y,	z,

pour le déplacement suivant l'axe des y,

composantes......	b,	h,	f,
parallèles aux.....	y,	x,	z;

et enfin pour le déplacement suivant l'axe des z,

composantes......	c,	g,	f,
parallèles aux.....	z,	x,	y.

Ainsi les trois composantes d'un déplacement pareil dans une direction quelconque, faisant avec les axes des x, des y et des z, des angles égaux respectivement à X, Y, Z, seront : N° XLVII

$$\text{parallèlement aux}\begin{cases} x, \ldots\ldots & a\cos X + h\cos Y + g\cos Z = p, \\ y, \ldots\ldots & b\cos Y + h\cos X + f\cos Z = q, \\ z, \ldots\ldots & c\cos Z + g\cos X + f\cos Y = r. \end{cases}$$

Je vais démontrer maintenant qu'il existe toujours une direction pour laquelle la résultante de ces trois composantes coïncide avec cette même direction du déplacement : c'est-à-dire qu'on peut donner aux angles X, Y, Z des valeurs réelles telles que la résultante des trois composantes fasse avec les axes des x, des y et des z, des angles respectivement égaux à X, Y, Z, ou, en d'autres termes, telles que ces trois composantes soient entre elles dans le même rapport que les quantités cos X, cos Y, cos Z.

Pour trouver la direction qui satisfait à cette condition, je vais substituer aux trois inconnues cos X, cos Y, cos Z (qui se réduisent à deux par la relation $1 = \cos^2 X + \cos^2 Y + \cos^2 Z$), les tangentes des angles que les projections de la droite sur les plans xz et yz font avec l'axe des z, afin de pouvoir conclure la réalité des angles de celle des valeurs des lignes trigonométriques données par le calcul. Soient donc $x = mz$ et $y = nz$ les équations de la droite : on aura

$$m = \frac{\cos X}{\cos Z} \quad \text{et} \quad n = \frac{\cos Y}{\cos Z};$$

or les trois composantes ci-dessus, que je représenterai par p, q, r, doivent être entre elles dans le même rapport que les quantités cos X, cos Y, cos Z, pour satisfaire à la condition dont nous venons de parler.

On a donc

$$\frac{p}{r} = \frac{\cos X}{\cos Z} = m, \quad \text{et} \quad \frac{q}{r} = \frac{\cos Y}{\cos Z} = n;$$

ou mettant à la place de p, q, r, leurs valeurs,

$$m = \frac{a\cos X + h\cos Y + g\cos Z}{c\cos Z + g\cos X + f\cos Y} = \frac{a\dfrac{\cos X}{\cos Z} + \dfrac{h\cos Y}{\cos Z} + g}{c + g\dfrac{\cos X}{\cos Z} + f\dfrac{\cos Y}{\cos Z}}.$$

N° XLVII. et

$$n = \frac{b\cos Y + h\cos X + f\cos Z}{c\cos Z + g\cos X + f\cos Y} = \frac{b\dfrac{\cos Y}{\cos Z} + h\dfrac{\cos X}{\cos Z} + f}{c + g\dfrac{\cos X}{\cos Z} + f\dfrac{\cos Y}{\cos Z}};$$

ou enfin

$$m = \frac{am + hn + g}{c + gm + fn} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (1).$$

et

$$n = \frac{bn + hm + f}{c + gm + fn} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (2).$$

On tire de l'équation (2),

$$m = \frac{-fn^2 + (b-c)n + f}{gn - h};$$

substituant cette valeur de m dans l'équation (1), et chassant les dénominateurs, on a :

$$g[-fn^2+(b-c)n+f]^2 + fn(gn-h)[-fn^2+(b-c)n+f] + (c-a)(gn-h)[-fn^2+(b-c)n+f] - hn(gn-h)^2 - g(gn-h)^2 = 0.$$

Cette équation en n, qui sous cette forme paraît du quatrième degré, tombe au troisième dès qu'on effectue les multiplications, parce qu'alors les deux termes qui renferment n^4 se détruisent mutuellement; ainsi l'on est sûr qu'elle contient au moins une racine réelle. Il y a donc toujours une valeur réelle de n et partant une valeur réelle de m. Par conséquent, il y a toujours au moins une droite qui satisfait à la condition qu'un petit déplacement du point matériel suivant cette droite fait naître une force répulsive, résultante générale des actions moléculaires, dont la direction coïncide avec celle du déplacement. Nous appellerons *axes d'élasticité* les directions qui jouissent de cette propriété.

En partant de ce résultat, il est facile de prouver qu'il y a encore deux autres axes d'élasticité perpendiculaires entre eux et au premier. En effet, prenons celui-ci pour axe des x; les composantes parallèles aux y et aux z, produites par un déplacement dirigé suivant l'axe des x.

seront nulles : ainsi l'on aura $g=0$, $h=0$; et les équations (1) et (2) N° XLVII.
deviendront :

$$m(c-a+fn)=0,$$

et

$$n^2-\left(\frac{b-c}{f}\right)n-1=0.$$

La première équation donne $m=0$; et la seconde donne pour n deux valeurs qui sont toujours réelles, le dernier terme -1 étant une quantité négative. Ainsi l'on voit qu'outre l'axe des x, il y a encore deux autres axes d'élasticité : ils sont perpendiculaires à l'axe des x, puisque pour l'un et l'autre $m=0$, c'est-à-dire que leurs projections sur le plan des xz se confondent avec l'axe des z ; ils sont de plus perpendiculaires entre eux ; car le produit des deux valeurs de n multipliées l'une par l'autre est égal au dernier terme -1 de la seconde équation. *Donc il existe toujours trois axes rectangulaires d'élasticité pour chaque point matériel dans un système moléculaire quelconque, et quelles que soient les lois et la nature des actions que ces points matériels exercent les uns sur les autres.*

Si l'on suppose que dans un milieu homogène les faces correspondantes des particules ou les lignes homologues des groupes moléculaires sont toutes parallèles entre elles, les trois axes d'élasticité pour chaque point matériel auront la même direction dans toute l'étendue du milieu : c'est le cas le plus simple d'un arrangement régulier des molécules et celui que les substances cristallisées sembleraient devoir offrir constamment, d'après l'idée qu'on se fait d'une cristallisation régulière ; néanmoins les aiguilles de cristal de roche présentent des phénomènes optiques qui démontrent que cette condition du parallélisme des lignes homologues n'y est pas rigoureusement remplie. On conçoit en effet qu'il peut y avoir sans elle beaucoup d'arrangements réguliers de différentes espèces ; mais je n'ai encore cherché les lois mathématiques de la double réfraction qu'en supposant aux axes d'élasticité la même direction dans toute l'étendue du milieu vibrant, et je me bornerai en conséquence à considérer ce cas particulier, le

N° XLVII. plus simple de tous, et qui paraît être celui de la plupart des substances cristallisées: car on ne connaît encore, je crois, que le cristal de roche qui fasse exception à cette règle.

APPLICATION DES THÉORÈMES PRÉCÉDENTS AU DÉPLACEMENT COMPLEXE
DES MOLÉCULES VIBRANTES QUI CONSTITUE LES ONDES LUMINEUSES.

21. Jusqu'à présent nous n'avons considéré que le déplacement d'un point matériel, en supposant toutes les autres molécules immobiles : nous aurions pu supposer, sans changer en rien le problème, que c'est le milieu qui se déplace et le point matériel seul qui reste immobile. Mais les déplacements relatifs des molécules dans lesquels consistent les vibrations des ondes lumineuses sont plus compliqués. Considérons d'abord le cas le plus simple, celui d'une onde plane indéfinie : toutes les molécules comprises dans le même plan parallèle à la surface de l'onde sont restées dans les mêmes positions les unes à l'égard des autres; mais elles se sont déplacées relativement au reste du milieu vibrant, ou, si l'on veut, c'est ce milieu qui s'est déplacé par rapport à elles, mais non pas de la même quantité pour les diverses tranches ou rangées moléculaires : la rangée voisine est la moins déplacée, et les molécules des tranches suivantes se trouvent d'autant plus écartées de leurs positions correspondantes à celles des molécules comprises dans le premier plan qu'elles en sont plus éloignées. Si l'on considère toutes les molécules qui étaient primitivement situées sur la même ligne droite perpendiculaire à ce plan ou à la surface de l'onde, elles se trouveront transportées, en raison du mouvement vibratoire, sur une courbe sinusoïdale, de part et d'autre de cette perpendiculaire, qui sera l'axe de la courbe; ses ordonnées parallèles à l'onde, c'est-à-dire les petits déplacements des molécules, seront proportionnelles aux sinus des abscisses correspondantes : telle sera du moins la nature de cette courbe toutes les fois que la particule éclairante qui a produit les ondes, ayant été peu écartée de sa position d'équilibre, y sera ramenée par une force proportionnelle à l'écartement.

En se renfermant ainsi dans l'hypothèse des petits mouvements, on N° XLVII
peut représenter la vitesse absolue dont une molécule éthérée est animée après un temps t, par la formule

$$u = a \sin 2\pi \left(t - \frac{x}{\lambda}\right),$$

dans laquelle u représente cette vitesse, a un coefficient constant qui dépend de l'énergie des vibrations, 2π la circonférence dont le rayon est égal à l'unité, x la distance de la molécule au point lumineux, λ la longueur d'une ondulation, et t le temps écoulé depuis l'origine du mouvement. Si l'on suppose que ces ondes planes et indéfinies soient réfléchies totalement sur un plan parallèle à leur surface, c'est-à-dire que sur ce plan les molécules éthérées soient assujetties à rester complétement immobiles, alors les ondes réfléchies auront la même intensité que les ondes incidentes, auxquelles elles seront d'ailleurs parallèles : en sorte qu'on devra employer le même coefficient a dans l'expression des vitesses absolues qu'elles apporteront aux molécules éthérées. Appelons z la distance de l'onde directe au plan réfléchissant, et c la distance constante de ce plan à la source du mouvement : l'espace parcouru par l'onde directe est $c - z$, et l'espace parcouru par l'onde réfléchie qui vient à sa rencontre est $c + z$. Ainsi les vitesses apportées en même temps et au même point de l'éther par les ondes directe et réfléchie sont respectivement égales à

$$a \sin 2\pi \left(t - \frac{c}{\lambda} + \frac{z}{\lambda}\right),$$

et à

$$a \sin 2\pi \left(t - \frac{c}{\lambda} - \frac{z}{\lambda}\right).$$

Cette seconde expression doit être affectée du signe $-$, puisque les molécules éthérées restant immobiles contre le plan réfléchissant, les vibrations lumineuses changent ainsi de signe par leur réflexion. Par conséquent la vitesse absolue résultant de la superposition de l'onde directe et de l'onde réfléchie est à l'instant t,

$$a \left[\sin 2\pi \left(t - \frac{c}{\lambda} + \frac{z}{\lambda}\right) - \sin 2\pi \left(t - \frac{c}{\lambda} - \frac{z}{\lambda}\right)\right];$$

XXVII. expression qu'on peut mettre sous la forme

$$2a \sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right) \cos 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda}\right):$$

telle est l'expression générale de la vitesse absolue qui anime, à l'instant t, une molécule éthérée située à la distance z du plan réfléchissant. Elle nous apprend d'abord qu'à certaines distances de ce plan, pour lesquelles $\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right) = 0$, les molécules éthérées restent constamment immobiles; or, $\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right)$ devient nul, lorsque z est égal à zéro ou à un nombre entier de fois $\frac{1}{2}\lambda$; ainsi les plans nodaux, c'est-à-dire les plans de repos, sont séparés entre eux et de la surface réfléchissante par des intervalles égaux à $\frac{1}{2}\lambda$. Les ventres, au contraire, c'est-à-dire les points où les vibrations ont le plus d'amplitude, sont dans des positions intermédiaires et à égale distance des plans nodaux; en effet $\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right)$ atteint son maximum quand z est égal à un nombre impair de fois $\frac{1}{4}\lambda$.

La formule ci-dessus peut servir également à représenter les déplacements moléculaires, en changeant seulement t en $t - 90°$, ou $\cos 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda}\right)$ en $\sin 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda}\right)$: elle devient alors

$$y = 2b \sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right) \sin 2\pi\left(t - \frac{c}{\lambda}\right).$$

Si l'on prend y pour l'ordonnée qui répond à l'abscisse z, on voit que la courbe représentée par cette équation coupe toujours l'axe des z aux mêmes points, à tous les instants t, que ce sont les points pour lesquels $z = 0$, $z = \frac{1}{2}\lambda$, $z = \lambda$, $z = \frac{3}{2}\lambda$, etc. Les plus grands écarts des molécules ou les plus grandes valeurs de y correspondent au contraire aux valeurs de z qui contiennent un nombre impair de fois $\frac{1}{4}\lambda$. Lorsque l'on considère maintenant les changements que la courbe éprouve d'un moment à l'autre, en raison des différentes valeurs du temps t, on voit que les ordonnées conservent toujours le même rapport entre elles, comme dans les oscillations d'une corde vibrante; et la formule précédente montre que les vitesses dont les molécules sont

animées à chaque instant suivent aussi la même loi que celles des éléments d'une corde vibrante. On peut donc assimiler chaque partie du milieu comprise entre deux plans nodaux consécutifs à un assemblage de cordes vibrantes perpendiculaires à ces plans et qui leur seraient attachées par leurs extrémités; la tension de ces cordes produirait le même effet que l'élasticité du milieu, puisque, comme celle-ci, elle tendrait sans cesse à redresser les lignes droites devenues courbes par les petits déplacements des molécules perpendiculaires à ces lignes, et cela avec une force proportionnelle à l'angle de contingence. Ainsi, puisque la direction des mouvements oscillatoires, leur loi et celle des forces accélératrices sont les mêmes dans les deux cas, les règles qui s'appliquent à l'un s'appliquent nécessairement à l'autre. Or, on sait que pour qu'une corde vibrante exécute toujours ses oscillations dans le même temps, quand sa tension varie, il faut que sa longueur croisse proportionnellement à la racine carrée de sa tension: donc la longueur des mêmes ondes lumineuses (qui doivent rester isochrones dans tous les milieux qu'elles traversent) est proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité qui pousse les molécules du milieu vibrant parallèlement à leur surface; ainsi la vitesse de propagation de ces ondes *mesurée perpendiculairement à leur surface* est proportionnelle à la racine carrée de cette même élasticité. N° XLVII.

Sans recourir aux lois connues des oscillations des cordes vibrantes, il est aisé de démontrer immédiatement, par des considérations géométriques, le principe que je viens d'énoncer.

Soit ABC (fig. 6) la courbe formée par une file de molécules du

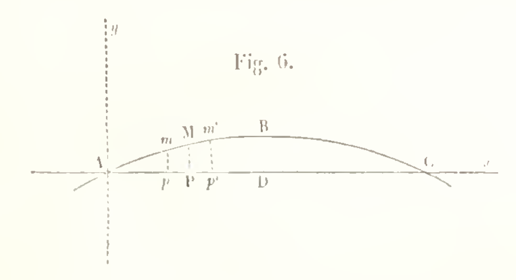


Fig. 6.

milieu vibrant, qui se trouvaient situées primitivement sur la ligne

N° XLVII. droite ADC : cette courbe peut être représentée, comme nous venons de le voir, par l'équation,

$$y = 2\,b \sin 2\,\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right) \sin 2\,\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right),$$

qui devient $y = 2\,b \sin 2\,\pi\left(\frac{z}{\lambda}\right)$, quand les molécules arrivent à la limite de leur oscillation : en ce moment leur vitesse est nulle, et l'on peut le considérer comme l'origine du mouvement pour l'oscillation suivante, qui doit résulter des forces accélératrices tendant à ramener les molécules dans leurs positions relatives d'équilibre.

Soient m et m' deux points matériels très-voisins et également distants de la molécule M; représentons par dx la longueur constante de l'intervalle pP ou Pp' compris entre deux ordonnées consécutives. La différence entre les ordonnées MP et $m'p'$ est la quantité dont le point M se trouve éloigné de sa position primitive *relativement* aux molécules comprises dans le plan mené par m' perpendiculairement à l'axe AC de la courbe: ainsi la force accélératrice exercée sur M par cette tranche du milieu, en conséquence de ce déplacement, est proportionnelle à $m'p' -$ MP. Si l'on considère les molécules comprises dans le plan passant par le point m et perpendiculaire à AC, leur action sur M résultant de leur déplacement relatif sera aussi proportionnelle à l'étendue de ce déplacement MP$-mp$, mais agira en sens contraire de l'autre force accélératrice; en sorte que l'action définitive de ces deux tranches équidistantes sur la molécule M sera proportionnelle à la différence des deux déplacements relatifs, ou à d^2y, si la distance Mp ou Mp' est très-petite à l'égard de la longueur d'ondulation[1].

[1] Dans la note sur la dispersion de la lumière placée à la suite de la première partie de ce Mémoire[a], j'ai examiné les conséquences mécaniques qui résultent de la supposition que l'action mutuelle des molécules les unes sur les autres s'étend à des distances sensibles relativement à la longueur d'ondulation : je me borne ici, pour

[a] Voyez ci-après, § 51, les notes de l'avant-dernier alinéa.

En différentiant deux fois de suite la valeur de y, on trouve N° XLVII

$$d^2y = -8b\frac{\pi^2}{\lambda^2}\sin\left(2\pi\frac{z}{\lambda}\right)dz^2.$$

Ainsi, les forces accélératrices, et par conséquent les vitesses imprimées à chaque point de la courbe ABC, au moment où l'oscillation recommence, sont proportionnelles aux ordonnées correspondantes; donc les petits espaces parcourus pendant le premier instant seront aussi dans le même rapport, et n'altéreront pas la nature de la courbe; ainsi, après le premier instant dt, les nouvelles forces accélératrices seront encore proportionnelles aux ordonnées correspondantes; et comme les vitesses acquises le sont aussi, les espaces parcourus pendant le second instant conserveront encore entre eux le même rapport : il en sera de même après le troisième instant, le quatrième, etc. Par conséquent tous les points de la courbe AMC arriveront ensemble sur la droite ADC, dont ils s'éloigneront ensuite de quantités égales à celles de leur écartement primitif, pour recommencer ensuite une oscillation en sens contraire. On voit que la loi de ces vibrations sera semblable à celle des petites oscillations d'un pendule, puisque la force accélératrice qui pousse chaque point matériel est toujours proportionnelle à l'espace qui lui reste à parcourir pour arriver à sa position d'équilibre. Ainsi, la durée des vibrations sera en raison inverse de la racine carrée de l'élasticité du milieu, élasticité qui est mesurée, dans le cas dont nous nous occupons, par l'énergie de la force résultant des déplacements relatifs des tranches parallèles du milieu, en les supposant égaux à une petite quantité constante prise pour unité.

Il est aisé de voir aussi que la durée des oscillations du point M sera proportionnelle à la longueur λ de l'ondulation. En effet, pour comparer les durées d'oscillation correspondant à des valeurs différentes de λ, il faut toujours supposer dz constant, afin que, les distances étant les mêmes, les actions moléculaires et les masses à mouvoir soient

le moment, au cas plus simple traité par les géomètres, qui ont toujours supposé que la sphère d'activité de la force élastique était infiniment petite par rapport à l'étendue de l'ébranlement.

N° XLVII. semblables de part et d'autre. En substituant dans la valeur de d^2y à la place de $\sin\left(2\pi\frac{z}{\lambda}\right)$ sa valeur, on a

$$d^2y = -4\frac{\pi^2}{\lambda^2}\,y\,dz^2.$$

Pour un même degré d'élasticité du milieu vibrant, d^2y mesure l'énergie de la force qui tend à ramener le point M en P, et y est l'espace que ce point doit parcourir : ainsi pour des écartements égaux du point M, la force accélératrice est proportionnelle à $\frac{1}{\lambda^2}$; donc la durée de son oscillation sera proportionnelle à λ. Par conséquent, la durée des vibrations des concamérations est proportionnelle à $\frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon}}$, en représentant par ε l'élasticité du milieu. Or, comme cette durée doit rester constante pour les mêmes ondes lumineuses, quelque milieu qu'elles traversent, il faut donc que la longueur d'ondulation λ, ou la vitesse de propagation soit proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité mise en jeu. Il suffit donc de déterminer la loi suivant laquelle cette élasticité varie dans un même milieu pour connaître toutes les vitesses de propagation que la lumière peut y affecter.

La loi que j'ai trouvée pour le cas où les axes d'élasticité ont des directions parallèles dans toute l'étendue du milieu est fondée sur les théorèmes de statique générale qui viennent d'être démontrés, et sur le principe suivant : *l'élasticité mise en jeu par les déplacements relatifs des molécules reste toujours la même dans le même milieu, tant que la direction de ces déplacements ne change pas, et quelle que soit d'ailleurs celle du plan de l'onde.* Je vais essayer de donner la raison théorique de ce principe, dont j'ai d'ailleurs vérifié l'exactitude par des expériences très-précises.

L'ÉLASTICITÉ MISE EN JEU PAR LES VIBRATIONS LUMINEUSES DÉPEND SEULEMENT DE LEUR DIRECTION ET NON DE CELLE DES ONDES.

22. Considérons les molécules comprises dans un même plan parallèle à la surface de l'onde : elles conservent toujours les mêmes positions relatives, et la résultante de toutes leurs actions sur l'une

d'entre elles ne tend à lui imprimer aucun mouvement. Il n'en est N° XLVII. plus de même de l'action de la tranche suivante du milieu sur cette molécule, qui, ne se trouvant plus par rapport à elle dans la position primitive d'équilibre, exerce sur elle une petite action parallèle au plan de l'onde. Continuons de subdiviser ainsi le milieu vibrant par des plans parallèles infiniment rapprochés et équidistants : à mesure qu'ils sont plus éloignés du premier, les molécules qu'ils contiennent se trouvent plus écartées de leur position primitive relativement au point matériel que nous considérons; mais cet effet est plus que balancé par l'affaiblissement des forces résultant de l'augmentation de distance, et il cesse de se faire sentir à une certaine distance, qui, sans être probablement tout à fait négligeable vis-à-vis la longueur d'une ondulation, n'en doit comprendre qu'une très-petite partie. Quelle que soit la loi suivant laquelle les actions moléculaires varient avec les distances, il est naturel de supposer que cette loi reste la même pour le même milieu dans toutes les directions : je ne veux pas dire par là que les molécules situées à la même distance du point matériel exercent sur lui, dans tous les sens, des répulsions égales; mais seulement que ces répulsions, quoique inégales, varient de la même manière avec la distance. En admettant cette hypothèse, très-probable par sa simplicité, on peut en conclure, ce me semble, que l'élasticité mise en jeu par les petits déplacements des molécules ne change pas, tant que la direction et l'étendue de ces déplacements restent les mêmes à la même distance du plan de l'onde, quelle que soit d'ailleurs la direction de ce plan.

En effet, supposons que les déplacements moléculaires soient toujours parallèles à la même direction; et considérons deux plans différents menés suivant cette direction, lesquels représenteront successivement la surface de l'onde dans deux situations différentes. Subdivisons le milieu vibrant en tranches infiniment minces et équidistantes, d'abord parallèlement au premier plan et ensuite parallèlement au second : appelons δ la petite quantité dont la seconde tranche ou la seconde rangée de molécules se trouve déplacée relativement à celle qui

N° XLVII. est contenue dans le plan de départ : les molécules originairement situées sur des lignes droites perpendiculaires à ce plan forment actuellement des lignes courbes par l'effet du mouvement ondulatoire; et les déplacements sont sensiblement proportionnels aux carrés des distances au plan de départ, dans les tranches assez voisines pour exercer une action appréciable. Ainsi, 4δ sera la quantité dont les molécules de la troisième rangée se seront déplacées relativement à celles du plan de départ, et de même 9δ, 16δ, etc. seront les déplacements relatifs des tranches suivantes. Nous supposons, bien entendu, des déplacements semblables de l'autre côté du plan.

Si tous ces déplacements, au lieu de croître avec la distance, étaient égaux à δ, l'élasticité mise en jeu serait la même que dans le cas où, le milieu restant immobile, les seules molécules comprises dans ce plan auraient glissé de la petite quantité δ. On remarquera de plus que s'il n'y avait qu'une de ces molécules qui se fût écartée de sa position d'équilibre, la direction du plan en question n'aurait aucune influence sur la force à laquelle elle se trouverait soumise.

Appelons F cette force; elle est la somme des actions exercées sur la molécule restée fixe, par toutes les tranches du milieu : or, pour passer de ce cas à celui dont nous nous sommes occupé en premier lieu, il faudrait multiplier l'action de la première tranche par zéro, celle de la seconde par 1, celle de la troisième par 4, celle de la quatrième par 9, etc. puisque dans ce cas la première tranche n'a point changé de position, que la deuxième s'est déplacée de la quantité δ, la troisième de 4δ, au lieu de δ, la quatrième de 9δ, et ainsi de suite; on aurait d'ailleurs la même progression, quelle que fût la direction du plan de l'onde. Ainsi, l'on devra toujours multiplier les actions individuelles des tranches situées au même rang par les mêmes nombres, pour tenir compte de l'étendue de leurs déplacements; d'ailleurs les coefficients qui dépendent de la distance de chaque tranche à la molécule immobile, seront aussi les mêmes à égale distance, en supposant, comme nous l'avons fait, que les actions moléculaires décroîtraient dans tous les sens suivant la même fonction des distances. Par consé-

quent, la série numérique totale par laquelle il faudra multiplier F N° XLVII.
pour avoir la force élastique qui résulte du mouvement ondulatoire, restera constante pour les diverses directions des tranches parallèles, ou du plan de l'onde, et cette force ne dépendra que de la seule direction des déplacements moléculaires [a].

APPLICATION DES PRINCIPES PRÉCÉDENTS AUX MILIEUX DONT LES AXES D'ÉLASTICITÉ CONSERVENT LA MÊME DIRECTION DANS TOUTE LEUR ÉTENDUE.

23. Si l'on admet ce principe, dont je viens de démontrer la probabilité théorique, et dont j'ai vérifié d'ailleurs l'exactitude par des expériences très-précises sur les vitesses de la lumière dans la topaze [b], il devient facile de comparer les élasticités mises en jeu par deux mouvements vibratoires qui ont des directions différentes et appartiennent à deux systèmes d'ondes lumineuses faisant entre eux un angle quelconque. Il suffit pour cela de comparer d'abord l'élasticité mise en jeu par le premier système avec l'élasticité mise en jeu par des vibrations toujours dirigées dans son plan, mais parallèles à l'intersection des plans des deux systèmes d'ondes; puis, en changeant le plan des ondes sans changer la direction de ces nouveaux déplacements, on comparera dans le plan du second système d'ondes l'élasticité qu'ils développent avec celle qui est excitée par les vibrations de ce second système. En un mot, les variations d'inclinaison de la surface des ondes relativement aux axes du milieu vibrant n'apportant aucun changement dans la force élastique, tant que la direction des déplacements moléculaires reste la même, le problème se réduit toujours à comparer les élasticités mises en jeu par deux systèmes d'ondes dont les surfaces sont parallèles, et dont les vibrations font entre elles un angle quelconque.

[a] On a eu déjà plusieurs fois occasion de faire remarquer l'insuffisance de cette démonstration. [E. Verdet.]

[b] La vraie portée de ces expériences n'est pas celle que Fresnel leur attribue [E. V.] [*].

[Voyez l'introduction d'E. Verdet aux œuvres d'A. Fresnel, VII.

X XLVII. Or, les élasticités excitées par deux systèmes d'ondes semblables qui coïncident quant à leurs surfaces, mais dont les vibrations s'exécutent suivant des directions différentes, sont évidemment entre elles comme les forces produites par les déplacements successifs d'une seule molécule suivant la première et la seconde direction. En effet, considérons la tranche située dans la position primitive d'équilibre, et par rapport à laquelle les tranches parallèles se sont déplacées : ce sont dans les deux cas les mêmes tranches du milieu qui se sont déplacées et de quantités égales, mais suivant deux directions différentes. Or, en considérant ces deux modes de déplacement, nous pouvons appliquer à l'influence que chaque molécule de la tranche immobile éprouve de la part d'une des autres tranches, les théorèmes que nous avons démontrés pour l'action d'un système moléculaire quelconque sur un point matériel qui a été un peu écarté de sa position primitive, puisque cela équivaut à laisser ce point fixe et à déplacer toutes les autres molécules du système de la même quantité. Ainsi, l'on peut calculer et comparer d'après ces théorèmes les actions qu'une tranche quelconque exerce sur la tranche fixe, et les actions des autres tranches seront dans le même rapport, puisque leurs déplacements sont supposés égaux dans les deux cas. Par conséquent les élasticités mises en jeu par les deux mouvements ondulatoires sont entre elles comme les élasticités qui seraient excitées par les deux déplacement successifs d'une seule molécule suivant des directions pareilles, et l'on peut appliquer aux déplacements complexes résultant des ondes lumineuses les principes démontrés précédemment pour le cas où une molécule est écartée de sa position d'équilibre, pendant que toutes les autres restent fixes.

Cela posé, prenons les trois axes d'élasticité du milieu vibrant pour axes des coordonnées et représentons par a^2, b^2, c^2 les élasticités que mettent en jeu les vibrations parallèles aux axes des x, des y, des z, de manière que les vitesses de propagation correspondantes, qui sont proportionnelles aux racines carrées des élasticités, se trouvent représentées par a, b, c : nous nous proposons de déterminer la force élastique résultant de vibrations de même nature, mais parallèles à une

autre direction quelconque qui fait avec ces axes les angles X, Y, Z. N° XLVII
Je prends pour unité l'amplitude de ces vibrations, ou le coefficient constant des déplacements relatifs des tranches parallèles du milieu : car pour comparer les élasticités, il faut comparer les forces qui résultent de déplacements égaux : ce coefficient étant égal à 1, ceux des composantes parallèles aux x, y, z, seront cos X, cos Y, cos Z. On sait d'ailleurs que ces forces auront les mêmes directions, d'après la propriété caractéristique des axes d'élasticité. Ainsi, appelant f la résultante de ces trois forces, on aura :

$$f = \sqrt{a^4 \cos^2 X + b^4 \cos^2 Y + c^4 \cos^2 Z};$$

et les cosinus des angles que cette résultante fait avec les axes des x, des y, des z, seront égaux respectivement à

$$\frac{a^2 \cos X}{f}, \quad \frac{b^2 \cos Y}{f}, \quad \frac{c^2 \cos Z}{f}.$$

On voit qu'en général cette résultante n'a pas la même direction que les déplacements qui l'ont produite. Mais on peut toujours la décomposer en deux autres forces, l'une parallèle et l'autre perpendiculaire à la direction des déplacements. Lorsque la seconde force se trouvera en même temps normale au plan de l'onde, elle n'aura plus aucune influence sur la propagation des vibrations lumineuses, puisque, d'après notre hypothèse fondamentale, les vibrations lumineuses s'opèrent *uniquement* dans le sens de la surface des ondes [a]. Or nous aurons soin de ramener à ce cas tous les calculs relatifs aux vitesses de propagation ; c'est pourquoi nous allons nous borner à déterminer la composante parallèle aux déplacements.

Les angles que cette direction fait avec les axes sont X, Y, Z; les cosinus des angles que les mêmes axes font avec la résultante, sont

$$\frac{a^2 \cos X}{f}, \quad \frac{b^2 \cos Y}{f}, \quad \frac{c^2 \cos Z}{f};$$

[a] Ce passage est, comme on l'a déjà fait remarquer (note finale du N° XXXIX), le deuxième point faible dans la serie des raisonnements de Fresnel. (E. VERDET.)

N° XLVII par conséquent le cosinus de l'angle que la résultante fait avec la direction du déplacement est égal à

$$\frac{a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z}{f};$$

Or il faut multiplier ce cosinus par la force f pour avoir sa composante parallèle à cette direction; la composante que nous cherchons est donc égale à

$$a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z.$$

Si nous appelons v^2 cette composante de la force élastique, afin que la vitesse de propagation correspondante soit représentée par v, nous aurons

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z.$$

SURFACE D'ÉLASTICITÉ, QUI REPRÉSENTE LA LOI DES ÉLASTICITÉS ET DES VITESSES DE PROPAGATION[1].

24. Je supposerai que l'on construise d'après cette équation une surface dont chaque rayon vecteur, faisant avec les axes des x, des y et des z des angles égaux à X, Y et Z, ait pour longueur la valeur de v: on pourra l'appeler *surface d'élasticité*, puisque les carrés de ses rayons vecteurs donneront les composantes de la force élastique suivant la direction de chaque déplacement.

Si l'on conçoit un système d'ondes lumineuses (toujours supposées planes et indéfinies) qui se propagent dans le milieu dont la loi d'élasticité est représentée par cette surface, en menant par son centre un plan parallèle aux ondes, on devra considérer toute composante perpendiculaire à ce plan comme n'ayant aucune influence sur la vitesse de propagation des ondes lumineuses. La force élastique excitée par des déplacements parallèles à l'un des rayons vecteurs de cette section diamétrale peut toujours être décomposée en deux autres forces, l'une

[1] Sur les §§ 24 à 29 voyez les §§ II et III du Commentaire de M. de Senarmont. [E. VERDET.]

parallèle et l'autre perpendiculaire au rayon vecteur : la première est N° XLVII
représentée en grandeur par le carré de la longueur même de ce rayon vecteur; la seconde, n'étant perpendiculaire au plan de la section diamétrale que pour deux positions particulières, peut se décomposer généralement en deux autres forces, l'une comprise dans ce plan et l'autre normale au plan : celle-ci, comme nous venons de le dire, n'exerce pas d'influence sur la propagation des ondes lumineuses; mais il n'en est pas ainsi de l'autre composante, qu'il faudrait combiner avec la première composante parallèle au rayon vecteur pour avoir toute la force élastique excitée dans le plan des ondes.

On remarquera que, pour ce cas général, la force élastique qui propage les ondes ne serait pas parallèle aux déplacements qui l'ont produite, d'où résulterait dans les vibrations qui passent d'une tranche à l'autre un changement graduel de leur direction et par conséquent de l'intensité de la force élastique qu'elles mettent en jeu, ce qui rendrait très-difficile le calcul de leur propagation et empêcherait d'y appliquer la loi ordinaire d'après laquelle la vitesse de propagation est proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité mise en jeu, loi que nous n'avons démontrée applicable que pour le cas particulier où la direction des vibrations et l'élasticité restent constantes d'une tranche à l'autre.

Mais il existe toujours dans chaque plan deux directions rectangulaires telles que les forces élastiques excitées par des déplacements parallèles à chacune d'elles étant décomposées en deux autres forces, l'une parallèle et l'autre perpendiculaire à cette direction, la seconde composante se trouve perpendiculaire au plan; en sorte que les vibrations sont uniquement propagées par une force élastique parallèle aux déplacements primitifs, qui conserve ainsi dans leur trajet la même direction et la même intensité. Or, quel que soit le sens des vibrations incidentes, on pourra toujours les décomposer suivant ces deux directions rectangulaires dans le plan diamétral parallèle aux ondes, et ramener ainsi le problème de leur marche au calcul des vitesses de propagation des vibrations parallèles à ces deux directions, calcul facile à

N° XLVII. faire d'après le principe que les vitesses de propagation sont proportionnelles aux racines carrées des élasticités mises en jeu, qui devient alors rigoureusement applicable.

LES PETITS DÉPLACEMENTS PARALLÈLES AUX AXES D'UNE SECTION DIAMÉTRALE QUELCONQUE DE LA SURFACE D'ÉLASTICITÉ NE TENDENT POINT À ÉCARTER LES MOLÉCULES DES TRANCHES SUIVANTES DU PLAN NORMAL MENÉ PAR LEUR DIRECTION.

25. Je vais démontrer que le plus grand et le plus petit rayon vecteur, ou les deux axes de la section diamétrale, jouissent de la propriété que je viens d'énoncer; c'est-à-dire que les déplacements suivant chacun de ces deux axes excitent des forces élastiques dont la composante perpendiculaire à leur direction se trouve en même temps perpendiculaire au plan de la section diamétrale.

En effet, soit $x = By + Cz$ l'équation du plan sécant passant par le centre de la surface d'élasticité : l'équation de condition qui exprime que ce plan contient le rayon vecteur dont les inclinaisons sur les axes des x, des y et des z, sont respectivement X, Y, et Z, est

$$\cos X = B\cos Y + C\cos Z.$$

On a d'ailleurs entre les angles X, Y et Z la relation

$$\cos^2 X + \cos^2 Y + \cos^2 Z = 1,$$

et pour équation de la surface d'élasticité

$$v^2 = a^2\cos^2 X + b^2\cos^2 Y + c^2\cos^2 Z.$$

Le rayon vecteur v atteint son *maximum* ou son *minimum* quand sa différentielle devient nulle; on a donc dans ce cas, en différentiant l'équation de la surface par rapport à l'angle X,

$$0 = a^2\cos X\sin X + b^2\cos Y\sin Y\frac{dY}{dX} + \cos Z\sin Z\frac{dZ}{dX}.$$

Si l'on différentie pareillement les deux équations précédentes, on N° XLVII. aura encore

$$\cos X \sin X + \cos Y \sin Y \frac{dY}{dX} + \cos Z \sin Z \frac{dZ}{dX} = 0, \quad -\sin X + B \sin Y \frac{dY}{dX} + C \sin Z \frac{dZ}{dX} = 0;$$

d'où l'on tire pour $\frac{dY}{dX}$ et $\frac{dZ}{dX}$ les valeurs suivantes :

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\sin X (C \cos X + \cos Z)}{\sin Y (B \cos Z - C \cos Y)}, \quad \text{et} \quad \frac{dZ}{dX} = \frac{-\sin X (B \cos X + \cos Y)}{\sin Z (B \cos Z - C \cos Y)}.$$

Substituant ces deux valeurs dans la première équation différentielle, qui exprime la condition commune du *maximum* ou du *minimum*, on trouve pour l'équation qui détermine la direction des axes de la section diamétrale :

$$a^2 \cos X (B \cos Z - C \cos Y) + b^2 \cos Y (C \cos X + \cos Z) - c^2 \cos Z (B \cos X + \cos Y) = 0 \ldots (A)$$

Concevons maintenant un plan mené par le rayon vecteur et la direction de la force accélératrice que développent les déplacements parallèles au rayon vecteur; c'est dans ce plan que nous décomposerons cette force en deux autres, la première dirigée suivant le rayon vecteur, la deuxième perpendiculaire à sa direction; et si ce plan est perpendiculaire au plan sécant, il est clair que la seconde composante sera normale à celui-ci. Nous allons donc chercher l'équation qui exprime que ces deux plans font entre eux un angle droit, et si elle s'accorde avec l'équation (A), nous pourrons en conclure que les axes de la section diamétrale sont précisément les deux directions qui satisfont à la condition que la composante perpendiculaire au rayon vecteur soit en même temps perpendiculaire au plan sécant.

Soit $x = B'y + C'z$ l'équation du plan mené suivant le rayon vecteur et la direction de la force élastique développée par des vibrations parallèles au rayon vecteur. Les cosinus des angles que cette force fait avec les trois axes des coordonnées sont

$$\frac{a^2 \cos X}{f}, \quad \frac{b^2 \cos Y}{f}, \quad \frac{c^2 \cos Z}{f};$$

N° XLVII. et puisqu'elle est contenue dans le plan $x = B'y + C'z$, on a

$$\frac{a^2\cos X}{f} = B'\frac{b^2\cos Y}{f} + C'\frac{c^2\cos Z}{f},$$

ou

$$a^2\cos X = B'b^2\cos Y + C'c^2\cos Z.$$

Ce plan contenant le rayon vecteur, on a pareillement

$$\cos X = B'\cos Y + C'\cos Z.$$

On tire de ces deux équations

$$B' = \frac{(a^2-c^2)\cos X}{(b^2-c^2)\cos Y} \quad \text{et} \quad C' = -\frac{(a^2-b^2)\cos X}{(b^2-c^2)\cos Z};$$

substituant ces valeurs de B' et C' dans l'équation

$$BB' + CC' + 1 = 0,$$

qui exprime que le second plan est perpendiculaire au premier, on trouve

$$B(a^2-c^2)\cos X\cos Z - C(a^2-b^2)\cos X\cos Y + (b^2-c^2)\cos Y\cos Z = 0,$$

relation semblable à celle de l'équation (1), qui détermine la direction des axes de la section diamétrale, comme il est aisé de le reconnaître en effectuant les multiplications. Donc les directions de ces deux axes jouissent effectivement de la propriété énoncée; d'où il résulte que les vibrations parallèles conservant toujours la même direction ont une vitesse de propagation proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité mise en jeu, vitesse qui peut alors être représentée par le rayon vecteur v.

DÉTERMINATION DE LA VITESSE DE PROPAGATION DES ONDES PLANES ET INDÉFINIES.

26. A l'aide de ce principe et de l'équation de la surface d'élasticité, toutes les fois que l'on connaîtra les trois demi-axes a, b, c, il sera facile de déterminer la vitesse de propagation des ondes planes et

indéfinies dont la direction sera donnée. Pour cela, on mènera d'abord N° XLVII.
par le centre de la surface d'élasticité un plan parallèle aux ondes, et l'on décomposera leur mouvement vibratoire en deux autres dirigés suivant le grand et le petit axe de cette section diamétrale : si l'on appelle α l'angle que les vibrations incidentes font avec le premier de ces axes, $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$ représenteront les intensités relatives des deux composantes; et leurs vitesses de propagation mesurées perpendiculairement aux ondes seront respectivement égales à la moitié du demi-axe de la section diamétrale auquel les vibrations sont parallèles. Ces deux demi-axes étant généralement inégaux, les deux systèmes d'ondes parcourront le milieu avec des vitesses différentes, et cesseront d'être parallèles en sortant du milieu réfringent, si la surface d'émergence est oblique à celle des ondes, de manière que la différence des vitesses entraîne une différence de réfraction. Quant aux plans de polarisation des deux faisceaux divergents, ils seront perpendiculaires entre eux, puisque leurs vibrations sont rectangulaires.

IL Y A DEUX PLANS DIAMÉTRAUX QUI COUPENT LA SURFACE D'ÉLASTICITÉ SUIVANT DES CERCLES.

27. Il est à remarquer que la surface

$$v^2 = a^2\cos^2 X + b^2\cos^2 Y + c^2\cos^2 Z,$$

qui représente les lois de l'élasticité de tout milieu dont les groupes moléculaires ont leurs axes d'élasticité parallèles, peut être coupée suivant deux cercles par deux plans menés suivant son axe moyen et également inclinés sur chacun des deux autres axes.

En effet, remplaçons les coordonnées polaires par des coordonnées rectangulaires dans cette équation, qui devient ainsi

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 :$$

la section circulaire faite dans cette surface peut toujours être considérée comme appartenant en même temps à la surface d'une sphère

XLVII. $x^2+y^2+z^2=r^2$; sa circonférence devra donc se trouver à la fois dans le plan sécant $z=Ax+By$, sur la surface de la sphère et sur la surface d'élasticité. La combinaison des équations de ces deux surfaces donne

$$r^4=a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2:$$

en substituant dans cette relation la valeur de z tirée de l'équation du plan sécant, on a, pour la projection de la courbe d'intersection sur le plan des xy,

$$x^2(a^2+A^2c^2)+y^2(b^2+B^2c^2)+2AB\,c^2\,xy=r^4\,.\;.\;.\;.\;.\;(1).$$

En substituant cette valeur de z dans l'équation de la sphère, on trouve pour la projection de la même courbe sur le même plan des xy,

$$x^2(1+A^2)+y^2(1+B^2)+2AB\,xy=r^2.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(2).$$

Les deux équations (1) et (2) devant être identiques, on a :

$$\frac{1+B^2}{1+A^2}=\frac{b^2+B^2c^2}{a^2+A^2c^2};\quad \frac{2AB}{1+A^2}=\frac{2AB\,c^2}{a^2+A^2c^2};\quad \frac{r^2}{1+A^2}=\frac{r^4}{a^2+A^2c^2}.$$

La seconde condition ne peut être satisfaite que par $A=0$, ou $B=0$, puisque sans cela il faudrait faire $c^2+A^2c^2=a^2+A^2c^2$, ou, $a^2=c^2$, quantités constantes dont on ne peut pas disposer. Si l'on suppose $A=0$, on tire de la première équation de condition

$$B=\pm\sqrt{\frac{a^2-b^2}{c^2-b^2}},$$

quantité imaginaire si c'est b qui est l'axe moyen, puisque alors les deux termes de la fraction placée sous le radical sont de signes contraires. Ainsi, en supposant $a>b$ et $b>c$, il faut faire $B=0$, d'où l'on conclut pour A la valeur réelle

$$A=\pm\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}.$$

$B=0$ indique que le plan sécant doit passer par l'axe des y ou l'axe moyen de la surface d'élasticité; les deux valeurs égales et de signes

contraires qu'on trouve pour A, c'est-à-dire pour la tangente de l'angle N° XLVII
que ce plan fait avec l'axe des x, montrent qu'il y a deux plans également inclinés sur le plan des xy, qui satisfont à la condition de couper la surface d'élasticité suivant un cercle, et qu'il n'y a que ces deux plans. Toute autre section diamétrale a donc deux axes inégaux; en sorte que les ondes qui lui sont parallèles peuvent parcourir le même milieu avec deux vitesses différentes, selon que leurs vibrations sont dirigées suivant l'un ou l'autre de ces axes.

LA DOUBLE RÉFRACTION DEVIENT NULLE POUR LES ONDES PARALLÈLES AUX DEUX SECTIONS CIRCULAIRES DE LA SURFACE D'ÉLASTICITÉ.

28. Au contraire, les ondes parallèles aux sections circulaires doivent toujours avoir la même vitesse de propagation, dans quelque direction que leurs vibrations s'exécutent, puisque les rayons vecteurs de chaque section sont tous égaux entre eux; et de plus leurs vibrations ne peuvent éprouver de déviation en passant d'une tranche à l'autre, parce que la composante perpendiculaire à chacun de ces rayons vecteurs est en même temps perpendiculaire au plan de la section circulaire; car nous venons de démontrer par le calcul précédent que cette condition était remplie dès que la différentielle du rayon vecteur devenait égale à zéro : or c'est ce qui a lieu pour tous les rayons vecteurs des sections circulaires, puisque leur longueur est constante. Par conséquent, si l'on coupe un cristal parallèlement à chacune des sections circulaires de la surface d'élasticité, et qu'on y introduise perpendiculairement à ces faces des rayons polarisés suivant un azimut quelconque, ils n'éprouveront dans le cristal ni double réfraction, ni déviation de leur plan de polarisation; ainsi ces deux directions jouiront des propriétés de ce qu'on appelle improprement les *axes du cristal*, et que je nommerai *axes optiques*, pour les distinguer des trois axes rectangulaires d'élasticité, qu'on doit considérer, à mon avis, comme les véritables axes du milieu doué de la double réfraction.

N° XLVII.

IL N'Y A JAMAIS PLUS DE DEUX AXES OPTIQUES DANS LES MILIEUX RÉFRINGENTS DONT LES AXES D'ÉLASTICITÉ ONT PARTOUT LA MÊME DIRECTION.

29. Une conséquence remarquable du calcul que nous venons de faire, c'est qu'un corps constitué comme nous le supposons, c'est-à-dire dont les particules sont disposées de manière que les axes d'élasticité pour chaque point du milieu vibrant soient parallèles dans toute son étendue, ne peut pas avoir plus de deux axes optiques. Ils se réduisent à un seul lorsque deux des demi-axes a, b, c de la surface d'élasticité sont égaux entre eux : lorsque a est égal à b, par exemple, $A = 0$, les deux sections circulaires se confondent avec le plan des xy, et les deux axes optiques, qui leur sont perpendiculaires, avec l'axe des z, ou l'axe c de la surface d'élasticité, qui devient alors une surface de révolution. C'est le cas des cristaux que l'on désigne sous le nom de *cristaux à un axe*, tels que le spath calcaire. Quand les trois axes d'élasticité sont égaux entre eux, l'équation de la surface d'élasticité devient celle d'une sphère; les forces ne varient plus avec la direction des déplacements moléculaires, et le milieu vibrant ne jouit plus de la double réfraction : c'est ce qui paraît avoir lieu dans tous les corps cristallisés en cubes.

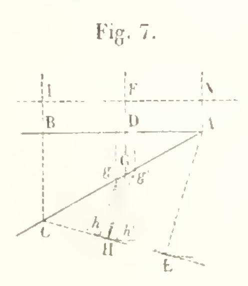
Jusqu'à présent nous n'avons calculé que la vitesse de propagation des ondes lumineuses mesurée perpendiculairement à leur plan tangent, sans chercher à déterminer la forme des ondes dans l'intérieur du cristal et l'inclinaison des rayons sur leur surface. Tant qu'il ne s'agit de calculer les effets de la double réfraction que pour des ondes incidentes sensiblement planes, c'est-à-dire qui émanent d'un point lumineux suffisamment éloigné, il suffit de déterminer les directions relatives du plan de l'onde en dedans et en dehors du cristal, puisqu'on trouve ainsi l'angle que l'onde émergente fait avec l'onde incidente, et par conséquent l'inclinaison mutuelle des deux lignes suivant lesquelles il faudrait diriger successivement le rayon visuel ou l'axe d'une lunette pour voir le point de mire, d'abord

directement, et ensuite à travers le prisme de cristal : je dis le *prisme*, N° XLVII.
car si la plaque de cristal avait ses faces parallèles, l'onde émergente serait parallèle à l'onde incidente, dans le cas que nous considérons, où le point lumineux est supposé à l'infini, quelles que fussent d'ailleurs l'énergie de la double réfraction et la loi des vitesses de propagation dans l'intérieur du cristal. Il ne peut donc y avoir de séparation angulaire sensible des images ordinaire et extraordinaire dans ce cas, qu'autant que la plaque cristallisée est prismatique; et pour calculer les angles de déviation des faisceaux ordinaire et extraordinaire, qui par leur différence donnent l'angle de divergence des deux images, il suffit de déterminer la vitesse de propagation de chaque système d'ondes dans le cristal d'après la direction de son plan relativement aux axes.

DÉMONSTRATION DE LA LOI DE LA RÉFRACTION POUR LES ONDES PLANES ET INDÉFINIES

30. Soit, par exemple, IN le plan de l'onde incidente, que je sup-

Fig. 7.



pose, pour plus de simplicité, parallèle à la face d'entrée du prisme de cristal BAC, dont les axes sont d'ailleurs dirigés d'une manière quelconque; toutes les parties de cette onde arriveront simultanément sur le plan AB, et elle n'éprouvera aucune déviation de son plan en pénétrant et en parcourant le cristal. Il n'en sera pas de même quand elle sortira du prisme : pour déterminer la direction du plan de l'onde émergente, du point A comme centre, et d'un rayon AE égal au chemin parcouru par la lumière dans l'air pendant le temps que l'onde

N° XLVII. met à aller de B en C, je décris un arc de cercle, auquel je mène par C une tangente CE; cette tangente indiquera précisément le plan de l'onde émergente, comme il est facile de le démontrer[1]. Si l'on considère chaque point ébranlé de la surface AC comme étant lui-même un centre d'ébranlement, on voit que toutes les petites ondes sphériques ainsi produites arriveront simultanément sur CE, qui sera leur plan tangent commun : or je dis que ce plan sera la direction de l'onde totale résultant de la réunion de toutes ces petites ondes élémentaires, du moins à une distance de la surface très-grande relativement à la longueur d'une ondulation. En effet, soit H un point quelconque de ce plan pour lequel je cherche en position et en intensité la résultante de tous ces systèmes d'ondes élémentaires : le premier rayon arrivé en ce point est celui qui a suivi la direction GH perpendiculaire à CE, et les rayons gH et g'H partis des autres points g et g', situés à droite et à gauche de G, se trouveront en arrière dans leur marche d'un nombre entier ou fractionnaire d'ondulations, d'autant plus grand que ces points s'écarteront davantage du point G. Si maintenant on divise CA de telle sorte qu'il y ait toujours une différence d'une demi-ondulation entre les rayons émanés de deux points de division consécutifs, il est aisé de voir qu'en raison de l'éloignement de H, qui est très-grand relativement à une longueur d'ondulation, les petites parties dans lesquelles on aura divisé CA deviendront sensiblement égales entre elles pour les rayons qui font avec GH des angles un peu prononcés; on peut donc admettre que les rayons envoyés par deux parties consécutives se détruiront mutuellement dès qu'ils auront une obliquité prononcée sur GH, ou plus rigoureusement, que la lumière envoyée par une de ces parties sera détruite par la moitié de la lumière de celle qui la précède et la moitié de la lumière de celle qui la suit; car sa largeur ne diffère de la moyenne arithmétique de celles entre lesquelles elle est située, que d'une très-petite quantité du second ordre : de plus les rayons envoyés par ces trois parties doivent

[1] Je suppose le plan de la figure perpendiculaire aux deux faces du prisme.

avoir sensiblement la même intensité, quelle que soit la loi de leur N° XLVII.
variation d'intensité autour des centres d'ébranlement, puisque étant sensiblement parallèles entre eux (à cause de l'éloignement de H), ils sont dans les mêmes circonstances [1]. D'ailleurs il résulte de la nature du mouvement vibratoire primitif d'où proviennent tous ces centres d'ébranlement, et dont ils doivent nécessairement répéter les oscillations, que les ondes élémentaires qu'ils enverront en H, y apporteront alternativement des vitesses absolues négatives et positives, qui seront pareilles quant à la grandeur, et ne différeront que par le signe : il en sera de même des forces accélératrices résultant des déplacements relatifs des molécules, qui seront égales et de signes contraires pour les deux mouvements opposés de l'onde primitive : or cette égalité entre les quantités positives et négatives contenues dans chaque ondulation complète, suffit pour que deux systèmes qui diffèrent dans leur marche d'une demi-ondulation se détruisent mutuellement, quand ils ont d'ailleurs la même intensité. Ainsi tous les rayons sensiblement inclinés sur GH se détruiront mutuellement, et il n'y aura que ceux qui lui sont presque parallèles qui concourront efficacement à la formation du système d'ondes résultant. On pourra donc les considérer dans le calcul comme ayant des intensités égales, et intégrer entre $-\infty$ et $+\infty$ suivant les deux dimensions, en employant les formules que j'ai données dans mon Mémoire sur la diffraction. Mais, sans recourir à ces formules, il est évident d'avance que si l'intensité de l'onde incidente AB est la même dans toutes ses parties, les éléments de l'intégration seront les mêmes pour les différents points h, H, h', etc. de l'onde émergente, situés à une distance suffisante de la surface CA, quelle que soit d'ailleurs la forme de l'intégrale, et qu'en conséquence l'intensité et la po-

[1] On peut faire pour les intensités de ces rayons la même observation que pour l'étendue des parties de AC qui les envoient, en remarquant que les rayons de deux parties consécutives différant seulement en intensité d'une quantité infiniment petite du premier ordre, l'intensité des rayons d'une partie intermédiaire ne diffère que d'un infiniment petit du deuxième ordre de la moyenne entre les intensités des rayons des deux parties contiguës.

N° XLVII. sition de l'onde résultante seront les mêmes dans chacun de ces points; elle sera donc parallèle à CE, lieu géométrique des premiers ébranlements; les formules d'intégration la placent à un quart d'ondulation en arrière de ce plan; mais cela ne change rien à sa direction, la seule chose qui détermine celle du rayon visuel ou de l'axe de la lunette avec laquelle on observe le point de mire [1]. Ainsi les sinus des angles BAC et CAE de la surface réfringente avec les ondes incidente et réfractée sont entre eux comme les longueurs CB et AE, c'est-à-dire comme les vitesses de propagation de la lumière dans les deux milieux contigus.

Nous voyons donc que pour calculer les effets prismatiques des milieux doués de la double réfraction, quand le point de mire est à l'infini et qu'en conséquence l'onde incidente est plane, il suffit de connaître la vitesse de propagation des ondes ordinaires et extraordinaires dans l'intérieur du cristal pour chaque direction du plan de l'onde, cette vitesse étant mesurée perpendiculairement à ce plan. Or c'est ce que donnent le plus grand et le plus petit rayon vecteur de la section diamétrale faite dans la surface d'élasticité par le plan de l'onde. Mais lorsque le point de mire est très-rapproché du milieu réfringent et qu'on emploie un cristal dont la double réfraction est très-forte, tel que le spath calcaire, dans lequel la courbure des ondes diffère beaucoup de celle d'une sphère, il devient nécessaire de connaître la forme de ces ondes.

PRINCIPE QUI DÉTERMINE LA DIRECTION DES RAYONS RÉFRACTÉS, LORSQUE LE POINT DE MIRE N'EST PAS ASSEZ ÉLOIGNÉ POUR QU'ON PUISSE FAIRE ABSTRACTION DE LA COURBURE DES ONDES LUMINEUSES.

31. Afin de me faire comprendre plus aisément, je prendrai un cas bien simple, celui où le point de mire est situé dans l'intérieur du

[1] J'ai cru utile de répéter ici d'une manière abrégée l'explication que j'ai donnée de la loi de Descartes pour la réfraction ordinaire, dans la dernière note de mon Mémoire sur la diffraction, afin d'épargner au lecteur la peine d'y avoir recours.

cristal, ou bien contre sa surface inférieure. Soient M le point lumineux, EC la surface supérieure de la plaque par laquelle sortent les N° XLVII.

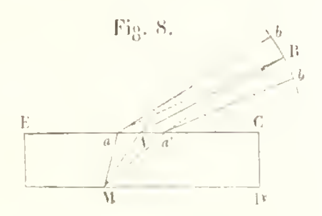


Fig. 8.

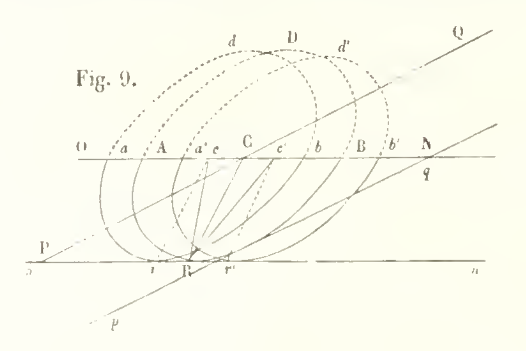
rayons; soient MA, Ma, Ma', des rayons partis du point lumineux suivant une direction telle qu'ils viennent frapper l'ouverture bb' de l'œil ou de l'objectif de la lunette; je suppose que la courbe bBb' représente le lieu géométrique des ébranlements de première arrivée partis de la surface réfringente EC: elle sera parallèle, comme nous l'avons vu, à l'onde résultant de tous les ébranlements élémentaires. Or c'est de la direction de l'élément de l'onde émergente qui vient tomber sur l'ouverture de la pupille que dépend la position de l'image du point lumineux sur la rétine et par conséquent la direction du rayon visuel, qui est perpendiculaire à l'élément de l'onde; c'est donc la direction de cet élément ou de sa normale qu'il s'agit de déterminer. Cette normale est le rayon AB de plus prompte arrivée sur le milieu B de l'élément, puisque cet élément est tangent à la sphère décrite du point A comme centre. Il ne s'agit donc que de chercher entre tous les rayons brisés MaB, MAB, Ma'B celui qui apportera le premier ébranlement en B, et sa direction hors du cristal sera celle suivant laquelle on verra le point de mire.

Mais la section faite dans la surface d'élasticité ne fournit pas immédiatement les quantités nécessaires pour déterminer les intervalles de temps compris entre les arrivées de l'ébranlement parti de M aux points a, A, a'; car elle ne donne la vitesse de propagation qu'autant que l'on connaît la direction du plan sécant ou de l'élément de l'onde auquel il est parallèle; et il est à remarquer de plus que la vitesse de propagation a toujours été censée comptée dans cette construction sur

N° XLVII. la perpendiculaire au plan de l'onde, tandis qu'il faudrait ici l'avoir sur la direction du rayon; car, ainsi que nous venons de le dire, le problème se réduit à chercher le rayon de première arrivée. Il est donc nécessaire de calculer d'abord les vitesses de propagation de l'onde dont le centre est en M suivant les différents rayons de Ma, MA, Ma', c'est-à-dire les longueurs de ces rayons comprises entre le centre M et la surface de l'onde au bout d'un temps déterminé, ou en d'autre termes l'équation de la surface de l'onde.

THÉORÈME SUR LEQUEL REPOSE LE CALCUL DE LA SURFACE DES ONDES.

32. Soit C un centre d'ébranlement, ARBD la position de l'onde émanée de C, après l'unité de temps, que je prends assez grande pour



que la distance de l'onde au point C contienne beaucoup d'ondulations, ou en d'autres termes, pour que la longueur d'ondulation soit négligeable à l'égard de cette distance. Cela posé, concevons une onde plane indéfinie ON passant par le même point C : je dis qu'au bout de l'unité de temps elle aura dû se transporter parallèlement à elle-même dans la position on tangente à la courbe ARBD. En effet, soit R le point de contact; cherchons la résultante de tous les systèmes d'ondes élémentaires émanés des différents points de ON qui arrivent en R; on voit que, par les raisons exposées précédemment, il n'y aura que les rayons tels que Rc, c'R peu inclinés sur CR qui concourront d'une manière efficace à la composition du mouvement oscillatoire en R. Soient c et c'

deux centres d'ébranlement, d'où viennent ces rayons peu obliques N° XLVII
sur CR: au bout de l'unité de temps, ils auront envoyé les deux ondes *arbd* et *a'r'b'd'* absolument pareilles à l'onde ARBD et tangentes au même plan *on* dans les points *r* et *r'*; ainsi elles arriveront en R un peu plus tard que l'onde émanée de C: CR est donc le chemin de première arrivée de l'ébranlement en R. Il est à remarquer d'abord que tout est symétrique de part et d'autre du *minimum* dans un petit intervalle tel que celui que nous considérons, et qu'ainsi les mouvements oscillatoires qui viennent par les rayons correspondants *c*R et *c'*R, et sont légèrement obliques au plan *on*, formeront ensemble des mouvements composés exactement parallèles à ce plan, comme le mouvement oscillatoire qui vient de C: on pourrait en dire autant de deux autres points correspondants quelconques situés hors du plan de la figure: donc déjà le mouvement oscillatoire aura la direction qu'il doit avoir dans l'onde *on*. Quant à la position de l'onde résultante, elle se trouve en arrière du point R d'un quart d'ondulation, en intégrant parallèlement et perpendiculairement au plan de la figure; mais dans un calcul où nous avons considéré la longueur d'ondulation comme négligeable vis-à-vis la distance CR, nous pouvons dire que l'onde ON est effectivement arrivée en R au bout de l'unité de temps: en faisant un raisonnement semblable pour chacun des autres points de *on*, on prouverait de même que les ébranlements résultant de tous ceux qui partent de ON y arrivent aussi au bout de l'unité de temps, et en conséquence que l'onde entière se trouve en cet instant transportée en *on*. On démontrerait de même que toute autre onde plane PQ passant par le point C serait au bout de l'unité de temps dans la position parallèle *pq* tangente à la même surface courbe ARBD: donc cette surface doit être tangente à la fois à tous les plans occupés au bout de l'unité de temps par toutes les ondes planes indéfinies parties de C: or nous connaissons leurs vitesses relatives de propagation mesurées dans des directions perpendiculaires à leurs plans, et nous pourrons en conséquence déterminer leurs positions au bout de l'unité de temps, et en conclure l'équation de la surface de l'onde émanée du point C. De

N° XLVII. cette manière, la question est réduite au calcul d'une surface enveloppe.

CALCUL DE LA SURFACE DES ONDES DANS LES MILIEUX DOUÉS DE LA DOUBLE RÉFRACTION.

33. En conséquence, l'équation d'un plan qui passe par le centre de la surface d'élasticité étant $z = mx + ny$, celle du plan parallèle auquel la surface de l'onde doit être tangente sera $z = mx + ny + C$, C étant déterminé de manière que la distance de ce plan à l'origine des coordonnées soit égale au plus grand ou au plus petit rayon vecteur de la surface d'élasticité compris dans le plan diamétral $z = mx + ny$.

L'équation de la surface d'élasticité rapportée aux trois axes rectangulaires d'élasticité est

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z.$$

Soient $x = \alpha z$ et $y = \beta z$ les équations d'une droite qui passe par son centre, c'est-à-dire d'un rayon vecteur; on a, entre α, β et X, Y, Z, les relations suivantes :

$$\cos^2 X = \frac{\alpha^2}{1+\alpha^2+\beta^2}, \quad \cos^2 Y = \frac{\beta^2}{1+\alpha^2+\beta^2}, \quad \cos^2 Z = \frac{1}{1+\alpha^2+\beta^2};$$

substituant ces valeurs de $\cos^2 X$, $\cos^2 Y$, $\cos^2 Z$ dans l'équation ci-dessus, elle devient

$$v^2(1+\alpha^2+\beta^2) = a^2\alpha^2 + b^2\beta^2 + c^2.$$

C'est encore l'équation polaire de la surface d'élasticité, mais dans laquelle on a remplacé les cosinus des angles X, Y et Z que le rayon vecteur fait avec les axes, par les tangentes α et β des deux angles que ses projections sur les plans coordonnés xz et yz font avec l'axe des z.

Quand le rayon vecteur v atteint son *maximum* ou son *minimum*, $dv = 0$; ainsi, en différentiant la dernière équation polaire de la surface d'élasticité, on a pour équation de condition :

$$v^2\left(\alpha + \beta\frac{d\beta}{d\alpha}\right) = a^2\alpha + b^2\beta\frac{d\beta}{d\alpha}.$$

Le rayon vecteur dont les équations sont $x=\alpha z$ et $y=\beta z$ devant N° XLVII.
être compris dans le plan sécant $z=mx+ny$, on doit avoir

$$1=m\alpha+n\beta;$$

équation qui donne par la différentiation

$$0=m\,\mathrm{d}\alpha+n\,\mathrm{d}\beta;$$

d'où l'on tire $\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\alpha}=\frac{-m}{n}$; substituant dans l'équation différentielle ci-dessus, on trouve :

$$v^2(\alpha n-\beta m)=a^2\alpha n-b^2\beta m.$$

Si l'on combine cette relation avec l'équation $1=m\alpha+n\beta$, on en tire les valeurs suivantes pour α et β :

$$\alpha=\frac{(b^2-v^2)m}{(a^2-v^2)n^2+(b^2-v^2)m^2},\quad \beta=\frac{(a^2-v^2)n}{(a^2-v^2)n^2+(b^2-v^2)m^2}.$$

Nous remarquerons en passant que ces expressions étant du premier degré, α et β ne peuvent pas avoir plus de valeurs que v^2. Or, en les substituant à la place de α et β dans l'équation de la surface d'élasticité, on trouve

$$(a^2-v^2)(c^2-v^2)n^2+(b^2-v^2)(c^2-v^2)m^2+(a^2-v^2)(b^2-v^2)=0\ldots(A):$$

Cette équation étant seulement du second degré par rapport à v^2, n'en peut donner que deux valeurs; ainsi, il n'y a que deux élasticités différentes et deux directions du rayon vecteur qui satisfont à la condition du *maximum* ou du *minimum*. Il est aisé de reconnaître, sans calculer les doubles valeurs de α et de β, que ces deux directions doivent toujours être rectangulaires; car il résulte du théorème général sur les trois axes rectangulaires d'élasticité, que si l'on considère seulement les déplacements qui s'exécutent dans un plan et les composantes comprises dans le même plan, en faisant abstraction des forces qui lui sont perpendiculaires, il contient toujours deux directions rectangulaires pour lesquelles la résultante des composantes comprises

N° XLVII. dans ce plan agit suivant la ligne même du déplacement : or ces directions sont précisément celles que nous venons de chercher, puisque, ainsi que nous l'avons démontré, tout petit déplacement parallèle au plus grand ou au plus petit rayon vecteur d'une section diamétrale quelconque excite dans le plan de cette section une force parallèle au même rayon vecteur, l'autre composante étant toujours perpendiculaire à ce plan.

DES MILIEUX CONSTITUÉS COMME ON L'A SUPPOSÉ NE PEUVENT PAS OFFRIR PLUS DE DEUX IMAGES DU MÊME OBJET.

34. Ainsi les deux modes de vibration qui se propagent sans déviation de leurs oscillations ni changement de vitesse s'exécutent suivant des directions rectangulaires, c'est-à-dire de la manière la plus indépendante; et comme il n'y a d'ailleurs que deux valeurs de v^2 ou de l'élasticité qu'elles mettent en jeu, il ne saurait y avoir que deux systèmes d'ondes parallèles au plan de l'onde incidente, quelle que soit la direction primitive du mouvement vibratoire, puisqu'il peut toujours être décomposé suivant ces deux directions. Si donc on taille en prisme un cristal constitué comme nous supposons le milieu vibrant, c'est-à-dire de telle manière que les axes d'élasticité soient parallèles dans toute son étendue, on ne devra jamais apercevoir que deux images d'un point de mire très-éloigné. Il en est de même encore lorsque ce point est assez près du cristal pour qu'il faille tenir compte de la courbure de l'onde.

En effet, il résulte du principe du chemin de plus prompte arrivée, et de la construction que Huygens en a déduite pour déterminer la direction du rayon réfracté, que le nombre des images est égal à celui des points de contact des plans tangents qu'on peut mener du même côté par une droite aux surfaces des différentes ondes dans lesquelles la lumière se divise en traversant le cristal. Or il est évident que par la même droite et du même côté de leur centre commun on ne peut leur mener que deux plans tangents: car si l'on pouvait en mener

trois, il serait également possible de mener trois plans tangents paral- N° XLVII.
lèles du même côté du centre des ondes, d'où résulteraient trois distances différentes de ces plans tangents au centre, et par conséquent trois vitesses de propagation pour les ondes planes indéfinies parallèles à un même plan: et nous venons de démontrer qu'il ne saurait y en avoir plus de deux. Par la même raison, il ne peut pas y avoir plus de deux points de contact, car l'existence de trois points de contact rendrait possible celle de trois plans tangents parallèles.

SUITE DU CALCUL DE LA SURFACE DES ONDES.

35. Mais en calculant l'équation de la surface des ondes, le degré de cette équation va nous montrer plus clairement encore qu'il est impossible de leur mener par une droite plus de deux plans tangents du même côté du centre.

L'équation d'un plan qui passe par le centre de la surface d'élasticité étant

$$z = mx + ny,$$

celle qui détermine les deux valeurs du plus grand et du plus petit rayon vecteur compris dans cette section diamétrale est, comme nous venons de le voir,

$$(a^2 - v^2)(c^2 - v^2)n^2 + (b^2 - v^2)(c^2 - v^2)m^2 + (a^2 - v^2)(b^2 - v^2) = 0 \ldots (A).$$

Nous avons déjà posé pour équation d'un plan parallèle à la section,

$$z = mx + ny + C;$$

le carré de la distance de ce plan à l'origine des coordonnées est représenté par

$$\frac{C^2}{1 + m^2 + n^2};$$

ainsi, pour exprimer que le plan parallèle à la section diamétrale en

N° XLVII. est distant d'une quantité égale au plus grand ou au plus petit rayon vecteur, il suffit d'écrire

$$\frac{C^2}{1+m^2+n^2}=v^2, \quad \text{ou} \quad C^2=v^2(1+m^2+n^2):$$

ainsi l'équation de ce plan, auquel l'onde lumineuse doit être tangente, devient

$$(z-mx-ny)^2=v^2(1+m^2+n^2) \ldots\ldots\ldots (B):$$

l'équation (A) donne v^2 en fonction de m et de n.

Si l'on fait varier successivement m et n d'une quantité très-petite, on aura deux nouveaux plans tangents très-voisins du premier, et l'intersection commune de ces trois plans appartiendra à la surface de l'onde. Il faut donc d'abord différentier les équations (A) et (B) par rapport à m, en supposant n constant, ce qui donne :

$$(z-mx-ny)x+v^2m+(1+m^2+n^2)\frac{v\mathrm{d}v}{\mathrm{d}m}=0 \ldots\ldots (B');$$

$$\frac{v\mathrm{d}v}{\mathrm{d}m}[(1+n^2)(a^2-v^2)+(1+m^2)(b^2-v^2)+(m^2+n^2)(c^2-v^2)]-(b^2-v^2)(c^2-v^2)m=0 \ldots\ldots (A').$$

Différentiant ensuite par rapport à n, sans faire varier m, on trouve de même :

$$(z-mx-ny)y+v^2n+(1+m^2+n^2)\frac{v\mathrm{d}v}{\mathrm{d}n}=0 \ldots\ldots (B_1)$$

$$\frac{v\mathrm{d}v}{\mathrm{d}n}[(1+n^2)(a^2-v^2)+(1+m^2)(b^2-v^2)+(m^2+n^2)(c^2-v^2)]-(a^2-v^2)(c^2-v^2)n=0 \ldots . (A_1).$$

Maintenant si l'on élimine $\frac{v\mathrm{d}v}{\mathrm{d}m}$ entre les deux équations (A') et (B'), et $\frac{v\mathrm{d}v}{\mathrm{d}n}$ entre les équations (A_1) et (B_1), on aura deux nouvelles équations qui ne renfermeront plus que les trois quantités variables v, m et n, en sus des coordonnées rectangulaires x, y, z; et en les réunissant aux équations (A) et (B), on aura quatre équations, entre lesquelles on pourra éliminer v, m et n. La relation obtenue par cette élimination entre les coordonnées x, y, z, sera l'équation générale des ondes.

et appartiendra à la fois à la surface de l'onde ordinaire et à celle de l'onde extraordinaire. N° XLVII.

AUTRE MANIÈRE DE CALCULER LA SURFACE DES ONDES.

36. Cette marche directe semble devoir entraîner dans des calculs d'une longueur rebutante, à cause du nombre des quantités qu'il s'agit d'éliminer et du degré des équations. On peut, à la vérité, éliminer v^2 entre les équations (A) et (B), avant de les différentier, ce qui donne une équation du quatrième degré en m et n. On arrive à une équation plus simple et du troisième degré seulement en suivant une autre marche. On obtient aisément une équation du premier degré en v^2, en faisant varier le plan sécant et par suite le plan tangent qui lui est parallèle, de manière que dv soit nul; alors l'intersection commune des deux positions successives du plan tangent est la tangente qui passe par le pied de la perpendiculaire abaissée de l'origine des coordonnées sur le plan tangent, et cette tangente passant par le point de contact peut servir à déterminer sa position aussi bien que le plan tangent et par la même méthode de différentiation et d'élimination.

Si l'on différentie l'équation (A), en considérant v comme constant, on trouve

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}m}=-\frac{m(b^2-v^2)}{n(a^2-v^2)};$$

en différentiant de la même manière l'équation (B) du plan tangent, on a

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}m}=-\frac{v^2m+x(z-mx-ny)}{v^2n+y(z-mx-ny)};$$

Ces deux valeurs égalées donnent la relation

$$[v^2n+y(z-mx-ny)](b^2-v^2)m=[v^2m+x(z-mx-ny)](a^2-v^2)n,$$

dans laquelle les deux termes contenant v^4 se détruisent, et qui devient :

$$mn(a^2-b^2)v^2+(z-mx-ny)(my-nx)v^2+(z-mx-ny)(nax^2-mby^2)=0:$$

N° XLVII. ou mettant à la place de r^2 sa valeur $\frac{(z-mx-ny)^2}{1+m^2+n^2}$, et supprimant le facteur commun $z-mx-ny$,

$$(z-mx-ny)^2(my-nx)+mn(a^2-b^2)(z-mx-ny)+(na^2x-mb^2y)(1+m^2+n^2)=0 \ldots\ldots (C).$$

Maintenant, pour avoir la surface de l'onde, il suffit de différentier cette équation successivement par rapport à m et à n, et d'en éliminer ensuite m et n, à l'aide de ces deux nouvelles équations.

Ayant trouvé l'équation de la surface de l'onde par un calcul beaucoup plus court, il me suffisait de vérifier si elle satisfaisait à l'équation (C), dans laquelle m et n représentent le $\frac{dz}{dx}$ et le $\frac{dz}{dy}$ de la surface cherchée. J'ai suivi cette marche synthétique, parce qu'elle me semblait devoir être plus simple que l'élimination, et cependant les calculs dans lesquels elle m'a entraîné sont tellement longs et fastidieux que je ne crois pas devoir les transcrire ici. Je me contenterai de dire que la condition exprimée par l'équation (C) est satisfaite par l'équation suivante :

$$(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-a^2(b^2+c^2)x^2-b^2(a^2+c^2)y^2-c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0 \ldots (D).$$

J'étais parvenu à cette équation en déterminant d'abord l'intersection de la surface de l'onde avec chacun des plans coordonnés, intersection qui présente la réunion d'un cercle et d'une ellipse : j'avais remarqué ensuite qu'on obtenait une surface qui offrait le même caractère, lorsque l'on coupait l'ellipsoïde par une suite de plans diamétraux et qu'on menait par son centre, perpendiculairement à chaque plan, des rayons vecteurs égaux à la moitié de chacun des axes de la section diamétrale; car la surface qui passe par les extrémités de tous ces rayons vecteurs ainsi déterminés donne aussi la réunion d'un cercle et d'une ellipse dans son intersection avec les trois plans coordonnés; elle est d'ailleurs du quatrième degré seulement, et l'identité des sections faites par les trois plans diamétraux conjugués rectangulaires dans ces deux surfaces m'aurait suffi pour établir leur identité, si j'avais pu démontrer que l'équation de l'onde ne pouvait point passer le quatrième degré, ce qui paraissait résulter des conditions mêmes de

sa génération : puisqu'il n'y a que deux valeurs pour le carré v^2 de la distance de l'origine au plan tangent, en sorte que la surface ne peut avoir que deux nappes réelles : mais, comme il n'était pas impossible que l'équation cherchée contînt en outre des nappes imaginaires, il fallait s'assurer directement, comme je l'ai fait, que l'équation du quatrième degré, à laquelle l'ellipsoïde m'avait conduit, satisfaisait à l'équation (C), qui exprime la génération de la surface de l'onde [a]. N° XLVII

CALCUL TRÈS-SIMPLE QUI CONDUIT DE L'ÉQUATION D'UN ELLIPSOÏDE À CELLE DE LA SURFACE DES ONDES.

37. Le calcul par lequel je suis arrivé à l'équation (D) est si simple que je crois pouvoir le placer ici.

Je prends un ellipsoïde qui a les mêmes axes que la surface d'élasticité : son équation est

$$b^2c^2x^2 + a^2c^2y^2 + a^2b^2z^2 = a^2b^2c^2.$$

---

[a] Ampère a suppléé le premier à cette démonstration incomplète par des calculs assez longs, mais d'une symétrie élégante, que l'on peut trouver dans le tome XXXIX de la seconde série des Annales de chimie et de physique, cahier d'octobre 1828. (*Mémoire sur la détermination de la surface courbe des ondes lumineuses dans un milieu dont l'élasticité est différente suivant les trois directions principales.*)

Plus tard M. de Senarmont a considérablement simplifié la recherche de la surface de l'onde envisagée comme l'enveloppe d'une infinité d'ondes planes, ainsi qu'on peut le voir dans le paragraphe 4 de son Commentaire.

De son côté, M. Plucker a fait dépendre le problème de l'intéressante théorie géométrique des surfaces qu'il a appelées *polaires réciproques*, et a montré que cette théorie permet de passer très-simplement de la surface d'élasticité à la surface de l'onde. (Voyez son Mémoire sur la discussion de la forme générale des ondes lumineuses, dans le tome XIX du Journal de Crelle, année 1839.)

Mais le procédé le plus élégant et le plus rapide pour arriver à l'équation de la surface de l'onde est sans contredit celui dont Mac-Cullagh s'est servi dans le Mémoire sur la réflexion et la réfraction qu'il a lu à l'Académie de Dublin le 9 décembre 1839. (*An Essay towards a dynamical theory of crystalline reflexion and refraction. — Transactions of the Royal Irish Academy*, t. XXI, p. 17.) [E. VERDET.]

X XLVII. Soit $z = px + qy$ l'équation du plan sécant; les carrés des deux axes de la section sont donnés par la relation suivante :

$$a^2(b^2 - r^2)(c^2 - r^2)p^2 + b^2(a^2 - r^2)(c^2 - r^2)q^2 + c^2(a^2 - r^2)(b^2 - r^2) = 0,$$

dans laquelle r représente le plus grand et le plus petit rayon vecteur de cette section elliptique.

Les équations d'une droite menée par le centre de l'ellipsoïde perpendiculairement au plan sécant sont

$$x = -pz, \text{ et } y = -qz;$$

d'où l'on tire

$$p = -\frac{x}{z}, \text{ et } q = -\frac{y}{z};$$

substituant ces valeurs dans l'équation ci-dessus, on a

$$a^2x^2(b^2 - r^2)(c^2 - r^2) + b^2y^2(a^2 - r^2)(c^2 - r^2) + c^2z^2(a^2 - r^2)(b^2 - r^2) = 0;$$

ou, en effectuant les multiplications,

$$(a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2)r^4 - [a^2(b^2 + c^2)x^2 + b^2(a^2 + c^2)y^2 + c^2(a^2 + b^2)z^2]r^2 + a^2b^2c^2(x^2 + y^2 + z^2) = 0.$$

Enfin, observant que $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, et supprimant le facteur commun $x^2 + y^2 + z^2$, on arrive à l'équation (D),

$$(x^2 + y^2 + z^2)(a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2) - a^2(b^2 + c^2)x^2 - b^2(a^2 + c^2)y^2 - c^2(a^2 + b^2)z^2 + a^2b^2c^2 = 0.$$

Si l'on veut rapporter la surface de l'onde à des coordonnées polaires, il faut mettre r^2 à la place de $x^2 + y^2 + z^2$ et substituer à x^2, y^2, z^2, leurs valeurs $r^2\cos^2 X$, $r^2\cos^2 Y$, $r^2\cos^2 Z$, ce qui donne l'équation suivante :

$$a^2\cos^2 X + b^2\cos^2 Y + c^2\cos^2 Z)r^4 - [a^2(b^2 + c^2)\cos^2 X + b^2(a^2 + c^2)\cos^2 Y + c^2(a^2 + b^2)\cos^2 Z]r^2 + a^2b^2c^2$$

à l'aide de laquelle on peut calculer la longueur du rayon vecteur de l'onde, c'est-à-dire sa vitesse de propagation comptée suivant la direction même du rayon lumineux, quand on connaît les angles que celui-ci fait avec les axes d'élasticité du cristal.

Il est aisé de s'assurer que les intersections de la surface représen- XLVII
tée par l'équation (D), avec les plans coordonnés, se composent d'un cercle et d'une ellipse; en effet, si l'on y suppose $z=0$, par exemple, on trouve

$$(a^2x^2+b^2y^2)(x^2+y^2)-a^2(b^2+c^2)x^2-b^2(a^2+c^2)y^2+a^2b^2c^2=0,$$

ou

$$(a^2x^2+b^2y^2-a^2b^2)(x^2+y^2-c^2)=0,$$

équation qui se compose de l'équation d'un cercle dont le rayon est c, et de celle d'une ellipse dont les demi-axes sont a et b.

L'ÉQUATION DE LA SURFACE DES ONDES NE SE DÉCOMPOSE EN DEUX FACTEURS RATIONNELS DU SECOND DEGRÉ, QUE LORSQUE DEUX DES AXES D'ÉLASTICITÉ SONT ÉGAUX.

38. Mais l'équation générale de la surface de l'onde n'est pas, comme celles de ces intersections, toujours décomposable en deux facteurs rationnels du second degré, ainsi que je m'en suis assuré par la méthode des coefficients indéterminés : on ne peut effectuer cette décomposition que lorsque deux des axes sont égaux. Supposons, par exemple, que $b=c$, l'équation (D) devient alors

$$[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)](x^2+y^2+z^2)-2a^2b^2x^2-b^2(a^2+b^2)(y^2+z^2)+a^2b^4=0,$$

ou

$$(x^2+y^2+z^2)[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2]-b^2[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2]=0,$$

ou enfin

$$(x^2+y^2+z^2-b^2)[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2]=0,$$

équation qui est le produit de celle d'une sphère par celle d'un ellipsoïde de révolution.

N° XLVII.

LA CONSTRUCTION DE HUYGHENS, QUI DÉTERMINE LE CHEMIN DE PLUS PROMPTE ARRIVÉE OU LA DIRECTION DU RAYON RÉFRACTÉ, S'APPLIQUE AUX CRISTAUX À DEUX AXES, COMME AU SPATH CALCAIRE, ET EN GÉNÉRAL À TOUTES LES ONDES DE FORME QUELCONQUE.

39. C'est à ces deux surfaces qu'on mène successivement un plan tangent, dans la construction que Huyghens a donnée pour le spath d'Islande [1]. Dans le cas général des cristaux à deux axes, c'est-à-dire lorsque les trois axes d'élasticité sont inégaux, il faut mener un plan tangent à chacune des deux nappes de la surface représentée par l'équation (D), et en joignant les points de contact avec le centre de la surface, on aura les directions des deux chemins de plus prompte arrivée, et par conséquent du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire. J'emploie ici l'expression reçue de *rayon ordinaire*, quoiqu'en réalité dans ce cas général aucun des deux faisceaux ne suive les lois de la réfraction *ordinaire*, ainsi qu'il résulte de l'équation.

La position de la droite par laquelle on doit mener le plan tangent se détermine ici, comme dans la construction de Huyghens, c'est-à-dire qu'il faut prendre sur une direction B'T parallèle aux rayons incidents

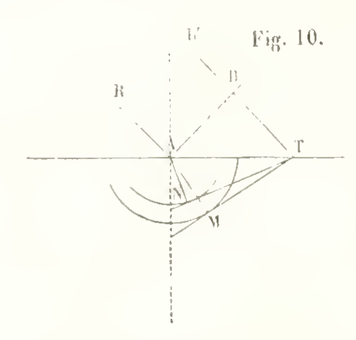


Fig. 10.

une quantité B'T égale à l'espace parcouru par la lumière en dehors du cristal pendant l'unité de temps; puis par le point B mener perpendiculairement à ces rayons le plan AB, qui représentera un élé-

[1] HUYGHENS. — *Traité de la lumière*, Leyde, 1690.

ment de l'onde incidente au commencement de l'unité de temps, en supposant AB très-petit relativement à la distance du point lumineux. Maintenant, si par le point T on mène une droite parallèle à l'intersection de ce plan avec la face du cristal, cette ligne projetée en T sera l'intersection de la surface avec l'élément AB de l'onde au bout de l'unité de temps; c'est donc par cette droite qu'il faut mener un plan tangent aux ondes formées dans le cristal au bout du même intervalle de temps, et dont les centres sont situés sur la première intersection A[1]; les points de contact M et N avec les deux nappes de la surface de ces ondes détermineront les deux directions AN et AM des deux rayons réfractés, qui en général ne coïncideront pas avec le plan de la figure. La même construction serait applicable à des ondes d'une forme quelconque, et le principe général du chemin de plus prompte arrivée ramène tous les problèmes sur la détermination des rayons réfractés, au calcul de la surface que l'onde affecte dans le milieu réfringent. N° XLVII.

DÉTERMINATION DES AXES D'ÉLASTICITÉ ET DES TROIS CONSTANTES a, b ET c, DE L'ÉQUATION DE L'ONDE.

40. Pour le cas qui fait l'objet de ce Mémoire, la surface de l'onde est représentée par l'équation (D); les directions de ses axes sont données par l'observation, et doivent offrir probablement dans chaque cristal une relation très-simple avec ses lignes de cristallisation et ses faces de clivage[2] : deux de ces axes divisent en deux parties égales l'angle

[1] Le plan de la figure est supposé perpendiculaire à l'intersection du plan AB avec la surface AT du cristal.

[2] Il semblerait que les axes d'élasticité devraient toujours affecter des directions symétriques relativement aux faces correspondantes du cristal, c'est-à-dire qu'ils devraient être des axes de symétrie pour la forme, comme ils le sont pour l'élasticité : cependant M. Mitscherlich a remarqué plusieurs cristaux dans lesquels la ligne qui divise en deux parties égales l'angle des deux axes optiques ne se trouve pas dirigée symétriquement par rapport aux faces correspondantes de cristallisation (*).

(*) Note fondée sur une observation inexacte. (Voyez ci-après, N° L.) (G.)

N° XLVII. aigu et l'angle obtus compris entre les deux axes optiques, dont la direction peut être déterminée immédiatement par l'observation, et le troisième axe d'élasticité est perpendiculaire au plan des deux axes optiques. On peut encore trouver les directions des axes d'élasticité en observant celles des plans de polarisation de la lumière émergente, à l'aide de la règle très-simple relative à ces plans que M. Biot a déduite de ses expériences [a], et qui se trouve être une conséquence de notre théorie, comme nous allons le montrer bientôt [1]. Quant aux constantes a, b, c, ou les trois demi-axes de la surface d'élasticité, ils représentent par hypothèse les vitesses de propagation des vibrations parallèles aux axes des x, des y et des z, c'est-à-dire les espaces qu'elles parcourent pendant l'unité de temps. On peut déterminer ces vitesses de bien des manières : la plus directe est de mesurer successivement les vitesses des rayons réfractés parallèles à chacun des axes d'élasticité, et dont les vibrations sont parallèles à l'un des deux autres axes: on emploiera à cet effet les observations ordinaires de réfraction, ou le procédé plus délicat que fournit le principe des interférences, et qui permet d'évaluer les plus petites différences de vitesse. En parcourant le cristal parallèlement à l'axe des x, la lumière affecte deux vitesses, qui mesurées donnent b et c; parallèlement aux y ces deux vitesses sont a et c, et parallèlement aux z elles sont a et b. Ainsi deux de ces mesures faites avec soin suffisent à la rigueur pour déterminer les trois quantités a, b, c.

[1] En disant que la construction simple et élégante donnée par M. Biot pour déterminer les plans de polarisation est une conséquence de notre théorie, je ne veux pas faire entendre que j'aie quelque droit à partager l'honneur de cette découverte, puisque les travaux de M. Biot sur la double réfraction sont bien antérieurs aux miens; je veux dire seulement que la loi qu'il avait trouvée découle nécessairement de la théorie que je viens d'exposer, et qu'il s'agit ici d'une confirmation frappante et non pas simplement d'un fait qu'on ferait coïncider avec le calcul à l'aide d'une constante arbitraire ou par l'addition d'une hypothèse subsidiaire.

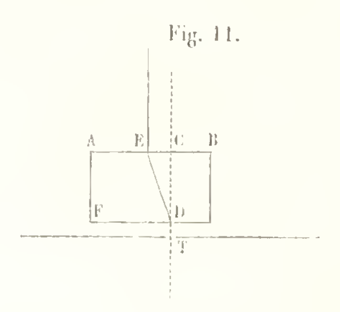
[a] Biot. — Mémoire sur les lois générales de la double réfraction dans les corps cristallisés. (*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut*, pour 1818, t. III, p. 177.)

On peut déduire de la construction de Huyghens appliquée à l'équation (D) des formules générales qui donnent la direction des rayons réfractés pour toutes les directions des rayons incidents et de la surface du cristal relativement à ces axes, comme Malus l'a fait pour le spath d'Islande, où l'onde extraordinaire est un ellipsoïde de révolution. Je n'ai point calculé ces formules, dont je n'avais pas besoin pour vérifier ma théorie sur la topaze. En général, tant qu'il s'agit de cristaux dont la double réfraction est faible, et quand on se borne à chercher la divergence des deux faisceaux obtenus en taillant le cristal en prisme, il suffit de déterminer d'abord approximativement la direction du rayon lumineux dans l'intérieur du cristal, d'après la loi de Descartes, avec l'index de réfraction des rayons ordinaires ou extraordinaires; et lorsque l'on connaît ainsi la direction approchée du rayon réfracté, on peut calculer les deux vitesses correspondantes au moyen de l'équation (D), ou les deux vitesses de l'onde mesurées perpendiculairement à son plan, au moyen de l'équation (C), qui représente la section faite dans la surface d'élasticité par un plan diamétral parallèle à l'onde, et dans laquelle m et n sont donnés dès que l'on connaît la direction de l'onde réfractée. Ces deux vitesses une fois connues, il devient facile d'en conclure la direction et la divergence des deux faisceaux ou des deux systèmes d'ondes émergents. Si l'on voulait d'ailleurs pousser plus loin l'exactitude, il faudrait déterminer avec la vitesse ainsi calculée une nouvelle direction plus approchée du rayon ou du plan de l'onde dans le cristal, et calculer de nouveau la vitesse correspondante, à l'aide de l'équation (D) ou de l'équation (C), selon qu'on voudrait obtenir la vitesse mesurée sur le rayon ou la normale au plan de l'onde; puis on en conclurait la direction de chacun des deux faisceaux émergents. Cette méthode est tout aussi exacte et bien moins pénible que l'emploi des formules dont nous venons de parler, qui seraient sans doute très-compliquées. Elle peut même s'appliquer aux cristaux dont la double réfraction est la plus énergique, en répétant l'opération un nombre de fois suffisant. N° XLVII

Quand il s'agit de vérifier la loi des vitesses par une expérience de

N° XLVII. diffraction, il suffit de considérer la vitesse de propagation de l'onde réfractée mesurée perpendiculairement à son plan; c'est même la méthode la plus simple, parce que l'expérience donne immédiatement la différence entre les nombres des ondulations exécutées dans l'épaisseur des plaques, dont il est aisé de conclure immédiatement la différence de marche des deux systèmes d'ondes, puisque ces nombres sont égaux à l'épaisseur de la plaque divisée par les deux longueurs d'ondulation ou les deux vitesses mesurées perpendiculairement au plan des ondes, quelle que soit d'ailleurs l'obliquité des rayons sur la surface des ondes. Supposons, par exemple, qu'une plaque de cristal à faces parallèles ABFD est traversée perpendiculairement par un fais-

Fig. 11.



ceau lumineux venant d'un point assez éloigné pour qu'on puisse considérer comme plane la petite étendue de l'onde incidente AB qui subit la réfraction : l'onde réfractée sera, dans toutes ses positions successives, plane et parallèle à AB; par conséquent il suffira de connaître la vitesse de propagation de cette onde mesurée suivant CD perpendiculairement à AB, pour savoir quel temps relatif elle a employé à parcourir l'épaisseur de la plaque, ou quel nombre d'ondulations elle y a exécutées. Il est inutile de calculer la direction oblique ED par laquelle les *rayons réfractés* sont arrivés en D vis-à-vis de la fente T pratiquée dans l'écran; mais si l'on suivait cette marche, au lieu d'employer la vitesse déduite de l'équation que nous venons de rappeler, et dans laquelle elle est supposée comptée sur la normale à l'onde, il faudrait se servir de la vitesse donnée par l'équation (D), où elle est comptée

sur la direction du rayon ED, et l'on arriverait évidemment au même résultat. N° XLVII.

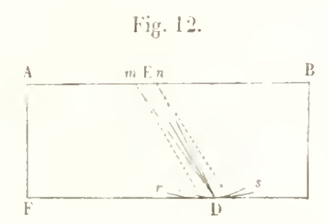
DÉFINITION DU MOT *RAYON*.

41. Le mot *rayon*, dans la théorie des ondes, doit toujours être appliqué à la ligne qui va du centre de l'onde à un point de sa surface, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison de cette ligne sur l'élément auquel elle aboutit, ainsi que l'a remarqué Huyghens; car cette ligne offre en effet toutes les propriétés optiques de ce qu'on appelle *rayon* dans le système de l'émission. Ainsi, quand on veut traduire les résultats de la première théorie dans le langage de la seconde, il faut toujours supposer que la ligne parcourue par les molécules lumineuses, dans l'hypothèse de l'émission, a la même direction que le rayon mené du centre de l'onde au point de sa surface que l'on considère. Ce que nous avons dit précédemment pour établir ce principe aura peut-être paru suffisant : nous croyons utile cependant de l'appuyer encore sur une nouvelle considération tirée d'une autre manière de juger par expérience de la direction du rayon réfracté.

NOUVELLE CONSIDÉRATION QUI MONTRE ENCORE QUE LE RAYON VECTEUR DE LA SURFACE DE L'ONDE EST BIEN LA DIRECTION DU RAYON LUMINEUX.

42. Supposons, comme tout à l'heure, que l'onde incidente soit plane et parallèle à la surface d'entrée du cristal, mais que l'écran percé d'un petit trou soit placé sur la première face, au lieu d'être sur la seconde, et qu'on veuille juger de la direction du rayon réfracté par

Fig. 12.



le point D, où la lumière ainsi introduite va frapper la seconde face : le

N° XLVII. point que l'on regardera comme répondant à l'axe du faisceau lumineux, sera le centre D des petits anneaux brillants et obscurs projetés sur la face FD, et c'est en ce point central que se trouvera le maximum de lumière, si le trou *mn* est assez petit relativement à la distance ED. La position du centre D est déterminée par la condition que les rayons partis des divers points *m* et *n* de la circonférence de l'ouverture arrivent en même temps en D; ce point doit être l'endroit le plus vivement éclairé, tant que le diamètre de l'ouverture est assez petit par rapport à la distance ED pour que la différence de marche entre les rayons partis du centre et de la circonférence n'excède pas une demi-ondulation. Or, pour comparer la marche des ébranlements élémentaires qui émanent des diverses parties de la surface de l'onde comprise dans l'étendue de la petite ouverture, il faut concevoir les ondes qu'ils produiraient séparément dans le même intervalle de temps, et en conclure la différence entre leurs instants d'arrivée en D. Soit *rDs* l'onde élémentaire ayant pour centre le milieu E de l'ouverture: si on lui mène un plan tangent FD parallèle à l'onde incidente AB, le point de contact D satisfera à la condition que nous venons d'énoncer; car l'onde élémentaire partie de E sera celle qui y arrivera la première; et, en raison de la propriété générale des *minima* ou *maxima*, toutes les différences seront égales et symétriques à une petite distance autour du plus court chemin ED, c'est-à-dire que les ondes élémentaires parties des points *m* et *n*, également distants de E, se trouveront en arrière de la même quantité en D relativement à l'onde partie de E, et arriveront ainsi en D en même temps; c'est d'ailleurs auprès du *minimum* ou du *maximum* d'une fonction que ses variations sont les plus insensibles: ce sera donc pour le point D qu'il y aura les plus petites différences possibles entre les chemins parcourus au même instant par les ondes élémentaires parties de l'ouverture *mn*, et qu'il y aura conséquemment le plus d'accord entre leurs vibrations, si, comme nous l'avons supposé, les plus grandes différences n'excèdent pas une demi-ondulation; c'est donc en D que se trouvera le *maximum* de lumière, et par conséquent ED sera sous ce rapport, comme sous tous les autres, la direction du

rayon lumineux dans le cristal. Maintenant, si l'on supprime l'écran, on devra dire encore que les *rayons réfractés* qui partent des différents points de l'onde incidente, considérée alors comme indéfinie, sont parallèles à ED, c'est-à-dire au rayon vecteur dirigé vers le point de la surface d'une onde intérieure pour lequel le plan tangent est parallèle à l'onde réfractée. N° XLVII.

Le sens qu'il faut attacher au mot *rayon lumineux* étant ainsi bien établi, on voit que l'ellipsoïde construit sur les mêmes axes rectangulaires que la surface d'élasticité donne *rigoureusement*, par les deux demi-axes de sa section diamétrale, les vitesses des *rayons réfractés perpendiculaires à cette section*, comme la construction analogue faite dans la surface d'élasticité donne les vitesses de propagation des ondes parallèles à la section diamétrale, ces vitesses étant comptées perpendiculairement au plan des ondes. Ainsi comprise, la première construction est une conséquence mathématique de la seconde, et représente les phénomènes d'une manière aussi rigoureuse, quelle que soit d'ailleurs l'énergie de la double réfraction ou l'inégalité des trois axes a, b, c.

En traduisant dans le langage du système de l'émission la loi de Huyghens pour la double réfraction du spath d'Islande, M. de Laplace [a] a trouvé par une élégante application du principe de la moindre action, que la différence entre les carrés des vitesses des deux faisceaux ordinaire et extraordinaire était proportionnelle au carré du sinus de l'angle que le rayon extraordinaire fait avec l'axe du cristal. Guidé par l'analogie, M. Biot [b] a pensé que dans les cristaux à deux axes la même différence devait être proportionnelle au produit des sinus des angles que le rayon extraordinaire fait avec chacun des axes optiques, produit qui redevient égal au carré du sinus lorsque ces deux axes se réunissent en un seul. M. Biot a vérifié cette loi par de nombreuses expériences

---

[a] Voyez p. 481, note (d).

[b] BIOT. — Mémoire sur les lois générales de la double réfraction dans les corps cristallisés. (*Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut*, pour 1818, t. III, p. 177.)

N° XLVII. ayant pour objet de déterminer l'angle de divergence du faisceau ordinaire et du faisceau extraordinaire : il a comparé ces mesures avec les nombres déduits de la loi du produit des sinus par le principe de la moindre action, et a trouvé toujours un accord satisfaisant entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience. En transformant les formules données antérieurement par M. Brewster, M. Biot a reconnu que la loi du produit des sinus, à laquelle il avait été conduit par l'analogie, se trouvait implicitement renfermée dans les formules plus compliquées que M. Brewster avait déduites de ses observations[a]; ainsi les expériences du physicien écossais, comme celles de M. Biot, établissent l'exactitude de la loi du produit des sinus. Pour la traduire dans le langage de la théorie des ondes, il faut se rappeler que les vitesses des rayons incidents et réfractés y sont en rapport inverse de ce qu'elles seraient d'après le système de l'émission : ainsi la différence des carrés des vitesses des faisceaux ordinaire et extraordinaire considérées sous le point de vue de ce système répond, dans celui des ondes, à la différence des quotients de l'unité divisée par les carrés des vitesses des mêmes rayons. Or, je vais démontrer que cette dernière différence doit être effectivement égale à un facteur constant multiplié par le produit des deux sinus, d'après la construction que j'ai donnée pour déterminer la vitesse des rayons lumineux par une section normale faite dans l'ellipsoïde construit sur les trois axes d'élasticité.

---

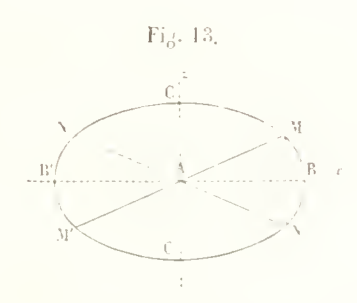
[a] Brewster. — On the Laws of Polarisation and double Refraction in regularly crystallized bodies. (*Philosophical Transactions*, for 1818, p. 199.)

N° XLVII.

DÉMONSTRATION THÉORIQUE DE LA LOI DE MM. BIOT ET BREWSTER SUR LA DIFFÉRENCE DES CARRÉS DES VITESSES.

43. Soient BB′ et CC′ le plus grand et le plus petit diamètre de

Fig. 13.



l'ellipsoïde : je prends toujours le premier pour axe des x et le second pour axe des z, le diamètre moyen coïncidant avec l'axe des y projeté en A, centre de l'ellipsoïde. Si l'on appelle *axes optiques* du milieu les directions suivant lesquelles les *rayons lumineux* qui le parcourent ne peuvent avoir qu'une seule vitesse, celles qui jouissent de cette propriété sont, d'après la construction qui détermine la vitesse des rayons lumineux, les deux diamètres de l'ellipsoïde perpendiculaires aux sections circulaires. Cela posé, soit

$$fx^2 + gy^2 + hz^2 = 1,$$

l'équation de l'ellipsoïde : si l'on y fait $y = 0$, on aura $fx^2 + hz^2 = 1$ pour l'équation de l'ellipse CMBNC′M′B′N′ située dans le plan de la figure, que nous supposons coïncider avec celui des xz. Les deux plans diamétraux MM′ et NN′, qui coupent l'ellipsoïde suivant un cercle, passent par l'axe moyen projeté en A, et doivent être inclinés sur l'axe des x d'un angle i tel que les demi-diamètres AM et AN soient égaux au demi-axe moyen de l'ellipsoïde, ou que les carrés de ceux-là soient égaux au carré de celui-ci, qui est $\frac{1}{g}$. Représentons AM ou AN par r, nous aurons

$$z = r \sin i, \quad \text{et} \quad x = r \cos i:$$

N° XLVII. substituant ces valeurs dans l'équation de l'ellipse $fx^2+hz^2=1$, on a

$$fr^2\cos^2 i+hr^2\sin^2 i=1,$$

ou, puisque $r^2=\frac{1}{g}$,

$$f\cos^2 i+h\sin^2 i=g;$$

d'où l'on tire :

$$\sin^2 i=\frac{f-g}{f-h};\quad \cos^2 i=\frac{g-h}{f-h};\quad \tang^2 i=\frac{f-g}{g-h}.$$

Ainsi l'équation du plan AM est

$$z=x\sqrt{\frac{f-g}{g-h}},$$

et celle du plan AN de l'autre section circulaire,

$$z=-x\sqrt{\frac{f-g}{g-h}}.$$

Soit $y=px+qz$ l'équation du plan diamétral mené perpendiculairement à un rayon lumineux d'une direction quelconque : il s'agit de calculer la différence entre les deux quotients de l'unité divisée successivement par les carrés des demi-axes de sa section elliptique, en fonction des angles que ce plan fait avec les deux sections circulaires; car ces angles sont égaux à ceux que la normale à ce plan, ou le rayon lumineux, fait avec les normales aux deux sections circulaires, c'est-à-dire avec les deux axes optiques du cristal. Or, si l'on appelle m l'angle compris entre le plan $y=px+qz$ et la section circulaire MM', et n l'angle qu'il fait avec l'autre section circulaire NN', on a :

$$\cos m=\frac{p\sqrt{f-g}-q\sqrt{g-h}}{\sqrt{f-h}\times\sqrt{1+p^2+q^2}},$$

et

$$\cos n=\frac{p\sqrt{f-g}+q\sqrt{g-h}}{\sqrt{f-h}\times\sqrt{1+p^2+q^2}};$$

d'où l'on tire

$$\frac{q^2}{p^2}=\frac{(f-g)(\cos n-\cos m)^2}{(g-h)(\cos n+\cos m)^2},$$

et

$$\frac{1}{p^2}=\frac{-(f-h)(g-h)(\cos n+\cos m)^2-(f-g)(f-h)(\cos n-\cos m)^2+4(f-g)(g-h)}{(f-h)(g-h)(\cos n+\cos m)^2}.$$

Calculons maintenant les deux diamètres de la section elliptique, N° XLVII.
qui donnent les vitesses des rayons ordinaire et extraordinaire perpendiculaires au plan de cette section : il suffit pour cela de former l'équation polaire de l'ellipsoïde, et de chercher les valeurs *maximum* et *minimum* du rayon vecteur dans ce plan. Soient $x=\alpha y$ et $z=\beta y$ les équations générales du rayon vecteur; le carré de sa longueur sera égal à $x^2+y^2+z^2$, ou à $y^2(1+\alpha^2+\beta^2)$, y répondant au point d'intersection de la droite avec la surface de l'ellipsoïde. Les équations de la droite et de la surface ayant lieu en même temps pour ce point, on a $y^2(f\alpha^2+h\beta^2+g)=1$; d'où l'on tire

$$y^2=\frac{1}{f\alpha^2+h\beta^2+g};$$

et par conséquent le carré du rayon vecteur est égal à

$$\frac{1+\alpha^2+\beta^2}{f\alpha^2+h\beta^2+g},$$

expression que nous égalerons à $\frac{1}{t}$, afin que la variable t représente l'unité divisée par le carré du rayon vecteur : nous obtenons ainsi l'équation polaire de l'ellipsoïde

$$f\alpha^2+h\beta^2+g=t(1+\alpha^2+\beta^2),$$

dont Petit a fait une application si élégante à la discussion générale des surfaces du second degré.

Pour exprimer que le rayon vecteur particulier que nous considérons est contenu dans le plan $y=px+qz$, il faut écrire $1=p\alpha+q\beta$, équation qui, étant différentiée par rapport à α et à β, donne

$$\frac{d\beta}{d\alpha}=-\frac{p}{q}.$$

Si l'on différentie de même l'équation polaire de l'ellipsoïde en considérant β et t comme fonction de α, on a

$$2f\alpha+2h\beta\frac{d\beta}{d\alpha}=(1+\alpha^2+\beta^2)\frac{dt}{d\alpha}+2t\alpha+2t\frac{d\beta}{d\alpha},$$

N° XLVII. ou, mettant pour $\frac{d\beta}{d\alpha}$ la valeur ci-dessus $-\frac{p}{q}$,

$$2qf\alpha - 2ph\beta - 2tq\alpha + 2tp\beta = (1 + \alpha^2 + \beta^2)\frac{dt}{d\alpha};$$

d'où l'on tire

$$\frac{dt}{d\alpha} = \frac{2qf\alpha - 2ph\beta - 2tq\alpha + 2tp\beta}{1 + \alpha^2 + \beta^2}.$$

Lorsque le rayon vecteur atteint son *maximum* ou son *minimum*, t est à son *minimum* ou son *maximum*, et par conséquent $\frac{dt}{d\alpha}$ devient égal à zéro, on a donc

$$2qf\alpha - 2ph\beta - 2tq\alpha + 2tp\beta = 0,$$

ou

$$\alpha q(t-f) - \beta p(t-h) = 0.$$

Si l'on joint à cette relation l'équation de condition

$$p\alpha + q\beta = 1,$$

qui exprime que le rayon vecteur est contenu dans le plan de la section elliptique, on en tire les valeurs suivantes de α et β correspondant aux valeurs *maximum* et *minimum* du rayon vecteur.

$$\alpha = \frac{p(t-h)}{p^2(t-h) + q^2(t-f)}, \quad \beta = \frac{q(t-f)}{p^2(t-h) + q^2(t-f)}.$$

On peut mettre l'équation polaire de l'ellipsoïde sous la forme

$$\alpha^2(t-f) + \beta^2(t-h) + t - g = 0;$$

et substituant à la place de α et β leurs valeurs, on a

$$p^2(t-h)^2(t-f) + q^2(t-f)^2(t-h) + (t-g)[p^2(t-h) + q^2(t-f)]^2 = 0,$$

ou

$$(t-f)(t-h)[p^2(t-h) + q^2(t-f)] + (t-g)[p^2(t-h) + q^2(t-f)]^2 = 0,$$

ou enfin, en supprimant le facteur commun $p^2(t-h) + q^2(t-f)$,

$$(t-f)(t-h) + p^2(t-g)(t-h) + q^2(t-f)(t-g) = 0;$$

équation du second degré qui doit donner à la fois les valeurs *maximum* et *minimum* de t, c'est-à-dire les deux valeurs de t qui correspondent à celles des demi-axes de la section elliptique. N° XLVII.

On peut diviser cette équation par p^2 et la mettre sous la forme

$$(t-f)(t-h)\frac{1}{p^2}+(t-g)(t-h)+\frac{q^2}{p^2}(t-f)(t-g)=0:$$

et en substituant pour $\frac{1}{p^2}$ et $\frac{q^2}{p^2}$ les valeurs que nous avons trouvées plus haut en fonction des angles m et n, on arrive après plusieurs réductions à l'équation :

$$t^2-t[f+h-(f-h)\cos n\cos m]+fh+\frac{1}{4}(\cos^2 n+\cos^2 m)(f-h)^2-\frac{1}{2}\cos n\cos m(f^2-h^2)=0;$$

d'où l'on tire

$$t=\frac{1}{2}(f+h)-\frac{1}{2}(f-h)\cos n\cos m\pm\frac{1}{2}(f-h)\sqrt{1+\cos^2 n\cos^2 m-\cos^2 n-\cos^2 m},$$

ou

$$t=\frac{1}{2}(f+h)-\frac{1}{2}(f-h)\cos n\cos m\pm\frac{1}{2}(f-h)\sin n\sin m\ (1),$$

donc la différence entre les deux valeurs de t, ou la quantité cherchée, est égale à

$$(f-h)\sin n\sin m;$$

par conséquent cette différence est proportionnelle au produit des sinus des deux angles m et n; ce qu'il fallait démontrer.

Les angles dont il s'agit sont ceux que la direction commune des rayons ordinaire et extraordinaire fait avec les deux diamètres de l'ellipsoïde perpendiculaires aux sections circulaires, diamètres que nous avons appelés *axes optiques*, en admettant qu'on devait donner ce nom

(1) Les deux valeurs de t, qui donnent les quotients de l'unité divisée successivement par les carrés des vitesses du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire, peuvent être mises sous la forme suivante :

$$t=\frac{1}{2}(f+h)-\frac{1}{2}(f-h)\cos(m+n),\quad \text{et}\quad t=\frac{1}{2}(f+h)-\frac{1}{2}(f-h)\cos(m-n).$$

N° XLVII. aux deux directions suivant lesquelles les *rayons lumineux* traversent le cristal sans y éprouver de double réfraction. Mais il est à remarquer qu'en général ces rayons rencontrent obliquement l'élément de la surface des ondes lumineuses auquel ils correspondent : or nous avons fait remarquer précédemment que si la surface du cristal était parallèle à cet élément ou à son plan tangent, la direction normale serait celle qu'il faudrait donner au faisceau incident pour qu'il n'éprouvât pas de double réfraction en pénétrant dans le cristal; d'où il semblerait qu'on devrait aussi donner le nom d'*axes optiques* à ces deux directions des rayons incidents, qui ne coïncident pas avec les deux normales aux sections circulaires de l'ellipsoïde; ainsi, la direction des axes optiques serait différente, selon qu'on la jugerait d'après la direction des *rayons incidents*, perpendiculaires à la fois à la surface des ondes incidentes et des ondes réfractées, ou d'après la direction des *rayons réfractés correspondant à ces ondes*. A la vérité, cette différence est très-légère dans presque tous les cristaux à deux axes; mais il en est quelques-uns où elle devient plus sensible et où l'on ne peut plus confondre les deux directions : celle à laquelle il paraît le plus convenable de donner le nom d'*axe optique du cristal* est la direction des *rayons réfractés* qui le parcourent sans éprouver de double réfraction. En adoptant cette définition, la loi du produit des sinus des angles qu'un rayon quelconque fait avec les deux axes optiques, devient une conséquence rigoureuse de notre théorie, ainsi que nous venons de le démontrer.

Jusqu'ici nous nous sommes occupé uniquement de la vitesse et de la direction des ondes et des rayons; nous allons chercher maintenant leurs plans de polarisation.

PLAN DE POLARISATION DES ONDES ORDINAIRES ET EXTRAORDINAIRES.

44. D'après ce que nous avons dit au commencement de ce Mémoire, en déduisant notre hypothèse sur la nature des vibrations lumineuses des phénomènes que présente l'interférence des rayons

polarisés, le plan de polarisation doit être parallèle ou perpendiculaire à la direction des vibrations lumineuses [a] : il ne s'agit plus maintenant que de choisir entre ces deux directions celle qui s'accorde avec l'acception reçue : or on appelle *plan de polarisation* du faisceau ordinaire dans les cristaux à un axe, le plan mené par ce faisceau parallèlement à l'axe du cristal; et il est clair que les vibrations ordinaires, c'est-à-dire celles qui mettent toujours en jeu la même élasticité, sont les vibrations perpendiculaires à l'axe du cristal : en effet, dans le cas des cristaux à un axe, la surface d'élasticité devient une surface de révolution, et chaque section diamétrale a toujours son plus grand ou plus petit rayon vecteur situé sur l'intersection de son plan avec l'équateur; c'est donc ce rayon vecteur qui reste constant, puisque l'équateur est un cercle, et qui donne en conséquence la direction des vibrations ordinaires; d'où l'on voit que ces vibrations sont toujours perpendiculaires à l'axe du cristal; ainsi, le plan mené suivant cet axe et le rayon ordinaire est perpendiculaire à ces vibrations, puisqu'elles sont aussi perpendiculaires au rayon ordinaire, en raison de la sphéricité de l'onde à laquelle elles appartiennent; mais ce plan est précisément, comme nous venons de le dire, ce qu'on est convenu d'appeler *le plan de polarisation du rayon ordinaire;* ainsi nous appellerons *plan de polarisation d'une onde lumineuse* le plan normal à la direction de ses vibrations. N° XLVII

Cette définition théorique s'accorde avec le sens qu'on attache à l'expression *plan de polarisation* dans le système de l'émission, tant que l'onde est sphérique et que ses vibrations sont perpendiculaires au rayon lumineux, parce qu'alors le plan de polarisation passe toujours par le rayon; mais quand les vibrations sont obliques au rayon, le plan de polarisation, qui doit leur être perpendiculaire d'après notre définition, ne contient plus le rayon lumineux, tandis que dans le système de l'émission on le suppose toujours dirigé suivant ce rayon. Ainsi l'on n'attribuerait pas exactement la même direction, d'après les

---

[a] Voyez ci-dessus § 4.

N° XLVII. deux théories, aux plans de polarisation des rayons lumineux dans les milieux où leurs ondes n'ont plus la forme sphérique. Mais d'abord, cette différence serait toujours assez légère, parce que la surface des ondes lumineuses ne s'écarte pas beaucoup de la forme sphérique, même dans les cristaux dont la double réfraction est la plus énergique; en second lieu, il devient inutile d'en tenir compte pour les expériences faites par M. Biot et les autres physiciens, sur la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires, puisque c'est toujours en dehors du cristal et d'après la direction des plans de polarisation des rayons incidents ou émergents, qu'ils ont jugé de celle des plans de polarisation des rayons réfractés.

Ainsi, par exemple, supposons qu'on veuille déterminer les plans de polarisation de la réfraction ordinaire et extraordinaire dans une plaque cristallisée à faces parallèles et perpendiculaires aux rayons incidents; il suffit pour cela d'employer de la lumière préalablement polarisée, et de tourner la plaque dans son plan, jusqu'à ce que le faisceau émergent, analysé avec un prisme ou un rhomboïde de spath d'Islande, ne présente plus aucune trace de dépolarisation par l'effet de son passage au travers de la plaque cristallisée : lorsque cette condition est remplie, on peut en conclure que le plan de polarisation de l'onde réfractée coïncide avec celui de l'onde incidente : il y a toujours deux positions de la plaque qui satisfont à cette condition, et donnent ainsi le moyen de tracer sur le cristal la direction des plans de polarisation de la réfraction ordinaire et de la réfraction extraordinaire. Dans cette expérience, l'onde incidente étant parallèle aux faces de la plaque cristallisée, conserve ce parallélisme en la parcourant; et si la direction des vibrations de l'onde incidente coïncide avec celle de l'un des axes de la section diamétrale parallèle faite dans la surface d'élasticité, elles n'éprouvent plus de déviation en parcourant le cristal; alors les ondes incidente, réfractée et émergente ont toutes trois le même plan de polarisation, et leurs surfaces sont parallèles, quoique d'ailleurs les rayons réfractés puissent être obliques à leur onde, et ne pas se trouver ainsi sur le prolongement des rayons incidents et émer-

gents. Dans ce cas, la définition du plan de polarisation selon le système de l'émission ne donne plus rigoureusement pour le plan de polarisation des rayons réfractés la même direction que la définition tirée de notre théorie, quoiqu'elles s'accordent d'ailleurs sur la direction des plans de polarisation des rayons incidents et émergents, les seuls qu'on puisse déterminer immédiatement par l'observation. N° XLVII.

En considérant toujours comme le véritable plan de polarisation celui qui est perpendiculaire aux vibrations lumineuses, je vais démontrer que les plans de polarisation des ondes ordinaires et extraordinaires divisent en deux parties égales les angles dièdres formés par les deux plans menés suivant la normale à l'onde et les deux normales aux plans des sections circulaires de la surface d'élasticité.

LA RÈGLE DONNÉE PAR M. BIOT POUR DÉTERMINER LA DIRECTION DES PLANS DE POLARISATION DES RAYONS ORDINAIRES ET EXTRAORDINAIRES S'ACCORDE AVEC LA THÉORIE EXPOSÉE DANS CE MÉMOIRE.

45. En effet, supposons que l'on coupe cette surface par un plan diamétral parallèle à l'onde, les deux axes de cette section donneront les directions des vibrations ordinaires et extraordinaires; si donc on mène par le centre deux plans perpendiculaires à ces deux diamètres, ce seront les plans de polarisation respectifs des vibrations ordinaires et extraordinaires. Or il faut remarquer, 1° qu'ils passeront chacun par un des axes de la section, puisque ceux-ci sont perpendiculaires entre eux; 2° que les axes de la section diamétrale la coupant chacun en deux moitiés symétriques, doivent diviser en parties égales les angles aigus et obtus formés par les deux lignes suivant lesquelles le plan de cette section rencontre ceux des sections circulaires, puisque dans ces deux directions les rayons vecteurs de la section diamétrale sont égaux entre eux comme appartenant en même temps aux deux sections circulaires qui ont le même diamètre.

Cela posé, concevons une sphère concentrique à la surface d'élasticité; le plan de la section diamétrale et les deux plans des sections

XLVII. circulaires traceront sur cette sphère un triangle sphérique, dont le côté compris dans le premier plan sera divisé en deux parties égales par un des plans de polarisation : son triangle supplémentaire sera celui que formeront les normales de ces trois plans menées par le centre commun, c'est-à-dire celui qui résultera de l'intersection de la surface sphérique avec les trois plans menés suivant ces trois normales prises deux à deux : or les plans qui divisent en deux parties égales les côtés du premier triangle, divisent en deux parties égales aussi les angles du second; c'est une propriété des triangles supplémentaires facile à démontrer; donc le plan de polarisation, qui divise en deux parties égales le côté du premier triangle compris dans la section diamétrale, divise aussi en deux parties égales l'angle correspondant du second triangle, c'est-à-dire l'angle dièdre formé par les deux plans menés suivant la normale à l'onde et les diamètres perpendiculaires aux deux sections circulaires; et par la même raison, l'autre plan de polarisation doit diviser en deux parties égales le supplément de cet angle dièdre.

M. Biot a déduit de ses observations sur la double réfraction de la topaze et de plusieurs autres cristaux à deux axes la règle suivante, pour déterminer la direction des plans de polarisation des rayons ordinaires et extraordinaires :

Concevez un plan mené par chacun des axes du cristal et par le rayon qui subit la réfraction ordinaire. Concevez par ce même rayon un troisième plan qui divise en deux parties égales l'angle dièdre que les deux premiers forment. Les molécules lumineuses qui ont subi la réfraction ordinaire sont polarisées suivant ce plan intermédiaire; et les molécules qui ont subi la réfraction extraordinaire sont polarisées perpendiculairement au plan intermédiaire mené par le rayon extraordinaire suivant les mêmes conditions. (Précis élémentaire de physique expérimentale, tome II, page 502.)

Les lignes que M. Biot appelle ici *les axes du cristal*, sont celles que nous avons nommées *axes optiques*. Nous avons remarqué que, pour accorder le mieux possible le langage du système des ondulations avec celui de l'émission, il fallait appeler *axe optique* la direction suivant la-

quelle les *rayons lumineux* parcourent le cristal sans y subir la double réfraction: et en adoptant cette définition, nous avons démontré que la loi du produit des deux sinus était une conséquence rigoureuse de notre théorie. Il n'en est plus de même de la règle de M. Biot relative à la détermination des plans de polarisation. Son énoncé ne s'accorde pas rigoureusement avec la construction que nous venons de déduire des propriétés de la surface d'élasticité; parce que les angles dièdres divisés en deux parties égales par les plans de polarisation, d'après cette construction, sont menés suivant la normale à l'onde et les deux normales aux sections circulaires de la surface d'élasticité, et qu'en général la normale à l'onde ne coïncide pas tout à fait avec la direction du rayon réfracté, ni les normales aux sections circulaires de la même surface avec les véritables axes optiques, qui sont les perpendiculaires aux sections circulaires de l'ellipsoïde. A la vérité, le théorème de géométrie que nous venons de démontrer pour la surface d'élasticité s'applique également à l'ellipsoïde; mais le plus grand et le plus petit rayon vecteur de la section diamétrale faite dans l'ellipsoïde perpendiculairement à la direction du rayon lumineux, ne donnent plus la direction de ses vibrations; en sorte que les plans qui leur sont perpendiculaires ne sont plus les véritables plans de polarisation des ondes réfractées. La règle de M. Biot ne s'accorde donc pas rigoureusement avec notre théorie. Mais il faut faire attention, 1° que, dans les cristaux qu'il a employés, les normales aux sections circulaires de la surface d'élasticité diffèrent si peu de la direction des véritables axes optiques, qu'on pourrait les confondre sans qu'il en résultât d'erreur sensible pour la direction des plans de polarisation; 2° que, dans les mêmes cristaux, les rayons dirigés suivant les axes optiques sont presque normaux aux ondes correspondantes; 3° enfin, que cet habile physicien n'a pu déterminer directement que le plan de polarisation des faisceaux incidents ou émergents, et non celui des rayons réfractés. Les petites différences qui nous sont indiquées ici par la théorie seraient sans doute très-difficiles à constater, même dans ceux des cristaux à deux axes dont la double réfraction est la plus énergique: car on ne

N° XLVII. saurait déterminer avec une grande précision, par les moyens connus, la direction du plan de polarisation d'un rayon lumineux; et il y a encore ici une difficulté de plus, celle de fixer la direction du plan de polarisation dans l'intérieur du cristal d'après des observations faites sur les rayons émergents. Ainsi, loin de voir une objection contre notre théorie dans la règle donnée par M. Biot, on doit plutôt la considérer comme en étant une confirmation, puisque la petite discordance qui existe entre elles devait échapper nécessairement à ses observations.

LA PLUPART DES CRISTAUX PRÉSENTENT PEU DE DIFFÉRENCE ENTRE LES PLANS DES SECTIONS CIRCULAIRES DE LA SURFACE D'ÉLASTICITÉ ET DE L'ELLIPSOÏDE CONSTRUIT SUR LES MÊMES AXES.

46. Les deux sections circulaires de la surface d'élasticité sont également inclinées sur le plan des xy, qui passe par l'axe moyen, et la tangente de cette inclinaison est, comme nous l'avons vu,

$$\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}:$$

la tangente de l'angle que les deux sections circulaires de l'ellipsoïde font avec le même plan est égale à

$$\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}.$$

On voit par ces formules que lorsque la double réfraction n'a pas une très-grande énergie, c'est-à-dire lorsque c diffère peu de a, $\frac{c}{a}$ étant presque égal à l'unité, les plans des sections circulaires des deux surfaces se confondent sensiblement : pour la topaze, le rapport $\frac{c}{a}$ est 0,9939; ce même rapport est égal à 0,9725, d'après les observations de M. Biot, dans la chaux sulfatée anhydre, l'un des cristaux à deux axes dont la double réfraction est la plus énergique[1].

[1] D'après les observations de M. Biot, l'angle des deux axes optiques est dans la topaze limpide de 63° 14′ 2″, et dans la chaux sulfatée anhydre de 44° 41′ 22″ [a];

[a] Biot. — Mémoire déjà cité.

N° XLVII.

OBSERVATIONS SUR LA MARCHE DES ONDES ET DES RAYONS LUMINEUX DANS LA DIRECTION DES AXES OPTIQUES[a].

47. C'est aux sections circulaires de la surface d'élasticité qu'une onde plane doit être parallèle dans l'intérieur du cristal, pour n'y être susceptible que d'une seule vitesse de propagation; et cette condition est satisfaite lorsqu'on présente perpendiculairement au faisceau lumineux la plaque de cristal taillée parallèlement aux sections circulaires de la surface d'élasticité; mais il est à remarquer que les rayons ordinaires et extraordinaires qui en résultent ne suivent pas la même direction, et s'écartent un peu les uns et les autres de la normale à la

ce qui donne 31° 37' 1", et 22° 20' 41" pour la valeur de l'angle dont la tangente est représentée par

$$\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}};$$

il résulte des mêmes mesures que l'angle qui a pour tangente

$$\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$$

est dans le premier cristal de 31° 46' 25", et dans le second de 22° 54' 43"; ainsi la différence de direction entre les sections circulaires de l'ellipsoïde et de la surface d'élasticité est seulement pour la topaze de 9' 24", et pour la chaux sulfatée anhydre de 34' 2".

NOTA. Les secondes marquées dans la valeur des angles donnés par M. Biot, et que nous avons transcrites ici, ne signifient pas qu'on puisse porter jusque-là la précision des mesures; car il est déjà difficile de déterminer l'angle des deux axes optiques à moins d'un demi-degré près.

---

[a] Cette étude des propriétés de la surface de l'onde est incomplète, et quoique nous nous soyons interdit de citer dans ces notes aucun travail postérieur à ceux d'A. Fresnel, il est impossible de ne pas rappeler ici la discussion de la surface de l'onde par M. Hamilton, et les expériences de M. Lloyd : — Essay on the Theory of Systems of Rays. Third Supplement. (*Transactions of the Royal Irish Academy*, vol. XVII, p. v à vii, p. 1 à 144.) — On the Phenomena presented by Light in its passage along the axes of Biaxial Crystals. (*Transactions of the Royal Irish Academy*, vol. XVII, p. 145 à 157.)

Les propriétés géométriques singulières écrites implicitement dans l'équation de la surface de l'onde, et qui avaient échappé à A. Fresnel, sont venues se traduire par autant de phénomènes optiques assignables à l'avance, et ces épreuves délicates et décisives ont apporté à sa théorie une sanction aussi éclatante qu'inattendue. (V. la note finale du numéro suivant.)

N° XLVII. section circulaire de l'ellipsoïde. Ceci devient plus facile à comprendre sur la figure 14, qui représente l'intersection du plan des xz avec les

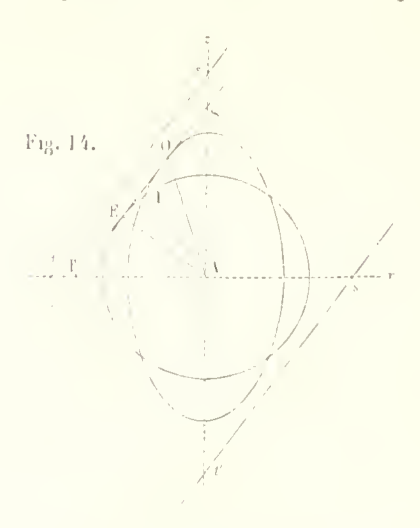


Fig. 14.

deux nappes de la surface de l'onde, et dans laquelle on a exagéré l'ellipticité de l'une d'elles, pour rendre la divergence des rayons plus sensible. Cette intersection se compose d'un cercle et d'une ellipse dont les équations sont

$$x^2+z^2=b^2, \quad \text{et} \quad a^2x^2+c^2z^2=a^2c^2.$$

Le plan TS mené parallèlement à la section circulaire de la surface d'élasticité, et distant du centre A d'une quantité égale à b, touche à la fois le cercle et l'ellipse en E et en O, points de contact de ce plan avec la surface de l'onde: ainsi les rayons vecteurs AO et AE sont les directions des rayons ordinaire et extraordinaire qui répondent à l'onde plane TS parallèle à la section circulaire de la surface d'élasticité, et ils traversent la plaque $tst's'$ dans le même intervalle de temps, quoique en suivant des chemins différents. Le rayon vecteur AL, mené au point d'intersection de l'ellipse et du cercle, et pour lequel les deux valeurs tirées de l'équation de l'onde deviennent égales, est la direction suivant laquelle les *rayons lumineux* ne peuvent affecter qu'une seule vitesse, et par conséquent celle de la normale à la section circulaire de

l'ellipsoïde, que nous avons nommée *axe optique*. On trouve pour les N° XLVII.
tangentes des angles que ces trois rayons vecteurs font avec l'axe des x :

$$\text{tang OAT} = \frac{a^2}{c^2}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}};\quad \text{tang LAT} = \frac{a}{c}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}};\quad \text{tang EAT} = \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}}.$$

On voit que ces expressions ne diffèrent entre elles que par les facteurs $\frac{a}{c}$, $\frac{a^2}{c^2}$, qui s'approchent beaucoup de 1 dans la plupart des cristaux.

Tous les rayons ordinaires ou extraordinaires parallèles à LA parcourent le cristal dans le même intervalle de temps et avec la même vitesse [1], puisqu'ils suivent d'ailleurs le même chemin; mais ils divergent nécessairement en dehors du cristal, parce que les deux plans tangents menés par le point L aux deux nappes de la surface de l'onde font entre eux un angle sensible : au contraire, les rayons AE et AO, qui emploient aussi le même temps à traverser la plaque $tst's'$, tout en suivant l'un et l'autre des directions différentes, redeviennent parallèles entre eux en dehors du cristal.

Quand on fait varier l'inclinaison de la face de sortie du milieu réfringent, le rayon EA et celui des deux rayons LA, qui appartient à la même nappe EL, se réfractent conformément à la loi de Descartes, tandis que le rayon OA et l'autre rayon dirigé suivant LA, qui répond à la seconde nappe LO, sont réfractés extraordinairement. Ceci établit encore une nouvelle différence entre les caractères des axes optiques des cristaux à un axe et à deux axes; car, dans les premiers, tous les rayons parallèles à l'axe optique dans l'intérieur du cristal sont réfractés suivant la loi de Descartes, quelles que soient la direction et l'inclinaison de la face de sortie, parce que ces rayons, se trouvant alors parallèles à un des axes d'élasticité, sont perpendiculaires à la fois aux deux nappes de la surface de l'onde.

Après nous être appesanti sur des distinctions que la théorie montre clairement, mais qui échappent à la plupart des observations, et n'ont

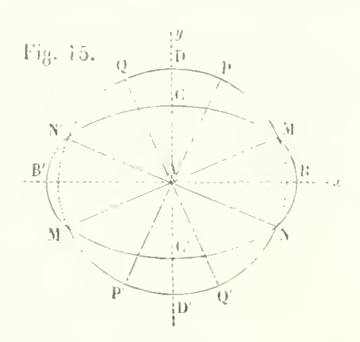
[1] Quelles que soient les directions des faces d'entrée et de sortie, puisque ces rayons suivent la même route LA; tandis que les rayons EA et OA n'emploient exactement le même temps à parcourir la plaque cristallisée que lorsque ses faces ts et $t's'$ sont parallèles à l'une des sections circulaires de la surface d'élasticité.

N° XLVII. pu être mises en évidence par celles de M. Biot, nous allons considérer un moment les plans de polarisation d'une manière moins rigoureuse, et adopter la règle qu'il donne pour déterminer leur direction, sans rien changer à son énoncé, afin de pouvoir nous expliquer d'une manière plus simple et plus claire.

LES RAYONS NOMMÉS *ORDINAIRES* PAR MM. BIOT ET BREWSTER [a]
SONT CEUX DONT LES VARIATIONS DE VITESSE ONT LE MOINS D'ÉTENDUE.

48. Ainsi que nous l'avons déjà remarqué, il n'y a plus de rayon ordinaire proprement dit dans les cristaux à deux axes, puisque aucun des deux faisceaux ne parcourt le cristal avec la même vitesse dans toutes les directions; mais celui qu'on appelle *faisceau ordinaire*, par analogie avec la dénomination adoptée pour les cristaux à un axe, est celui dont les variations de vitesse sont les moins sensibles : or il est aisé de voir que c'est celui dont le plan de polarisation divise en deux parties égales l'angle dièdre aigu compris entre les plans menés par la direction des rayons lumineux et les deux axes optiques; tandis que le plan de polarisation du faisceau qui éprouve les plus grandes variations de vitesse, divise en deux parties égales l'angle dièdre obtus, supplément du premier. En effet, quelle que soit la direction du premier faisceau, son plan de polarisation passant en dedans de l'angle aigu QAP (fig. 15) des deux axes optiques, sa trace sur le plan de la figure est

Fig. 15.



[a] BIOT et BREWSTER. — Mémoires déjà cités.

comprise dans l'intérieur de cet angle, et par conséquent la projection N° XLVII.
du diamètre de l'ellipsoïde perpendiculaire au plan de polarisation, qui est normale à la trace de ce plan, se trouve comprise nécessairement dans l'angle aigu MAN ou M'AN' des deux sections circulaires, puisqu'elles sont normales aux axes optiques PP' et QQ'; donc ce diamètre ne peut rencontrer la surface de l'ellipsoïde en dehors des deux parties dont les projections ont pour limites M'B'N'A et MBNA; mais si du point A comme centre, et d'un rayon égal à celui des sections circulaires, on décrit une sphère, sa surface passera par-dessous celle de l'ellipsoïde dans ces deux parties. Ainsi aucun des diamètres de l'ellipsoïde projeté dans l'espace angulaire MAN, M'AN', ne sera plus petit que le diamètre MM' des sections circulaires, qui est égal à l'axe moyen de l'ellipsoïde; la longueur des rayons vecteurs répondant à cette partie de la surface a donc pour limites d'une part le demi-grand axe, et de l'autre le demi-axe moyen. On démontrerait de même que la longueur des rayons vecteurs qui donnent la mesure des vitesses du second faisceau lumineux est comprise entre le demi-axe moyen et le demi-petit axe. Or, dans le cas représenté par la figure 15, où le petit axe d'élasticité partage l'angle aigu des deux axes optiques et le grand axe l'angle obtus, il y a plus de différence entre le petit axe et l'axe moyen qu'entre celui-ci et le grand axe, comme on le voit par l'expression $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$ de la tangente de l'angle que les plans des sections circulaires font avec le grand axe; car cet angle étant moindre que 45° par hypothèse, on a $c^2(a^2-b^2) < a^2(b^2-c^2)$, ou à peu près, $a-b < b-c$, en supprimant les facteurs $c(a+b)$ et $a(b+c)$, comme sensiblement égaux.

Les raisonnements que nous venons de faire pour l'ellipsoïde pourraient s'appliquer aussi bien à la surface d'élasticité, qui donne, par les axes de ses sections diamétrales, les véritables directions des vibrations lumineuses, et en conséquence celles de leurs plans de polarisation, perpendiculaires à ces vibrations. Seulement, les vitesses que l'on considérerait alors ne seraient plus celles des rayons lumineux, mais

N° XLVII. celles des ondes mesurées sur la normale à leur surface; et les deux plans formant les angles dièdres aigu et obtus, que les plans de polarisation divisent chacun en deux parties égales, au lieu de passer par le rayon lumineux et les axes optiques proprement dits, seraient menés suivant la normale à l'onde et les normales aux deux sections circulaires de la surface d'élasticité. La tangente de l'inclinaison de ces sections sur le demi-grand axe a est égale à $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$, expression plus petite que 1 quand $a^2-b^2<b^2-c^2$, et plus grande quand $a^2-b^2>b^2-c^2$, ou, ce qui revient à peu près au même, lorsque $a-b>b-c$: dans ce second cas, l'angle des deux sections circulaires ou de leurs normales qui contient le petit axe c est donc obtus, tandis qu'il est aigu dans le premier cas.

Ainsi les ondes, dont les plans de polarisation sont compris dans l'angle aigu des deux plans menés suivant la normale à l'onde et les normales aux plans des sections circulaires, sont celles dont les vitesses de propagation varient entre les limites les plus rapprochées, tandis que les vitesses des ondes dont les plans de polarisation passent dans l'angle dièdre obtus éprouvent des variations plus étendues. Il est donc naturel d'appeler les rayons correspondant aux premiers *rayons ordinaires*, et ceux des autres ondes *rayons extraordinaires*, comme l'ont fait M. Biot et M. Brewster.

CAS PARTICULIER

OÙ L'ON N'AURAIT PAS PLUS DE RAISONS DE DONNER LE NOM DE *RAYON ORDINAIRE*

À L'UN DES DEUX FAISCEAUX QU'À L'AUTRE.

49. On conçoit un cas où les deux faisceaux éprouvant des variations de vitesse également étendues, on n'aurait plus aucune raison pour donner le nom de *faisceau ordinaire* plutôt à l'un qu'à l'autre : cela aurait lieu si les deux axes optiques étaient perpendiculaires entre eux, parce qu'alors on aurait $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}=1$, ou, $c^2(a^2-b^2)=a^2(b^2-c^2)$: ce qui suppose que $a-b$ est à très-peu près égal à $b-c$, puisqu'on peut supprimer les facteurs $c^2(a+b)$ et $a^2(b+c)$ sans altérer sensi-

blement l'équation, tant que a ne diffère pas beaucoup de c, c'est-à- N° XLVII.
dire tant que la double réfraction n'a pas une très-grande énergie.

QUAND ON A L'ANGLE DES DEUX AXES OPTIQUES, IL SUFFIT DE CONNAÎTRE DEUX DES TROIS CONSTANTES a, b, c, POUR DÉTERMINER LA TROISIÈME.

50. Il suffit de connaître a et c, c'est-à-dire la plus grande et la plus petite vitesse de la lumière dans le cristal, avec l'angle des deux axes optiques, pour déterminer l'autre demi-axe b, puisque la tangente de la moitié de cet angle est égale à $\frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$, fonction connue des trois quantités a, b et c. C'est en suivant cette marche que j'avais calculé, d'après les éléments de la double réfraction de la topaze donnés par M. Biot, les variations de vitesse que le faisceau ordinaire devait y subir, avant d'avoir cherché à les constater par l'expérience, et je les ai trouvées telles à peu près que le calcul me les avait données. La théorie m'indiquait aussi dans quel sens le faisceau ordinaire avait les vitesses les plus différentes. Pour la topaze, c'est le plus petit axe de la surface d'élasticité ou de l'ellipsoïde qui divise en parties égales l'angle aigu des deux axes optiques, et les deux limites des vitesses du rayon ordinaire sont a et b : or le faisceau ordinaire a la vitesse a quand il est parallèle à l'axe des y, puisque a est le plus grand rayon vecteur de la section diamétrale perpendiculaire faite dans l'ellipsoïde, et que le plan de polarisation correspondant, c'est-à-dire perpendiculaire au rayon vecteur a, est bien celui du faisceau ordinaire, comme passant dans l'angle aigu des deux axes optiques. La vitesse de ce même faisceau devient égale à b quand la lumière traverse le cristal parallèlement à l'axe des x, parce qu'alors le plan diamétral perpendiculaire à cette direction coupe l'ellipsoïde suivant une ellipse dont le plus grand rayon vecteur est b; d'ailleurs le plan perpendiculaire à b, ou le plan de polarisation correspondant, appartient à la réfraction ordinaire; car il est encore contenu dans l'angle aigu formé par les deux plans menés suivant le rayon lumineux et chacun des axes optiques, angle dièdre qui devient alors égal à zéro, ces deux plans se confondant avec celui

N° XLVII. des deux axes optiques. Ainsi la théorie annonçait qu'il fallait que le faisceau ordinaire traversât le cristal, tantôt suivant la direction qui divise en parties égales l'angle obtus des deux axes, et tantôt perpendiculairement à leur plan, pour éprouver les variations de vitesse les plus sensibles; aussi est-ce d'après cette indication que j'ai fait la première expérience par laquelle j'ai constaté l'existence de ces variations.

Je me suis particulièrement attaché aussi, dans mes expériences, à m'assurer que la vitesse de propagation des ondes lumineuses dépend uniquement de la direction de leurs vibrations ou du plan de polarisation dans le cristal, et que tant que ce plan ne change pas, la vitesse des rayons reste constante, quelle que soit d'ailleurs leur direction. La diffraction me donnait des moyens très-délicats pour apercevoir les plus légères différences de vitesse. A la vérité, la topaze est le seul cristal sur lequel j'aie opéré jusqu'à présent [a]; mais j'ai assez varié et multiplié mes observations pour m'assurer du moins que ce théorème était rigoureusement exact dans la topaze, et l'on doit supposer par analogie qu'il l'est également pour tous les autres cristaux à deux axes. D'ailleurs, sans en donner une démonstration complète, les considérations mécaniques que j'ai exposées à ce sujet établissent en sa faveur de fortes probabilités théoriques.

RÉFLEXIONS SUR LES PROBABILITÉS QUE PRÉSENTE LA THÉORIE EXPOSÉE DANS CE MÉMOIRE.

51. Le théorème que j'ai donné, si admissible par sa simplicité même, la définition mécanique des vibrations lumineuses déduite des lois de l'interférence des rayons polarisés, et la supposition que les lignes homologues de cristallisation sont parallèles dans toute l'étendue des milieux réfringents que nous avons considérés, sont les trois hypothèses, je pourrais dire les trois principes sur lesquels repose la théorie

---

[a] Voyez les N°s XXXVIII, XLIII, XLIV.

de la double réfraction exposée dans ce Mémoire. Si nous n'avions eu à calculer qu'un phénomène, tel que celui des interférences, qui dépend seulement de la nature des vibrations lumineuses, leur définition aurait dû suffire à l'explication des faits. Mais la double réfraction résultant de la constitution particulière du milieu réfringent, il fallait nécessairement définir cette constitution, en ne mettant toutefois dans sa définition que ce qui était nécessaire à l'explication du phénomène. N° XLVII.

La théorie que nous avons adoptée et les constructions si simples que nous en avons déduites présentent ce caractère remarquable que toutes les inconnues sont déterminées en même temps par la solution du problème. On trouve à la fois la vitesse du rayon ordinaire, celle du rayon extraordinaire et leurs plans de polarisation. Les physiciens qui ont étudié avec attention les lois de la nature sentiront que cette simplicité et ces relations intimes entre les diverses parties du phénomène offrent les plus grandes probabilités en faveur de la théorie qui les établit[a].

Longtemps avant de l'avoir conçue, et par la seule méditation des faits, j'avais senti qu'on ne pouvait découvrir la véritable explication de la double réfraction sans expliquer en même temps le phénomène de la polarisation, qui l'accompagne constamment : aussi est-ce après avoir trouvé quel mode de vibration constituait la polarisation de la lumière, que j'ai entrevu d'abord les causes mécaniques de la double réfraction. Il me semblait encore plus évident que les vitesses des faisceaux ordinaire et extraordinaire devaient être, en quelque sorte, les deux racines d'une même équation : je n'ai jamais pu admettre un seul instant l'hypothèse d'après laquelle ce seraient deux milieux différents, le corps réfringent et l'éther qu'il renferme, qui transmettraient

---

[a] Le jugement que Fresnel porte lui-même sur son œuvre principale a été pleinement ratifié par le développement de la science, et il n'est probablement aujourd'hui aucun physicien qui n'accorde à la loi générale de Fresnel la même confiance qu'aux deux lois particulières auxquelles sont attachés les noms de Huyghens et de Descartes. [E. VERDET.]

N° XLVII. l'un les ondes extraordinaires, l'autre les ondes ordinaires; et en effet, si ces deux milieux pouvaient transmettre séparément les ondes lumineuses, on ne voit pas pourquoi les deux vitesses de propagation seraient rigoureusement égales dans la plupart des corps réfringents, et pourquoi des prismes de verre, d'eau, d'alcool, etc. ne diviseraient pas aussi la lumière en deux faisceaux distincts.

Nous avons supposé que c'était le même milieu vibrant qui, dans les corps doués de la double réfraction, propageait les ondes ordinaires et extraordinaires, mais sans spécifier si les molécules du corps participaient aux vibrations lumineuses, ou si celles-ci étaient uniquement propagées par l'éther contenu dans ce corps; notre théorie peut se concilier également avec les deux hypothèses. Il est plus aisé de comprendre dans le premier cas, à la vérité, comment l'élasticité d'un même milieu réfringent varie avec la direction suivant laquelle s'exécutent les déplacements moléculaires; mais on conçoit aussi, dans le second, que les molécules du corps doivent influer sur la dépendance mutuelle des tranches de l'éther entre lesquelles elles sont situées, et qu'elles peuvent être disposées de telle manière qu'elles affaiblissent plus cette dépendance mutuelle, ou l'élasticité de l'éther, dans une direction que dans une autre.

Le phénomène de la dispersion démontre que les rayons de diverses couleurs, ou les ondes de différentes longueurs, ne parcourent pas les corps avec la même vitesse, ce qui provient sans doute de ce que l'élasticité mise en jeu par les ondes lumineuses varie avec leur longueur. Lorsque la sphère d'activité des actions moléculaires est supposée infiniment petite relativement à l'étendue d'une ondulation, l'analyse démontre que l'élasticité qui propage les ondes ne varie pas avec leur largeur; mais il n'en est plus de même quand la dépendance mutuelle des molécules s'étend à une distance sensible relativement à la longueur d'une ondulation. Il est facile de démontrer que, dans ce cas, l'élasticité mise en jeu est un peu moindre pour les ondes étroites que pour les ondes plus larges, et qu'en conséquence les premières doivent se propager un peu plus lentement que les secondes, confor-

mément à l'expérience [1]. Il en résulte que les trois demi-axes a, b, c, N° XLVII.
qui représentent les racines carrées des élasticités mises en jeu par les vibrations parallèles, ou les vitesses de propagation correspondantes, doivent varier un peu pour les ondes de largeurs différentes, d'après la théorie comme d'après l'expérience : or il est possible que cette variation n'ait pas lieu suivant le même rapport entre les trois axes : alors l'angle que les deux sections circulaires de l'ellipsoïde font entre elles, et partant l'angle des deux axes optiques, ne seraient plus les mêmes pour les rayons de diverses couleurs, ainsi que M. Brewster et M. Herschel l'ont remarqué sur la plupart des cristaux à deux axes [a].

Le phénomène de la dispersion a peut-être encore d'autres causes que celle que nous venons d'indiquer ; mais quelles qu'elles puissent être, on doit toujours conclure des observations de ces deux habiles physiciens, que les longueurs des demi-axes a, b, c ne varient pas

[1] La démonstration de cette conséquence de la théorie fait l'objet de la note II, à la suite du Mémoire [b].

---

[a] HERSCHEL. — On the Action of crystallized Bodies on homogeneous Light, and on the causes of the Deviation from Newton's scale in the tints which many of them develope on exposure to a polarized Ray. (*Philosoph. Transact.* for 1820, p. 45.) — On certain remarkable instances of Deviation from Newton's scale in the tints developed by Crystals with one axis of double Refraction on exposure to a polarized Light. (*Transactions of Cambridge Philosophical Society*, vol. I, part. I, p. 21.) — On a remarkable peculiarity in the Law of the extraordinary Refraction of differently coloured Rays exhibited by certain varieties of Apophyllite. (*Transactions of Cambridge Philosophical Society*, vol. I, part. II, p. 241.)

[b] Ni la Note I annoncée § 21, ni la Note II, objet de ce renvoi, n'ont été jointes au second Mémoire, que la mort a interrompu.

La Note I devait sans doute reproduire les expériences sur la topaze, N° XXXVIII, §§ 5 à 11 ; — N° XLIII, §§ 33 à 38 ; — N° XLIV, § 16.

Quant à la Note N° II, on en connaît l'objet : elle aurait certainement beaucoup emprunté aux divers paragraphes du N° XLIII, intitulés :

§ 29. — *Sur le calcul de la propagation des ondes ramené au problème des cordes vibrantes ;*

§ 30. — *La loi des sinus se conserve dans les ondes lumineuses, quelque milieu qu'elles traversent ;*

§ 31. — *Retour des ondes sur elles-mêmes ;*

§§ 32 et 33. — *Démonstration de ce qui a été avancé touchant la dispersion, dans le premier Mémoire.*

N° XLVII. suivant le même rapport pour les ondes de diverses largeurs, dans les cristaux où les axes optiques changent de direction avec la nature des rayons lumineux: c'est du moins la seule explication qu'on puisse en donner, d'après la théorie exposée dans ce Mémoire [a].

---

[a] Cette nouvelle édition d'un des plus importants Mémoires scientifiques d'A. Fresnel, comparée avec la première (t. VII du Recueil de l'Académie des sciences, pour 1824, p. 45), présente diverses corrections et variantes sur lesquelles nous devons quelques explications.

Jusqu'au moment de la correction des épreuves, nous avions cru qu'il ne s'agissait, pour ce Mémoire, que d'une fidèle reproduction de l'édition académique. Bien que posthume, du moins en partie, elle nous semblait devoir offrir toutes garanties de parfaite exactitude; mais une nouvelle lecture plus attentive nous fit reconnaître la nécessité d'une complète révision. A cet effet nous avons d'abord scrupuleusement collationné ce texte avec ce qui nous est resté du manuscrit autographe, et notre surprise a été grande de trouver deux ou trois *lapsus calami*, portant sur des expressions algébriques, littéralement répétés par l'impression, d'où l'on pouvait inférer que l'Auteur n'y avait pas concouru. Cependant plusieurs variantes (trop peu importantes pour être ici récapitulées, mais qui ont dû être reproduites, comme améliorant sa rédaction primitive), nous ont donné tout lieu de penser que malgré l'état d'épuisement où il se trouvait réduit dès lors, il avait corrigé lui même toutes les épreuves de la partie de son Mémoire dont nous avons recueilli les minutes dans ses papiers. Quant à la *planche finale*, dont les quinze figures devaient être empruntées aux mémoires antérieurs, il nous paraît très-présumable qu'elle n'a pas été dressée par A. Fresnel, et qu'elle appartient entièrement à la publication posthume.

Sans insister sur ces détails historiques, à l'égard desquels il nous est resté quelques doutes, et sans nous arrêter à relever les corrections secondaires, nous signalerons seulement parmi les plus notables :

1° Le rétablissement (page 544, ligne 7 du présent volume) d'un membre de phrase omis dans l'édition académique (p. 118, ligne 6);

2° La substitution à l'ancienne figure 5 (qui ne concordait nullement avec le texte) de la figure correspondante du Mémoire, N° XLIII (p. 372), dont le croquis avait été coté par l'Auteur, sur sa minute, pour être compris dans la planche du Mémoire récapitulatif;

3° L'addition de quelques lignes et lettres manquant à l'ancienne figure 7, qui ne répondait qu'incomplétement au texte. (Voyez ci-dessus, p. 547 du présent volume.) [L. Fresnel.]

N° XLVIII.

COMMENTAIRE

AU MÉMOIRE DE FRESNEL

SUR LA DOUBLE RÉFRACTION,

PAR HENRI DE SENARMONT[a][b]

Depuis que le génie de Fresnel a créé l'admirable théorie de la double réfraction, M. Hamilton a discuté, plus complétement que n'avait pu le faire l'inventeur lui-même, l'équation de la surface de l'onde lumineuse; les conséquences nouvelles qui résultent de la forme de cette surface sont devenues pour la théorie autant d'épreuves délicates et décisives, et l'expérience, devancée par ces singuliers corollaires géométriques, d'accord en tous points avec leurs prévisions, a donné aux conceptions de Fresnel une sanction aussi éclatante qu'inattendue.

Fresnel avait d'ailleurs laissé imparfaites les démonstrations de plusieurs résultats, auxquels il avait été conduit par une sorte de divination. D'illustres mathématiciens ont pris à tâche de les compléter, mais leur analyse savante s'éloigne plus ou moins de la marche que Fresnel avait adoptée. On peut

---

[a] Extrait du XXXV[e] Cahier du Journal de l'École polytechnique, publié en 1853. — Sur les raisons qui ont fait comprendre ce travail dans l'édition des Œuvres de Fresnel, voyez notre première note au numéro précédent. [E. VERDET.]

[b] Reproduction autorisée par M. Georges de Senarmont.

N° XLVIII. aussi, en la suivant presque pas à pas, retrouver tous les résultats connus; et comme il faudra longtemps encore, et avant tout, étudier la théorie de la lumière dans les écrits de son véritable créateur, il n'est peut-être pas inutile d'en faciliter la lecture. Ce Commentaire n'a pas d'autre prétention [1].

On se contentera donc d'établir ici les principes et les conséquences de la théorie de Fresnel, dans l'ordre qu'il a suivi lui-même; mais comme le lecteur doit avoir son Mémoire sous les yeux, on ne s'arrêtera pas toujours à l'interprétation physique de chaque résultat géométrique, et tout en empruntant le langage de l'optique, on supprimera les développements qui ne seraient pas ici à leur place, et feraient double emploi.

§ I. — DANS TOUT SYSTÈME DE MOLÉCULES EN ÉQUILIBRE, IL EXISTE TROIS, ET SEULEMENT TROIS, DIRECTIONS RECTANGULAIRES, TELLES QUE SI UNE MOLÉCULE EST DÉPLACÉE D'UNE QUANTITÉ TRÈS-PETITE, SUIVANT L'UN QUELCONQUE DE CES TROIS SENS PRINCIPAUX, LA RÉSULTANTE DES RÉACTIONS ÉLASTIQUES DÉVELOPPÉES EST ELLE-MÊME PARALLÈLE AU DÉPLACEMENT.

Soient une première molécule M (x, y, z) et une seconde molécule N (ξ, η, ζ) à une distance Δ de la première,

$$\Delta^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2.$$

Si l'on suppose d'abord la molécule M écartée actuellement de sa position d'équilibre, il résulte de l'action mutuelle de M et de N une force $f(\Delta)$ qui tend à l'y ramener, et qui est dirigée suivant leur plus courte distance. Ses trois composantes sont

$$\frac{x-\xi}{\Delta} f(\Delta), \quad \frac{y-\eta}{\Delta} f(\Delta), \quad \frac{z-\zeta}{\Delta} f(\Delta).$$

Supposons que le déplacement de M augmente, x, y, z recevant des accroissements très-petits $\delta x, \delta y, \delta z$, la force élastique elle-même reçoit un accrois-

[1] Ce Commentaire a déjà été publié en substance dans le Journal de mathématiques pures et appliquées (1843), sur des notes qui n'avaient pas alors été destinées à l'impression. On l'a depuis complété et surtout simplifié pour l'enseignement.

sement très-petit $\frac{df(\Delta)}{d\Delta}\delta\Delta$, et ses composantes un accroissement du même genre; elles deviennent N° XLVIII.

$$\frac{x-\xi}{\Delta}f(\Delta)+(x-\xi)\left(\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right)\frac{\delta\Delta}{\Delta}+\frac{f(\Delta)}{\Delta}\delta x,$$

$$\frac{y-\eta}{\Delta}f(\Delta)+(y-\eta)\left(\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right)\frac{\delta\Delta}{\Delta}+\frac{f(\Delta)}{\Delta}\delta y,$$

$$\frac{z-\zeta}{\Delta}f(\Delta)+(z-\zeta)\left(\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right)\frac{\delta\Delta}{\Delta}+\frac{f(\Delta)}{\Delta}\delta z;$$

il faut, dans ces expressions, remplacer $\frac{\delta\Delta}{\Delta}$ par sa valeur

$$\frac{x-\xi}{\Delta^2}\delta x+\frac{y-\eta}{\Delta^2}\delta y+\frac{z-\zeta}{\Delta^2}\delta z;$$

puis, si un certain nombre de molécules comme N agissent sur M, il suffira, pour avoir les trois composantes de la résultante générale de toutes les actions moléculaires, d'écrire devant chaque terme le signe Σ, ce signe indiquant une sommation qui s'étend à toutes les molécules du système.

Mais si x, y, z, au lieu de représenter, comme on l'a d'abord supposé, des coordonnées quelconques du point M, sont en réalité celles qui convenaient à la situation d'équilibre, les composantes de la force développée, avant que ces coordonnées eussent reçu les accroissements $\delta x, \delta y, \delta z$, auraient été nulles, et l'on avait

$$\Sigma\frac{x-\xi}{\Delta}f(\Delta)=0,\quad \Sigma\frac{y-\eta}{\Delta}f(\Delta)=0,\quad \Sigma\frac{z-\zeta}{\Delta}f(\Delta)=0;$$

il reste donc, pour expression des composantes de la résultante générale des réactions élastiques développées par un déplacement de M très-petit, à partir de sa position d'équilibre,

$$X\delta\Delta=\delta x\,\Sigma\left\{\frac{(x-\xi)^2}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right]+\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right\}$$
$$+\delta y\,\Sigma\frac{(x-\xi)(y-\eta)}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right]+\delta z\,\Sigma\frac{(x-\xi)(z-\zeta)}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right],$$

$$Y\delta\Delta=\delta y\,\Sigma\left\{\frac{(y-\eta)^2}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right]+\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right\}$$
$$+\delta z\,\Sigma\frac{(y-\eta)(z-\zeta)}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right]+\delta x\,\Sigma\frac{(y-\eta)(x-\xi)}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right],$$

$$Z\delta\Delta=\delta z\,\Sigma\left\{\frac{(z-\zeta)^2}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right]+\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right\}$$
$$+\delta x\,\Sigma\frac{(z-\zeta)(x-\xi)}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right]+\delta y\,\Sigma\frac{(z-\zeta)(y-\eta)}{\Delta^2}\left[\frac{df(\Delta)}{d\Delta}-\frac{f(\Delta)}{\Delta}\right],$$

N° XLVIII. ou, pour abréger,

$$X\delta\Delta = A\delta x + D\delta y + F\delta z = R\delta\Delta\cos\varphi,$$

$$Y\delta\Delta = B\delta y + E\delta z + D\delta x = R\delta\Delta\cos\chi,$$

$$Z\delta\Delta = C\delta z + F\delta x + E\delta y = R\delta\Delta\cos\psi;$$

de sorte qu'on a

$$\cos\varphi = \frac{1}{R}\left(A\frac{\delta x}{\delta\Delta} + D\frac{\delta y}{\delta\Delta} + F\frac{\delta z}{\delta\Delta}\right),$$

$$\cos\chi = \frac{1}{R}\left(B\frac{\delta y}{\delta\Delta} + E\frac{\delta z}{\delta\Delta} + D\frac{\delta x}{\delta\Delta}\right),$$

$$\cos\psi = \frac{1}{R}\left(C\frac{\delta z}{\delta\Delta} + F\frac{\delta x}{\delta\Delta} + E\frac{\delta y}{\delta\Delta}\right),$$

ou, si le déplacement $\delta\Delta$ fait avec les axes des angles α, β, γ,

$$\cos\varphi = \frac{1}{R}(A\cos\alpha + D\cos\beta + F\cos\gamma),$$

$$\cos\chi = \frac{1}{R}(B\cos\beta + E\cos\gamma + D\cos\alpha),$$

$$\cos\psi = \frac{1}{R}(C\cos\gamma + F\cos\alpha + E\cos\beta).$$

Si l'on projette la force R sur la direction même du déplacement qui l'a produite, sa projection P a pour valeur

$$P = R(\cos\alpha\cos\varphi + \cos\beta\cos\chi + \cos\gamma\cos\psi) = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma + 2D\cos\alpha\cos\beta + 2E\cos\beta\cos\gamma + 2F\cos\gamma\cos\alpha.$$

Une surface dont les rayons vecteurs, faisant avec les axes les angles α, β, γ, seraient en raison inverse de $\sqrt{P}$, aurait pour équation, en désignant son rayon vecteur par p,

$$\frac{k}{p^2} = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma + 2D\cos\alpha\cos\beta + 2E\cos\beta\cos\gamma + 2F\cos\gamma\cos\alpha,$$

et serait par conséquent du second degré. Mais une surface du second degré peut toujours être rapportée à un système d'axes qui font disparaître les

termes rectangles: si donc on eût choisi primitivement ces trois axes, les coefficients D, E, F se fussent trouvés identiquement nuls. N° XLVIII.

Donc, sans faire aucune hypothèse restrictive sur les conditions constitutives du milieu élastique, qui demeurent indéterminées, on peut affirmer qu'il existe trois, et seulement trois, directions rectangulaires, telles que la force élastique résultante, développée sur une molécule par son déplacement quelconque très-petit, a ses composantes suivant ces axes exprimés par

$$R\cos\varphi = A\cos\alpha, \quad R\cos\chi = B\cos\beta, \quad R\cos\psi = C\cos\gamma;$$

mais on a évidemment les valeurs corrélatives

$$\alpha = 0, \qquad \beta = 90^\circ, \qquad \gamma = 90^\circ;$$
$$\varphi = 0, \qquad \chi = 90^\circ, \qquad \psi = 90^\circ;$$
$$R = A;$$
$$\alpha = 90^\circ, \qquad \beta = 0, \qquad \gamma = 90^\circ;$$
$$\varphi = 90^\circ, \qquad \chi = 0, \qquad \psi = 90^\circ;$$
$$R = B;$$
$$\alpha = 90^\circ, \qquad \beta = 90^\circ, \qquad \gamma = 0;$$
$$\varphi = 90^\circ, \qquad \chi = 90^\circ, \qquad \psi = 0;$$
$$R = C.$$

Donc ces trois axes ont la propriété spéciale qu'un déplacement qui s'exécute suivant leur direction, développe une réaction élastique dirigée elle-même comme le déplacement qui l'a produite.

On prendra désormais ces trois directions pour axes coordonnés: cette supposition simplifiera les formules, sans nuire en rien à leur généralité.

Tout mouvement vibratoire qui met en jeu les forces A, B, C se propagera dans le milieu élastique, avec une vitesse constante proportionnelle à $\sqrt{A}$, $\sqrt{B}$, $\sqrt{C}$: on posera donc

$$A = a^2, \qquad B = b^2, \qquad C = c^2,$$

N° XLVIII. a, b, c représentant les vitesses de propagation, et l'on aura

$$R\cos\varphi = a^2\cos\alpha, \quad R\cos\chi = b^2\cos\beta, \quad R\cos\psi = c^2\cos\gamma$$

$$R^2 = a^4\cos^2\alpha + b^4\cos^2\beta + c^4\cos^2\gamma,$$

$$P = r^2 = \frac{k^4}{p^2} = a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma :$$

cette dernière équation représente un ellipsoïde.

§ II. — PARMI TOUS LES DÉPLACEMENTS MOLÉCULAIRES DIRIGÉS D'UNE MANIÈRE QUELCONQUE DANS UN PLAN, IL Y EN A DEUX RECTANGULAIRES, ET SEULEMENT DEUX, TELS QUE LEUR DIRECTION ET CELLE DE LA RÉACTION ÉLASTIQUE DÉVELOPPÉE SE TROUVENT COMPRISES DANS UN PLAN NORMAL AU PREMIER.

Si l'on exprime que le déplacement moléculaire (α, β, γ), la réaction élastique développée (φ, χ, ψ), la normale (l, m, n) au plan qui comprend le déplacement moléculaire, sont toutes trois normales à une même droite auxiliaire (u, v, w) :

$$\cos\alpha\cos u + \cos\beta\cos v + \cos\gamma\cos w = 0,$$

$$\cos\varphi\cos u + \cos\chi\cos v + \cos\psi\cos w = 0,$$

ou

$$a^2\cos\alpha\cos u + b^2\cos\beta\cos v + c^2\cos\gamma\cos w = 0,$$

$$\cos l\cos u + \cos m\cos v + \cos n\cos w = 0;$$

et, puisque la normale (l, m, n) est perpendiculaire au déplacement (α, β, γ),

$$\cos\alpha\cos l + \cos\beta\cos m + \cos\gamma\cos n = 0.$$

On verra plus tard, § III, comment l'on déterminerait α, β, γ ; on se contentera, pour le moment, de prouver que la direction cherchée (α, β, γ) est précisément celle des deux axes de la section qu'un plan normal à (l, m, n) fait dans l'ellipsoïde

$$(1) \qquad \frac{k^4}{p^2} = a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma.$$

Les directions de ces axes satisfont d'abord à l'équation (1), puis aux deux N° XLVIII.
équations

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1,$$

$$\cos\alpha\cos l + \cos\beta\cos m + \cos\gamma\cos n = 0;$$

enfin, aux conditions de maximum ou minimum,

$$\cos\alpha\, d\cos\alpha + \cos\beta\, d\cos\beta + \cos\gamma\, d\cos\gamma = 0,$$

$$a^2\cos\alpha\, d\cos\alpha + b^2\cos\beta\, d\cos\beta + c^2\cos\gamma\, d\cos\gamma = 0,$$

$$\cos l\, d\cos\alpha + \cos m\, d\cos\beta + \cos n\, d\cos\gamma = 0;$$

système d'équations qui ne diffère du précédent que par la notation des quantités à éliminer, représentées d'abord par $\cos u \cos v \cos w$, ensuite par $d\cos\alpha$, $d\cos\beta$, $d\cos\gamma$.

Donc, parmi tous les déplacements moléculaires qui peuvent s'exécuter dans un même plan, il n'y en a que deux, perpendiculaires l'un à l'autre, capables de développer une réaction élastique, résoluble seulement en deux composantes, dirigées, l'une comme le déplacement lui-même, l'autre suivant la normale au plan qui, suivant l'hypothèse, les renferme tous.

Cette seconde composante paraît étrangère aux phénomènes lumineux. La première, seule efficace, ne tend pas à changer la direction du déplacement qui l'a fait naître.

Tout déplacement moléculaire compris dans le même plan, mais dont la direction serait intermédiaire, tendrait, au contraire, à changer continuellement cette direction, sous l'influence des réactions élastiques qu'il développerait à chaque instant; mais on peut toujours le concevoir décomposé en deux autres capables de rester parallèles à eux-mêmes, ceux-ci se propageant suivant les lois ordinaires. Une onde plane ne pourra donc généralement cheminer dans le milieu élastique qu'en s'y partageant en deux autres correspondantes à deux mouvements vibratoires rectangulaires. Chacune des deux ondes composantes ainsi produites s'avancera séparément avec sa vitesse normale propre, et l'on construira géométriquement cette vitesse en portant, normalement au plan de l'onde, des longueurs inversement proportionnelles aux axes inégaux de la section elliptique faite parallèlement au plan de cette onde dans l'ellipsoïde (1), ou, à cause de $\frac{h}{p^2} = r^2$, directement proportionnelles aux valeurs correspondantes de r.

N° XLVIII. Le lieu géométrique déterminé par les extrémités de toutes ces droites est la surface des vitesses normales, ou la surface d'élasticité.

Comme les axes d'une section elliptique sont généralement inégaux, il résulte de cette construction que la surface d'élasticité a deux nappes. Mais tout ellipsoïde a deux sections circulaires, et si $a > b > c$, ces dernières correspondent à

$$\frac{k^2}{p^2} = r^2 = b^2, \qquad \beta = 90^\circ, \qquad \operatorname{tang}^2 \alpha = \operatorname{cotang}^2 \gamma = \frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2};$$

donc, pour la direction de propagation normale à ces sections circulaires correspondante à

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \cos_0 l = +\sqrt{\dfrac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}}, \quad \cos_0 m = 0, \quad \cos_0 n = +\sqrt{\dfrac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}}, \\ \cos_1 l = +\sqrt{\dfrac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}}, \quad \cos_1 m = 0, \quad \cos_1 n = -\sqrt{\dfrac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}}, \end{array} \right. \quad \frac{k^2}{p^2} = r^2 = b^2,$$

les deux nappes ont un point commun, les vitesses de propagation normales sont égales; et, comme dans un cercle tous les diamètres sont des axes, leur direction est indéterminée, et un déplacement moléculaire quelconque, compris dans un plan parallèle à l'une ou l'autre des sections circulaires, se propagera en restant parallèle à lui-même, avec une même vitesse, quelle que soit d'ailleurs son orientation dans le plan qui le renferme. Cette propriété caractérise les axes optiques.

Il résulte encore de la génération de la surface d'élasticité au moyen des sections elliptiques, une règle géométrique pour trouver la direction des deux mouvements vibratoires correspondants à une direction quelconque de propagation normale.

On vient de démontrer qu'ils sont parallèles aux axes de la section elliptique perpendiculaire à la direction de propagation normale; mais le plan de cette section elliptique est coupé par ceux des deux sections circulaires suivant deux diamètres de l'ellipse égaux entre eux, puisqu'ils sont égaux à ceux des cercles; ces deux diamètres égaux de l'ellipse sont, par conséquent, également inclinés à ses axes. Les axes optiques normaux aux sections circulaires, en se projetant sur la section elliptique suivant des diamètres perpendiculaires aux premiers, déterminent donc à leur tour dans l'ellipse d'autres diamètres également inclinés aux axes; or ces projections ne sont autre chose que les traces

des plans qui passent à la fois par la direction de propagation normale que l'on a considérée, et par chaque axe optique. N° XLVIII

Donc, *les plans qui contiennent à la fois une direction de propagation normale quelconque et les directions des deux vibrations correspondantes, partageront par moitié les angles dièdres compris entre des plans qui passent par la même direction de propagation normale et par les axes optiques.*

§ III. — DÉTERMINATION DE LA SURFACE D'ÉLASTICITÉ.

Si dans les équations du paragraphe précédent on veut éliminer les coefficients différentiels, ou les cosinus de la droite auxiliaire (u, v, w), on peut faire usage de la méthode des coefficients indéterminés, et ajouter les trois dernières respectivement multipliées par A, B, 1 : il vient

$$\cos l + (A + Ba^2)\cos\alpha = 0, \quad \cos m + (A + Bb^2)\cos\beta = 0, \quad \cos n + (A + Bc^2)\cos\gamma = 0.$$

Ajoutant ces équations multipliées respectivement par $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$,

$$A + Br^2 = 0 ;$$

donc

$$\frac{\cos l}{r^2 - a^2} - B\cos\alpha = 0, \quad \frac{\cos m}{r^2 - b^2} - B\cos\beta = 0, \quad \frac{\cos n}{r^2 - c^2} - B\cos\gamma = 0 ;$$

d'où l'on tire facilement

$$(3) \qquad \frac{\cos^2 l}{r^2 - a^2} + \frac{\cos^2 m}{r^2 - b^2} + \frac{\cos^2 n}{r^2 - c^2} = 0.$$

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\frac{\left(\dfrac{\cos l}{r^2 - a^2}\right)}{\cos\alpha} = \frac{\left(\dfrac{\cos m}{r^2 - b^2}\right)}{\cos\beta} = \frac{\left(\dfrac{\cos n}{r^2 - c^2}\right)}{\cos\gamma} \\ &= \sqrt{\frac{\cos^2 l}{(r^2 - a^2)^2} + \frac{\cos^2 m}{(r^2 - b^2)^2} + \frac{\cos^2 n}{(r^2 - c^2)^2}}. \end{aligned} \right.$$

A cause de $r = \frac{k^2}{p^2}$, ces équations donneraient d'abord les longueurs des axes de la section elliptique, puis leur direction.

L'équation (3) détermine les vitesses de propagation normale en fonction de leur direction : elle appartient donc à la surface d'élasticité. On retrouverait

N° XLVIII. la direction des axes optiques en posant dans cette équation la condition des racines égales.

Au lieu de définir la direction de propagation normale par ses trois angles (l, m, n) avec les axes coordonnés, on peut la définir par ses angles (l_0, l_1) avec les axes optiques.

Ceux-ci font, avec les axes coordonnés, des angles déterminés par les équations (2). Donc

$$\cos l_0 = \cos l \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}} + \cos n \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}},$$

$$\cos l_1 = \cos b \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}} - \cos n \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}.$$

On tirera de là les valeurs de $\cos l$, $\cos n$, qu'on reportera dans l'équation (3). Elle devient

$$r^4 - r^2[a^2+c^2-(a^2-c^2)\cos l_0 \cos l_1] + \frac{a^2-c^2}{4}[a^2(\cos l_0 - \cos l_1)^2 - c^2(\cos l_0 + \cos l_1)^2] + a^2c^2 = 0$$

ou bien

$$r^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{a^2-c^2}{2}\cos(l_0 \mp l_1) = a^2 \sin^2\frac{l_0 \mp l_1}{2} + c^2 \cos^2\frac{l_0 \mp l_1}{2};$$

et, si r'^2, r''^2 représentent les deux racines de cette équation,

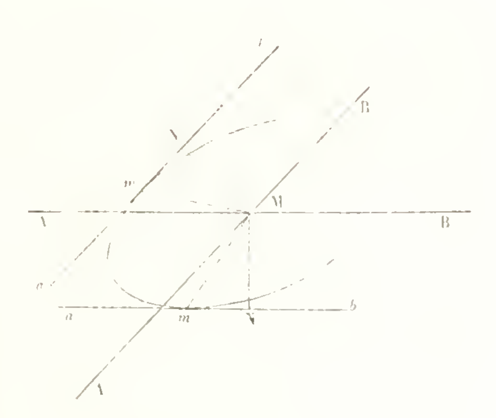
$$r'^2 - r''^2 = (a^2 - c^2)\sin l_0 \sin l_1.$$

§ IV. — DÉTERMINATION DE LA SURFACE D'UNE ONDE ÉLÉMENTAIRE.

Supposons un mouvement vibratoire apporté dans un milieu élastique indéfini par une onde plane AB qui s'y propage; au bout d'un certain temps cette onde est arrivée de AB en *ab* : en vertu du principe de Huyghens, elle peut être considérée comme l'enveloppe d'une infinité d'ondes élémentaires, formées autour d'autant de centres d'ébranlement, excités sur AB au moment du passage de l'onde plane. L'onde élémentaire qui a son centre en M lui sera donc tangente en *m*. Si l'onde plane, qui a passé par M, au lieu d'être dirigée comme AB, l'eût été comme A'B', elle se fût propagée de la même manière,

serait arrivée au bout du même temps en $a'b'$, et la même onde élémentaire N° XLVIII.
lui eût été tangente en m'.

Toutes les ondes planes qui passeraient en même temps par le point M sont donc tangentes à la même onde élémentaire; mais on peut les considérer comme s'étant transportées parallèlement à elles-mêmes, avec des vitesses normales MN, MN', variables suivant leur direction, et déterminées en fonc-



tion de cette direction par l'équation (3) de la surface d'élasticité. Ces ondes planes indéfinies sont donc à la fois tangentes à la surface de l'onde élémentaire et normales aux rayons vecteurs de la surface d'élasticité qui ont même centre : si l'on connaît la première, on peut considérer la seconde comme le lieu géométrique des extrémités des normales abaissées sur ses plans tangents; si, au contraire, on connaît la seconde, on peut considérer la première comme l'enveloppe des plans normaux à l'extrémité de tous ses rayons vecteurs.

Or on a établi, § III, l'équation (3) de la surface d'élasticité; la détermination de la surface enveloppe est un problème de pure géométrie.

Soient ρ (λ, μ, ν) les coordonnées polaires variables de l'onde plane normale à l'extrémité du rayon r (l, m, n) de la surface d'élasticité; l'équation de cette onde plane sera

$$(5)\qquad \cos\lambda\cos l+\cos\mu\cos m+\cos\nu\cos n=\frac{r}{\rho}=\cos\varepsilon;$$

et l'on a en outre, entre les paramètres, les équations de condition,

$$\cos^2 l + \cos^2 m + \cos^2 n = 1,$$

$$(3) \qquad \frac{\cos^2 l}{r^2 - a^2} + \frac{\cos^2 m}{r^2 - b^2} + \frac{\cos^2 n}{r^2 - c^2} = 0.$$

L'équation de l'enveloppe se déterminera donc en éliminant les paramètres et leurs coefficients différentiels entre ces équations et les suivantes :

$$\cos\lambda + \cos\nu \frac{d\cos n}{d\cos l} = \frac{1}{\rho}\frac{dr}{d\cos l}, \qquad \cos l + \cos n \frac{d\cos n}{d\cos l} = 0,$$

$$\frac{\cos l}{r^2 - a^2} + \frac{\cos n}{r^2 - c^2}\frac{d\cos n}{d\cos l} = \frac{dr}{d\cos l}\cdot r \cdot \left[\frac{\cos^2 l}{(r^2 - a^2)^2} + \frac{\cos^2 m}{(r^2 - b^2)^2} + \frac{\cos^2 n}{(r^2 - c^2)^2}\right],$$

$$\cos\mu + \cos\nu \frac{d\cos n}{d\cos m} = \frac{1}{\rho}\frac{dr}{d\cos m}, \qquad \cos m + \cos n \frac{d\cos n}{d\cos m} = 0,$$

$$\frac{\cos m}{r^2 - b^2} + \frac{\cos n}{r^2 - c^2}\frac{d\cos n}{d\cos m} = \frac{dr}{d\cos m}\cdot r \cdot \left[\frac{\cos^2 l}{(r^2 - a^2)^2} + \frac{\cos^2 m}{(r^2 - b^2)^2} + \frac{\cos^2 n}{(r^2 - c^2)^2}\right].$$

Pour éliminer les coefficients différentiels par la méthode des coefficients indéterminés, on ajoutera les trois équations de chaque système, après les avoir multipliées respectivement par 1, A, — B; et comme il est facile de voir que les coefficients indéterminés qui conviennent au premier système sont aussi ceux qui conviennent au second, on arrive à

$$\cos\lambda + A\cos l = B\frac{\cos l}{r^2 - a^2},$$

$$\cos\mu + A\cos m = B\frac{\cos m}{r^2 - b^2},$$

$$\cos\nu + A\cos n = B\frac{\cos n}{r^2 - c^2},$$

$$\frac{1}{\rho} = Br\left[\frac{\cos^2 l}{(r^2 - a^2)^2} + \frac{\cos^2 m}{(r^2 - b^2)^2} + \frac{\cos^2 n}{(r^2 - c^2)^2}\right].$$

Si l'on ajoute membre à membre les trois premières équations, d'abord après les avoir multipliées respectivement par $\cos l$, $\cos m$, $\cos n$, puis après les avoir élevées au carré,

$$\frac{r}{\rho} + A = 0, \qquad 1 + 2A\frac{r}{\rho} + A^2 = \frac{B}{r\rho},$$

donc

$$A = -\frac{r}{\rho}, \qquad B = \frac{r}{\rho}(\rho^2 - r^2);$$

de sorte qu'il reste, pour éliminer r, (l, m, n), le système d'équations XLVIII

$$
(6)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{\rho\cos\lambda}{\rho^2 - a^2} = \frac{r\cos l}{r^2 - a^2}, \quad \frac{\rho\cos\mu}{\rho^2 - b^2} = \frac{r\cos m}{r^2 - b^2}, \quad \frac{\rho\cos\nu}{\rho^2 - c^2} = \frac{r\cos n}{r^2 - c^2},\\
&r^2\left[\frac{\cos^2 l}{(r^2 - a^2)^2} + \frac{\cos^2 m}{(r^2 - b^2)^2} + \frac{\cos^2 n}{(r^2 - c^2)^2}\right] = \frac{1}{\rho^2 - r^2}\\
&= \rho^2\left[\frac{\cos^2\lambda}{(\rho^2 - a^2)^2} + \frac{\cos^2\mu}{(\rho^2 - b^2)^2} + \frac{\cos^2\nu}{(\rho^2 - c^2)^2}\right].
\end{aligned}
\right.
$$

Mais les trois premières prennent la forme

$$
\begin{aligned}
\cos\lambda - \frac{r}{\rho}\cos l &= (\rho^2 - r^2)\frac{\cos\lambda}{\rho^2 - a^2},\\
\cos\mu - \frac{r}{\rho}\cos m &= (\rho^2 - r^2)\frac{\cos\mu}{\rho^2 - b^2},\\
\cos\nu - \frac{r}{\rho}\cos n &= (\rho^2 - r^2)\frac{\cos\nu}{\rho^2 - c^2};
\end{aligned}
$$

et si on les ajoute, après les avoir multipliées par $\cos\lambda$, $\cos\mu$, $\cos\nu$,

$$
(7)\qquad \frac{1}{\rho^2} = \frac{\cos^2\lambda}{\rho^2 - a^2} + \frac{\cos^2\mu}{\rho^2 - b^2} + \frac{\cos^2\nu}{\rho^2 - c^2};
$$

si l'on retranche cette équation de l'identité

$$
\frac{1}{\rho^2} = \frac{\cos^2\lambda}{\rho^2} + \frac{\cos^2\mu}{\rho^2} + \frac{\cos^2\nu}{\rho^2},
$$

$$
(8)\qquad 0 = \frac{a^2\cos^2\lambda}{\rho^2 - a^2} + \frac{b^2\cos^2\mu}{\rho^2 - b^2} + \frac{c^2\cos^2\nu}{\rho^2 - c^2},
$$

deux formes (7 et 8) différentes de l'équation de la surface de l'onde.

Si dans l'équation (3) de la surface d'élasticité, on remplace r^2, a^2, b^2, c^2, (l, m, n) par $\frac{1}{\rho^2}$, $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{b^2}$, $\frac{1}{c^2}$, (λ, μ, ν), on retombe sur l'équation (8) de la surface de l'onde; lors donc qu'on fera les mêmes transformations littérales dans toutes celles qui dérivent de l'équation de la surface d'élasticité, on obtiendra autant de relations nouvelles dérivées de l'équation de la surface de l'onde.

Ainsi l'ellipsoïde

$$
\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{a^2}\cos^2 x + \frac{1}{b^2}\cos^2 y + \frac{1}{c^2}\cos^2 z
$$

étant coupé par un plan normal à la droite (λ, μ, ν), on aura un point de la surface de l'onde élémentaire, en portant sur cette droite des longueurs directement proportionnelles aux axes de la section elliptique. La surface de l'onde

N° XLVIII. élémentaire a donc deux nappes généralement distinctes, et si le rayon vecteur normal aux sections circulaires de l'ellipsoïde a les directions définies par

$$\left.\begin{array}{lll} \cos {}_0\lambda = +\frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}, & \cos {}_0\mu = 0, & \cos {}_0\nu = +\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}, \\ \cos {}_1\lambda = +\frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}, & \cos {}_1\mu = 0, & \cos {}_1\nu = -\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}, \end{array}\right\} \rho^2 = b^2,$$

les deux nappes ont un point commun; on retrouverait d'ailleurs les mêmes valeurs en posant dans l'équation (8) la condition des racines égales.

On trouvera encore, si l'on définit la direction d'un rayon vecteur par les deux angles θ_0, θ_1, qu'il fait avec les deux directions $({}_0\lambda, {}_0\mu, {}_0\nu)$ $({}_1\lambda, {}_1\mu, {}_1\nu)$ correspondantes aux racines égales

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{a^2+c^2}{2a^2c^2} + \frac{a^2-c^2}{2a^2c^2}\cos(\theta_0 \mp \theta_1) = \frac{1}{a^2}\sin\frac{\theta_0 \mp \theta_1}{2} + \frac{1}{c^2}\cos\frac{\theta_0 \mp \theta_1}{2}.$$

$$\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{\rho'^2} = \frac{a^2-c^2}{a^2c^2}\sin\theta_0 \sin\theta_1.$$

§ V. — À CHAQUE DIRECTION D'UN RAYON VECTEUR DE LA SURFACE DE L'ONDE CORRESPONDENT DEUX VIBRATIONS.

Si l'on élimine l, m, n entre les équations (4) et (6)

$$(9)\qquad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{\left(\dfrac{\cos\lambda}{\rho^2-a^2}\right)}{\cos\alpha} = \dfrac{\left(\dfrac{\cos\mu}{\rho^2-b^2}\right)}{\cos\beta} = \dfrac{\left(\dfrac{\cos\nu}{\rho^2-c^2}\right)}{\cos\gamma} \\ = \sqrt{\dfrac{\cos^2\lambda}{(\rho^2-a^2)^2} + \dfrac{\cos^2\mu}{(\rho^2-b^2)^2} + \dfrac{\cos^2\nu}{(\rho^2-c^2)^2}} = \dfrac{1}{\rho\sqrt{\rho^2-r^2}} \end{array}\right.$$

à un système de valeurs pour (λ, μ, ν) correspondent deux valeurs de ρ^2 tirées de l'équation (8) de la surface de l'onde, et, par suite, deux systèmes de valeurs pour (α, β, γ).

Les deux vibrations sont comprises dans des plans qui passent à la fois par le rayon vecteur et par les axes de la section elliptique qu'un plan qui lui est normal détermine dans l'ellipsoïde

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{a^2}\cos^2 x + \frac{1}{b^2}\cos^2 y + \frac{1}{c^2}\cos^2 z.$$

Les plans qui renferment les vibrations et le rayon vecteur sont donc rectangulaires.

Soit, en effet, (x, y, z) la direction des axes d'une pareille section ellip- N° XLVIII.
tique; elle sera définie par des équations toutes semblables à celles du § III. Il suffit, eu égard aux différences des paramètres dans les équations des deux ellipsoïdes, d'y remplacer $r^2=\frac{k^2}{\rho^2}$, a^2, b^2, c^2, (α, β, γ) par $\frac{1}{\rho^2}$, $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{b^2}$, $\frac{1}{c^2}$, (x, y, z); donc

$$\frac{\left(\frac{a^2\cos\lambda}{\rho^2-a^2}\right)}{\cos x}=\frac{\left(\frac{b^2\cos\mu}{\rho^2-b^2}\right)}{\cos y}=\frac{\left(\frac{c^2\cos\nu}{\rho^2-c^2}\right)}{\cos z}=\sqrt{\frac{a^4\cos^2\lambda}{(\rho^2-a^2)^2}+\frac{b^4\cos^2\mu}{(\rho^2-b^2)^2}+\frac{c^4\cos^2\nu}{(\rho^2-c^2)^2}}.$$

La direction u, v, w d'une droite auxiliaire perpendiculaire à la fois à la normale λ, μ, ν, au plan de la section elliptique et aux axes (x, y, z) de cette section, est donc, à cause des équations précédentes, déterminée par

$$\cos\lambda\cos u+\cos\mu\cos v+\cos\nu\cos w=0,$$

$$\cos x\cos u+\cos y\cos v+\cos z\cos w=0,$$

ou

$$\frac{a^2\cos\lambda}{\rho^2-a^2}\cos u+\frac{b^2\cos\mu}{\rho^2-b^2}\cos v+\frac{c^2\cos\nu}{\rho^2-c^2}\cos w=0;$$

ou bien, en ajoutant les deux équations, par

$$\frac{\cos\lambda\cos u}{\rho^2-a^2}+\frac{\cos\mu\cos v}{\rho^2-b^2}+\frac{\cos\nu\cos w}{\rho^2-c^2}=0;$$

donc, en vertu des relations (9) d'abord établies entre $\lambda, \mu, \nu, \alpha, \beta, \gamma$,

$$\cos\alpha\cos u+\cos\beta\cos v+\cos\gamma\cos w=0.$$

La vibration, le rayon vecteur et un axe de la section elliptique sont perpendiculaires à la même droite.

Lorsque le rayon vecteur est perpendiculaire aux sections circulaires de l'ellipsoïde, les axes de ces sections et par conséquent les vibrations elles-mêmes ont une direction indéterminée.

On démontrerait, par les mêmes raisonnements qu'au § II, que *les plans qui contiennent à la fois un rayon vecteur de la surface de l'onde et les deux vibrations correspondantes partagent par moitié les angles dièdres compris entre les plans qui passent par le même rayon vecteur et par les normales aux sections circulaires de l'ellipsoïde.*

La droite qui joint, dans le plan d'une onde plane, le pied de la normale à cette

XLVIII. *onde et l'extrémité du rayon vecteur correspondant détermine la direction de la vibration.*

Des équations (9) on tire, à cause de l'équation (7),

$$\cos\lambda\cos\alpha + \cos\mu\cos\beta + \cos\nu\cos\gamma = \sqrt{1 - \frac{r^2}{\rho^2}} = \sin\varepsilon;$$

l'angle compris entre le rayon vecteur et la vibration est donc complément de l'angle compris entre le même rayon et la normale à l'onde plane. Mais cette dernière est perpendiculaire à la vibration : donc les trois droites sont dans un même plan.

§ VI. — DIRECTIONS CORRESPONDANTES RÉCIPROQUES DES VITESSES DE PROPAGATION NORMALE ET DES RAYONS VECTEURS DE LA SURFACE DE L'ONDE. — CAS PARTICULIERS.

Si l'on rassemble maintenant les résultats établis jusqu'ici, on reconnaîtra :

1° Que les plans qui contiennent à la fois une même direction de propagation normale, les deux vibrations et les deux rayons vecteurs correspondants de la surface de l'onde, sont rectangulaires;

2° Que les plans qui contiennent à la fois un même rayon vecteur de la surface de l'onde, les deux vibrations et les deux vitesses de propagation normale correspondantes, sont rectangulaires;

3° Que si la propagation normale est tellement dirigée, que les deux valeurs de la vitesse soient égales, les directions des vibrations et celles des rayons vecteurs correspondants deviennent indéterminées, ces directions pouvant être en nombre infini;

4° Que si le rayon vecteur de la surface de l'onde est tellement dirigé, que les deux valeurs de sa longueur soient égales, les directions des vibrations et celles des vitesses normales correspondantes deviennent indéterminées, ces directions pouvant être en nombre infini.

L'interprétation de ces derniers résultats ne peut d'ailleurs devenir complète que lorsqu'on aura mis sous une autre forme les équations qui établissent une relation réciproque, soit entre une direction de propagation normale et celle des rayons vecteurs correspondants, soit entre la direction d'un rayon vecteur et celle des vitesses de propagation normales correspondantes.

Or on tire facilement des équations (6) X XLVIII.

$$(10)\qquad \frac{\cos\lambda\cos l}{\frac{1}{r^2}-\frac{1}{a^2}}+\frac{\cos\mu\cos m}{\frac{1}{r^2}-\frac{1}{b^2}}+\frac{\cos\nu\cos n}{\frac{1}{r^2}-\frac{1}{c^2}}=0,$$

$$(11)\qquad \frac{\cos\lambda\cos l}{\rho^2-a^2}+\frac{\cos\mu\cos m}{\rho^2-b^2}+\frac{\cos\nu\cos n}{\rho^2-c^2}=0.$$

Les équations (6) peuvent d'ailleurs prendre la forme

$$\frac{1}{a^2}\left(\cos l-\frac{r}{\rho}\cos\lambda\right)=\frac{1}{\rho r}\left(\frac{r}{\rho}\cos l-\cos\lambda\right),$$

$$\frac{1}{b^2}\left(\cos m-\frac{r}{\rho}\cos\mu\right)=\frac{1}{\rho r}\left(\frac{r}{\rho}\cos m-\cos\mu\right),$$

$$\frac{1}{c^2}\left(\cos n-\frac{r}{\rho}\cos\nu\right)=\frac{1}{\rho r}\left(\frac{r}{\rho}\cos n-\cos\nu\right);$$

et si on les ajoute, d'abord après les avoir multipliées respectivement par $\cos l$, $\cos m$, $\cos n$, puis après les avoir multipliées respectivement par $a^2\cos\lambda$, $b^2\cos\mu$, $c^2\cos\nu$, on arrive, à cause de l'équation (5), aux deux relations suivantes entre (l, m, n), (λ, μ, ν) :

$$(12)\qquad \begin{cases} \frac{1}{a^2}\cos^2 l+\frac{1}{b^2}\cos^2 m+\frac{1}{c^2}\cos^2 n \\ =\cos\varepsilon\left(\frac{1}{a^2}\cos\lambda\cos l+\frac{1}{b^2}\cos\mu\cos m+\frac{1}{c^2}\cos\nu\cos n\right),\end{cases}$$

$$(13)\qquad \begin{cases} a^2\cos^2\lambda+b^2\cos^2\mu+c^2\cos^2\nu \\ =\cos\varepsilon\left(a^2\cos\lambda\cos l+b^2\cos\mu\cos m+c^2\cos\nu\cos n\right).\end{cases}$$

Ces équations (12) et (13), indépendantes de r et de ρ, représentent deux cônes du second degré dont le sommet est à l'origine, et qui se coupent généralement suivant quatre génératrices. Or elles sont satisfaites si l'on pose

$$\frac{\cos\lambda}{\cos l}=\frac{\cos\mu}{\cos m}=\frac{\cos\nu}{\cos n},\qquad \frac{\cos\lambda}{\frac{1}{a^2}\cos l}=\frac{\cos\mu}{\frac{1}{b^2}\cos m}=\frac{\cos\nu}{\frac{1}{c^2}\cos n};$$

la direction de deux de ces quatre génératrices d'intersection est donc tou-

XXXVIII. jours déterminée : en se donnant par exemple la direction (l, m, n) avec les deux valeurs de r correspondantes, l'équation (10) représente deux plans qui passent l'un et l'autre par la génératrice $\dfrac{\cos\lambda}{\frac{1}{a^2}\cos l} = \dfrac{\cos\mu}{\frac{1}{b^2}\cos m} = \dfrac{\cos\nu}{\frac{1}{c^2}\cos n}$ et chacun par un des rayons vecteurs cherchés; et en se donnant au contraire la direction (λ, μ, ν) avec les deux valeurs de ρ correspondantes, l'équation (11) représente deux plans qui passent l'un et l'autre par la génératrice $\dfrac{a^2\cos\lambda}{\cos l} = \dfrac{b^2\cos\mu}{\cos m} = \dfrac{c^2\cos\nu}{\cos n}$ et chacun par une des directions de propagation normale cherchées. Chaque direction, soit des rayons vecteurs, soit des propagations normales, sera donc définie par l'intersection de l'un quelconque des deux cônes du second degré et d'un plan.

Mais, pour certaines valeurs des paramètres, l'équation du plan se réduira identiquement à zéro; toutes les génératrices des cônes répondront à la question, et à chacun de ces cas particuliers correspondent des propriétés optiques remarquables.

1° *On se donne la direction de propagation normale.*

(l, m, n), r sont des paramètres, et l'équation (10) du plan

$$\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{c^2}\right)\cos\lambda\cos l+\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{c^2}\right)\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{a^2}\right)\cos\mu\cos m+\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{a^2}\right)\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{b^2}\right)\cos\nu\cos n=0$$

s'annule identiquement pour les systèmes de valeurs

$$\cos^2 l=1,\quad r^2=\begin{cases}b^2\\c^2\end{cases};\quad \cos^2 m=1,\quad r^2=\begin{cases}c^2\\a^2\end{cases};\quad \cos^2 n=1,\quad r^2=\begin{cases}a^2\\b^2\end{cases},$$

qui réduisent respectivement les équations des cônes à

$$\cos^2\lambda=1,\qquad \cos^2\mu=1,\qquad \cos^2\nu=1,$$

la surface de ces cônes venant se confondre avec un des axes coordonnés.

Si $a > b > c$, l'équation du plan s'annule encore identiquement par le système de valeurs

$$\cos l=\pm\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}},\quad \cos m=0,\quad \cos n=\pm\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}},\quad r=\pm b$$

(le signe [=] relatif à b est indépendant du signe $\pm$ relatif à $\cos \nu$), qui ré- XLVII.
duisent les équations (12) et (13) des cônes à

$$1 = \left(\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos\lambda \pm \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos\nu\right)\left(\frac{c^2}{b^2}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos\lambda \pm \frac{a^2}{b^2}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos\nu\right),$$

équivalentes à

$$\cos^2\mu = \left(\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos\lambda \mp \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos\nu\right)\left(\frac{a^2}{b^2}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos\lambda \mp \frac{c^2}{b^2}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos\nu\right).$$

Toutes les génératrices de ces cônes conjugués du second degré sont autant de rayons vecteurs de la surface de l'onde élémentaire correspondant à des ondes planes normales aux directions des axes optiques. L'extrémité de chacune de ces génératrices aboutit à un des points de contact en nombre infini de cette onde élémentaire et des quatre ondes planes conjuguées correspondantes.

Si dans l'équation des cônes on fait $\cos\mu = 0$, on aura l'équation des génératrices ρ_1, ρ_2 diamétralement opposées, et situées dans le plan des ZX :

$$\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos\lambda_1 \mp \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos\nu_1 = 0,$$

$$\frac{a^2}{b^2}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos\lambda_2 \mp \frac{c^2}{b^2}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos\nu_2 = 0.$$

La première est la direction même de la normale à l'onde plane.

Un lieu géométrique des points de contact de l'onde élémentaire et d'une onde plane est toujours donné par l'équation (5) de cette onde plane et par l'équation (12) du cône, ou par une combinaison quelconque de ces deux équations; or, dans le cas présent, l'équation (5) de l'onde plane se réduit à

$$\cos\varepsilon = [\pm]\frac{b}{\rho} = \pm\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos\lambda \pm \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos\nu,$$

et, en divisant membre à membre cette équation par l'équation du cône, on obtient

$$[\pm]\frac{\rho}{b} = \frac{c^2}{b^2}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos\lambda \pm \frac{a^2}{b^2}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos\nu.$$

Cette dernière équation représente quatre sphères dont les centres sont situés

N° XLVIII. sur les génératrices ρ_1, à moitié de la longueur comprise entre l'origine et leur point de rencontre avec les ondes planes. Des lieux géométriques situés à la fois dans le plan de l'onde et sur les sphères sont donc quatre cercles dont les plans sont normaux aux génératrices ρ_1, lesquelles se confondent avec la direction de propagation normale.

A chaque direction du rayon vecteur de l'onde élémentaire correspond une direction particulière de la vibration dans l'onde plane; on déterminera ces directions en joignant dans les plans des bases circulaires des cônes le pied de chaque génératrice avec le pied de celle qui est normale à cette base.

Si les rayons lumineux sortaient du milieu cristallisé, ils redeviendraient, après l'émergence, parallèles chacun à la normale à l'onde plane unique extérieure, correspondante à l'onde plane unique intérieure. Les rayons, après avoir formé intérieurement un cône du second degré, forment donc extérieurement un cylindre du second degré.

La direction de l'onde plane extérieure se déduira facilement de la direction de l'onde plane intérieure par la loi des sinus. L'indice constant de réfraction est évidemment ici égal à $\frac{b}{v}$, v représentant la vitesse de propagation normale constante dans le milieu extérieur.

2° *On se donne la direction d'un rayon recteur de l'onde élémentaire.*

(λ, μ, ν), ρ sont des paramètres, et l'on trouvera, comme précédemment, les valeurs particulières de ces paramètres qui rendent l'équation (11) du plan identiquement nulle.

Mais, comme les équations (10) et (12) sont de même forme en $\frac{1}{r}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$, (l, m, n), que les équations (11) et (13) en $\rho, a, b, c, (\lambda, \mu, \nu)$, la discussion des équations (11) et (13) conduira à des équations de même forme que celles du problème précédent, $\frac{1}{r}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$, (l, m, n) s'y trouvant seulement remplacés par $\rho, a, b, c, (\lambda, \mu, \nu)$, et réciproquement. C'est ainsi qu'on arrivera, par une simple transformation littérale, aux systèmes de valeurs

$$\cos^2\lambda = 1, \quad \rho^2 = \begin{cases} b^2 \\ c^2 \end{cases}; \quad \cos^2\mu = 1, \quad \rho^2 = \begin{cases} c^2 \\ a^2 \end{cases}; \quad \cos^2\nu = 1, \quad \rho^2 = \begin{cases} a^2 \\ b^2 \end{cases}.$$

qui réduisent les équations des cônes à

$$\cos^2 l = 1, \qquad \cos^2 m = 1, \qquad \cos^2 n = 1.$$

puis aux systèmes de valeurs

$$\cos\lambda = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}, \quad \cos\mu = 0, \quad \cos\nu = \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}, \quad \rho = b,$$

qui réduisent les équations des cônes à

$$1 = \left(\frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos l \pm \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos n\right)\left(\frac{b}{c}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos l \pm \frac{b}{a}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos n\right),$$

equivalentes à

$$\cos^2 m - \left(\frac{b}{a}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos l \pm \frac{b}{c}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos n\right)\left(\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos l \pm \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos n\right) = 0,$$

toutes les génératrices de ces deux cônes conjugués du deuxième degré étant autant de directions de propagation normales correspondantes aux rayons vecteurs dont les deux valeurs sont égales.

Les génératrices r_1, r_2 de ces cônes, diamétralement opposées et situées dans le plan des ZX, auront pour équations

$$\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos l_1 - \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos n_1 = 0,$$

$$\frac{b}{a}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos l_2 - \frac{b}{c}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos n_2 = 0;$$

et la courbe suivant laquelle les cônes des propagations normales couperont la surface d'élasticité sera définie par les équations

$$\pm r \pm b = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos l \pm \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos n,$$

$$\pm 1 \pm \frac{b}{r} = \frac{b}{c}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos l \pm \frac{b}{a}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos n.$$

Or la seconde représente quatre plans conjugués normaux aux génératrices r_2; la première, quatre sphères dont les centres sont sur les génératrices r_1, à moitié de la distance comprise entre l'origine et les points où elles percent les quatre plans. Les lieux géométriques cherchés sont donc encore

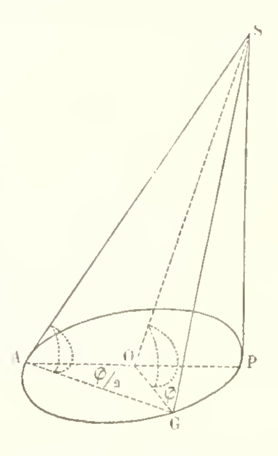
N° XLVIII. des cercles dont les plans sont normaux à la génératrice diamétralement opposée au rayon vecteur de l'onde élémentaire.

Si l'on fait passer un plan par la génératrice qui se confond avec ce rayon vecteur et par une génératrice quelconque, la vibration correspondante à cette dernière, ou plutôt à l'onde élémentaire qui lui est perpendiculaire, est comprise dans ce plan.

Soient θ l'inclinaison d'un pareil plan sur la section méridienne du cône, τ l'inclinaison sur la même section méridienne d'un second plan passant par la même génératrice et par le diamètre conjugué à la base; on a très-approximativement

$$\theta = \frac{\tau}{2}.$$

Soit, en effet, SAGP la surface conique formée par les directions de propaga-



tion normales correspondantes à la direction du rayon vecteur AS; soient SP la génératrice r_2 normale à la base circulaire, SG une génératrice r quelconque; on aura

$$\operatorname{tang} \mathrm{SAP} = \operatorname{cotang}(l_1 - l_2) = \frac{ac}{\sqrt{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}},$$

$$\operatorname{tang} \mathrm{SOP} = \frac{2ac}{\sqrt{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}}.$$

Mais si l'on mène le diamètre OS conjugué à la base, on remarquera que, dans les deux triangles sphériques rectangles dont les centres sont en O et

en A, les angles opposés aux côtés $POG = \varphi$ et $PAG = \frac{\varphi}{2}$ sont précisément τ et θ, de sorte que N° XLVIII.

$$\operatorname{tang}\tau = \frac{\operatorname{tang}\varphi}{\sin SOP} = \operatorname{tang}\varphi\sqrt{1 - \frac{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}{4a^2c^2}},$$

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}}{\sin SAP} = \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}\sqrt{1 + \frac{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}{a^2c^2}}.$$

Or, dans tous les cristaux connus, $\frac{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}{a^2c^2}$ est une quantité très-petite (1); on a donc très-approximativement

$$\operatorname{tang}\tau = \operatorname{tang}\varphi, \qquad \operatorname{tang}\theta = \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}, \qquad \frac{\tau}{2} = \frac{\varphi}{2} = \theta.$$

A chaque onde plane intérieure correspond, après l'émergence, une onde plane extérieure; les normales aux premières formant un cône du second degré, les normales

(1) Dans l'aragonite, par exemple,

$$\frac{v}{a} = 1,5326, \quad \frac{v}{b} = 1,6863, \quad \frac{v}{c} = 1,6908, \quad \frac{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}{a^2c^2} = 0,000929,$$

$$\sqrt{1 + \frac{(a^2-b^2)(a^2-c^2)}{a^2c^2}} = 1 + \frac{1}{1}\frac{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}{2a^2c^2} - \frac{1}{1\cdot 2}\left[\frac{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}{2a^2c^2}\right]^2 - \ldots = 1,000464;$$

donc

$$\operatorname{tang}\theta - \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} = 0,000464 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}, \qquad \operatorname{tang}\tau - \operatorname{tang}\varphi = 0,000116 \operatorname{tang}\varphi;$$

et comme les arcs, en recevant un accroissement très-petit, varient proportionnellement moins que leurs tangentes, il faut qu'on ait en valeur absolue

$$\theta - \frac{\varphi}{2} < 0,000464\frac{\varphi}{2}, \qquad \tau - \varphi < 0,000116\,\varphi.$$

Mais le maximum de φ est 180 degrés; donc, *a fortiori*, en valeur absolue,

$$\theta - \frac{\varphi}{2} < 0,000464\cdot 90^\circ = 2'30'', \qquad \frac{\tau}{2} - \frac{\varphi}{2} < 0,000116\cdot 90^\circ = 37'',$$

$$\theta - \frac{\tau}{2} < 2'30'' + 37'' = 3'7''.$$

Dans le nitre,

$$\frac{v}{a} = 1,333, \quad \frac{v}{b} = 1,5046, \quad \frac{v}{c} = 1,5052, \quad \frac{(a^2-b^2)(b^2-c^2)}{a^2c^2} = 0,00005829.$$

XLVIII. *aux secondes formeront un cône d'un degré supérieur, qui, dans certains cas, différera très-peu d'un cône du second degré.*

On se contentera de traiter ici le cas où la face d'émergence est normale au plan des axes optiques, parallèle par conséquent à l'axe des Y.

Les équations de la base circulaire de l'un des cônes intérieurs peuvent d'abord se mettre sous la forme

$$\frac{r}{b} = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos l + \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos n,$$

$$0 = -\frac{ac}{b\sqrt{a^2+c^2-b^2}}\cos^2 m + \left(\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos l - \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos n\right)$$

$$\left(\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2-b^2}}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos l - \frac{a}{\sqrt{a^2+c^2-b^2}}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos n\right);$$

et l'on remarquera :

1° Que $\frac{c}{b}$ est le cosinus de l'angle qu'une génératrice quelconque fait avec le rayon vecteur r_1;

2° Que $\frac{ac}{b\sqrt{a^2+c^2-b^2}}$ est le cosinus de l'angle S compris entre le rayon vecteur r_1 et la génératrice du cône r_2 diamétralement opposée;

3° Que $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos l - \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos n$ est le cosinus de l'angle que la génératrice quelconque r fait avec une droite contenue dans le plan des XZ, et perpendiculaire au rayon vecteur r_1;

4° Que $\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2-b^2}}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}}\cos l - \frac{a}{\sqrt{a^2+c^2-b^2}}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}\cos n$ est le cosinus de l'angle que la même génératrice fait avec une droite comprise dans le plan des XZ, et perpendiculaire à la génératrice r_2 diamétralement opposée au rayon vecteur r_1.

On peut maintenant prendre pour nouveaux axes coordonnés la normale à la face d'émergence, l'ancien axe des Y et une perpendiculaire à ces deux premières droites; et si (l', m', n') sont les angles que la génératrice r fait avec les nouveaux axes coordonnés, $(P, 90°, 90° - P)$ les angles que fait avec les mêmes axes la génératrice r_1, $[P - S, 90°, 90° - (P - S)]$ ceux que fait la

génératrice r_2 diamétralement opposée à r_1, les quatre cosinus ont respectivement (N. XLVII) pour valeurs :

$$(1) \qquad \cos l' \cos P - \cos n' \sin P;$$

$$(2) \qquad \cos S;$$

$$(3) \qquad -\cos l' \sin P + \cos n' \cos P;$$

$$(4) \qquad -\cos l' \sin (P - S) - \cos n' \cos (P - S);$$

les équations de la base devenant

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{r}{b} = \cos l' \cos P - \cos n' \sin P, \\ \cos^2 m' \cos S - (\cos l' \sin P - \cos n' \cos P) \\ \quad (\cos l' \sin (P - S) - \cos n' \cos (P - S)) = 0. \end{array} \right.$$

Soient maintenant (L, M, N) les angles que fait avec les nouveaux axes la direction de propagation normale extérieure, l' est l'angle d'incidence intérieure, L celui de réfraction. Chaque onde plane suit, en se réfractant, la loi des sinus, mais avec un indice variable égal à $\frac{r}{v}$; et l'on aura, pour déterminer l'équation de la surface dont les génératrices sont parallèles aux directions de propagation normale après l'émergence :

1° Par la loi des sinus,

$$\frac{r}{v} = \frac{\sin l'}{\sin L};$$

2° Parce que les directions de propagation normale intérieure et extérieure sont dans un même plan normal à la face d'émergence,

$$\frac{\cos m'}{\cos M} = \frac{\cos n'}{\cos N} = \frac{\sin l'}{\sin L} = \frac{r}{v}.$$

r, l', m', n' étant liés par les deux équations (14) de la base circulaire du cône, on a, pour éliminer ces quatre quantités, cinq équations, et l'on trouve facilement

$$\cos^2 P \cos S \cos^2 M - \left(\cos N - \frac{v}{b} \sin P\right) \left[\cos S \cos N - \frac{v}{b} \sin (P - S)\right] = 0.$$

Dans plusieurs cas, la valeur de P, (P − S) s'exprime très-simplement en a, b, c.

XXLVIII. Supposons, par exemple, la face d'émergence normale au rayon vecteur r_1, $P = 0$, $P - S = -S$, l'équation du cône intérieur devient

$$\cos^2 m' + \cos^2 n' = -\operatorname{tang} S \cos l' \cos n',$$

celle du cône extérieur

$$\cos^2 M + \cos^2 N = -\frac{v}{b} \operatorname{tang} S \cos N = 1 - \cos^2 L\,;$$

donc

$$1 = \cos L \left(1 + \frac{v}{b} \operatorname{tang} S \cos N\right)^{-\frac{1}{2}},$$

et l'équation du cône extérieur peut prendre la forme

$$\cos^2 M + \cos^2 N = -\frac{v}{b} \operatorname{tang} S \cos L \cos N \left(1 + \frac{v}{b} \operatorname{tang} S \cos N\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Supposons encore la face d'émergence normale à la génératrice r_2 diamétralement opposée au rayon vecteur, $P - S = 0$, et l'équation du cône intérieur devient

$$\cos^2 m' + \cos^2 n' = \operatorname{tang} S \cos l' \cos n',$$

celle du cône extérieur

$$\cos^2 M + \cos^2 N = \sin S \left(\frac{v}{b} \cos N + \sin S \cos^2 M\right) = 1 - \cos^2 L,$$

cette équation du cône extérieur pouvant, comme précédemment, recevoir la forme

$$\cos^2 M + \cos^2 N = \sin S \cos L \left(\frac{v}{b} \cos N + \sin S \cos^2 M\right) \left[1 - \sin S \left(\frac{v}{b} \cos N + \sin S \cos^2 M\right)\right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Mais $\operatorname{tang} S = \sqrt{\dfrac{(a^2 - b^2)(b^2 - c^2)}{a^2 c^2}}$, $\sin S = \dfrac{\sqrt{(a^2 - b^2)(b^2 - c^2)}}{b\sqrt{a^2 + c^2 - b^2}}$ sont des quantités très-petites dont les puissances supérieures sont négligeables: les équations des cônes extérieurs deviennent donc très-approximativement, dans le premier cas,

$$\cos^2 M + \cos^2 N = -\frac{v}{b} \operatorname{tang} S \cos L \cos N,$$

dans le second cas,

$$\cos^2 M + \cos^2 N = \frac{v}{b} \sin S \cos L \cos N,$$

comparables chacune à celle du cône intérieur correspondant et représentant, comme celle-ci, un cône du second degré dont la base circulaire est parallèle à la face d'émergence [a].

---

[a] M. Cornu, qui a bien voulu concourir à la révision des textes et des épreuves des deux Mémoires N°s XLVII et XLVIII, a pensé que, pour prévenir toute interprétation erronée du paragraphe 47 du Mémoire précédent, il y avait lieu d'ajouter à la note de M. de Senarmont le développement suivant, proposé trop tardivement pour être placé au bas de la page 585 [L. F.] :

. . . . «L'une des plus singulières [propriétés de la surface de l'onde] est la forme «conique que revêt le faisceau lumineux dans le cas particulier dont il est ici question, où «les deux groupes de rayons acquièrent la même vitesse normale. Fresnel, loin d'apercevoir «cette conséquence, a cru, ainsi qu'il résulte de tout ce paragraphe, que les rayons restent «encore distincts, et qu'ils se trouvent compris dans le plan de la figure.»

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

CINQUIÈME SECTION.

QUESTIONS DIVERSES D'OPTIQUE.

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

CINQUIÈME SECTION.

QUESTIONS DIVERSES D'OPTIQUE.

N° XLIX.

LETTRE D'AUGUSTIN FRESNEL À FRANÇOIS ARAGO, SUR L'INFLUENCE DU MOUVEMENT TERRESTRE DANS QUELQUES PHÉNOMÈNES D'OPTIQUE (1).

(*Annales de chimie et de physique*, t. IX, p. 57. — Cahier de septembre 1818.)

Mon cher ami,

Par vos belles expériences sur la lumière des étoiles, vous avez démontré que le mouvement du globe terrestre n'a aucune influence sensible sur la réfraction des rayons qui émanent de ces astres. On ne peut expliquer ce résultat remarquable, dans le système de l'émission, comme vous l'avez fait observer, qu'en supposant que les corps lumi-

(1) Extrait de la lettre à Léonor Fresnel, du 5 septembre 1818 (LIX) :

« . . . . . J'ai fait dernièrement un petit travail auquel j'attache quelque importance. « J'ai prouvé qu'en supposant la terre assez poreuse pour qu'elle n'imprime à l'éther « qui la pénètre et l'environne qu'une très-petite partie de sa vitesse qui n'excédât « pas un centième, par exemple, on pouvait expliquer d'une manière satisfaisante « non-seulement l'aberration des étoiles, mais encore tous les autres phénomènes « d'optique compliqués du mouvement terrestre, etc. » (H. de S.)

N° XLIX. neux impriment aux molécules de lumière une infinité de vitesses différentes, et que ces molécules n'affectent l'organe de la vue qu'avec une seule de ces vitesses, ou du moins entre des limites très-rapprochées, et telles qu'un dix-millième en plus ou en moins est plus que suffisant pour empêcher la sensation. La nécessité de cette hypothèse n'est pas une des moindres difficultés du système de l'émission; car à quoi tient la vision? — Au choc des molécules lumineuses contre le nerf optique? Mais ce choc ne deviendrait pas insensible par une augmentation de vitesse. — A la manière dont elles se réfractent dans la prunelle? Mais des molécules rouges, par exemple, dont la vitesse aurait été diminuée même d'un cinquantième se réfracteraient encore moins que les rayons violets, et ne sortiraient pas du spectre, qui présente les limites de la vision.

Vous m'avez engagé à examiner si le résultat de ces observations pourrait se concilier plus aisément avec le système qui fait consister la lumière dans les vibrations d'un fluide universel. Il est d'autant plus nécessaire d'en donner l'explication dans cette théorie, qu'elle doit s'appliquer également aux objets terrestres; car la vitesse avec laquelle se propagent les ondes est indépendante du mouvement du corps dont elles émanent.

Si l'on admettait que notre globe imprime son mouvement à l'éther dont il est enveloppé, on concevrait aisément pourquoi le même prisme réfracte toujours la lumière de la même manière, quel que soit le côté d'où elle arrive. Mais il paraît impossible d'expliquer l'aberration des étoiles dans cette hypothèse : je n'ai pu, jusqu'à présent du moins, concevoir nettement ce phénomène qu'en supposant que l'éther passe librement au travers du globe, et que la vitesse communiquée à ce fluide subtil n'est qu'une petite partie de celle de la terre, n'en excède pas le centième, par exemple.

Quelque extraordinaire que paraisse cette hypothèse au premier abord, elle n'est point en contradiction, ce me semble, avec l'idée que les plus grands physiciens se sont faite de l'extrême porosité des corps. On peut demander, à la vérité, comment un corps opaque très-mince

interceptant la lumière, il arrive qu'il s'établisse un courant d'éther au travers de notre globe. Sans prétendre répondre complétement à l'objection, je ferai remarquer cependant que ces deux sortes de mouvements sont d'une nature trop différente pour qu'on puisse appliquer à l'un ce qu'on observe relativement à l'autre. Le mouvement lumineux n'est point un courant, mais une vibration de l'éther. On conçoit que les petites ondes élémentaires dans lesquelles la lumière se divise en traversant les corps peuvent, dans certains cas, se trouver en discordance lorsqu'elles se réunissent, en raison de la différence des chemins parcourus ou des retards inégaux qu'elles ont éprouvés dans leur marche; ce qui empêche la propagation des vibrations, ou les dénature de façon à leur ôter la propriété d'éclairer, ainsi que cela a lieu d'une manière bien frappante dans les corps noirs; tandis que les mêmes circonstances n'empêcheraient pas l'établissement d'un courant d'éther. On augmente la transparence de l'hydrophane en la mouillant, et il est évident que l'interposition de l'eau entre les particules, qui favorise la propagation des vibrations lumineuses, doit au contraire être un petit obstacle de plus à l'établissement d'un courant d'éther; ce qui démontre bien la grande différence qui existe entre ces deux espèces de mouvements. N° XLIX.

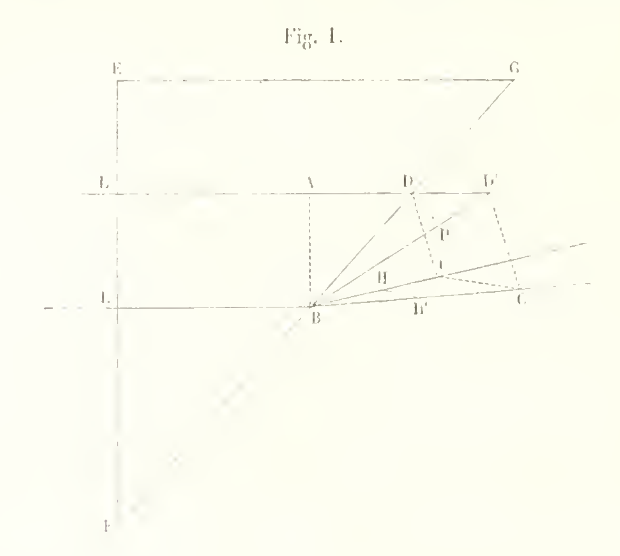
L'opacité de la terre n'est donc pas une raison suffisante pour nier l'existence d'un courant d'éther entre ses molécules, et l'on peut la supposer assez poreuse pour qu'elle ne communique à ce fluide qu'une très-petite partie de son mouvement.

A l'aide de cette hypothèse, le phénomène de l'aberration est aussi facile à concevoir dans la théorie des ondulations que dans celle de l'émission; car il résulte du déplacement de la lunette pendant que la lumière la parcourt : or, d'après cette hypothèse, les ondes lumineuses ne participant point sensiblement au mouvement de la lunette, que je suppose dirigée sur le lieu vrai de l'étoile, l'image de cet astre se trouve en arrière du fil placé au foyer de l'oculaire, d'une quantité égale à celle que parcourt la terre pendant que la lumière parcourt la lunette.

N° XLIX. Il s'agit d'expliquer maintenant, dans la même hypothèse, comment la réfraction apparente ne varie pas avec la direction des rayons lumineux par rapport au mouvement terrestre.

Soit EFG (fig. 1) un prisme dont le côté EF est supposé perpendi-

Fig. 1.



culaire à la fois à l'écliptique et aux rayons incidents, qui se trouvent ainsi dans la direction du mouvement terrestre : s'il peut influer sur leur réfraction, c'est le cas où cette influence doit être le plus sensible. Je suppose qu'ils se meuvent dans le même sens que le prisme.

Les rayons, étant perpendiculaires à la surface d'entrée, n'éprouvent aucune réfraction de ce côté du prisme, et l'on n'a à considérer que l'effet produit par la seconde surface. Soient LD et LB deux de ces rayons qui rencontrent la surface de sortie aux points D et B. Soit BC la direction que prend le rayon LB en sortant du prisme, dans le cas où ce prisme est immobile. Si du point D on abaisse une perpendiculaire sur le rayon émergent, et que par le point B on mène BA perpendiculairement aux rayons incidents; la lumière doit parcourir AD dans le même instant que BC : telle est la loi qui détermine la direction de l'onde réfractée DC. Mais le prisme étant entraîné par le mouvement terrestre, pendant que la lumière parcourt l'intervalle AD, le point D

se déplace; ce qui, augmentant la différence des chemins parcourus dans le verre par les deux rayons LD et LB, doit changer l'angle de réfraction. FG représentant la position de la surface d'émergence, lorsque l'onde incidente est arrivée en AB, soit D' le point où le rayon AD atteint cette surface et sort du prisme. Soit BC' la nouvelle direction des rayons réfractés. La perpendiculaire D'C' sera celle de l'onde émergente, qui devra satisfaire à la condition générale que AD' soit parcouru par la lumière dans le même temps que BC'. Mais pour déterminer les rapports de longueur de ces deux intervalles, il faut calculer la variation que le mouvement du prisme apporte dans la vitesse des ondes lumineuses qui le parcourent. N° XLIX.

Si ce prisme entraînait avec lui tout l'éther qu'il contient, la totalité du milieu qui sert de véhicule aux ondes partageant ainsi le mouvement terrestre, la vitesse des ondes lumineuses serait celle qu'elles devraient avoir dans le milieu supposé immobile, augmentée de la vitesse de la terre. Mais le cas dont il s'agit est plus compliqué: ce n'est qu'une partie de ce milieu qui est entraînée par notre globe, celle qui constitue l'excès de sa densité sur l'éther environnant. L'analogie indique que, lorsqu'une partie seulement du milieu se déplace, la vitesse de propagation des ondes ne doit être augmentée que de la vitesse du centre de gravité du système.

Ce principe est évident pour le cas où la partie en mouvement est la moitié du milieu; car, en rapportant le mouvement du système à son centre de gravité, considéré un instant comme fixe, ses deux moitiés s'en éloignent l'une et l'autre avec une égale vitesse et dans des sens opposés; il en résulte que les ondes doivent être autant retardées dans un sens qu'accélérées dans l'autre, et qu'elles n'ont que la vitesse ordinaire de propagation par rapport au centre de gravité, ou, ce qui revient au même, qu'elles partagent son mouvement. Si la partie mobile était le quart, le huitième, le seizième, etc. du milieu, on démontrerait aussi facilement que la vitesse à ajouter à celle de propagation des ondes est le quart, le huitième, le seizième, etc. de celle de la partie mobile, ou la vitesse même du centre de gravité, et

N° XLIX. il est clair que le théorème, étant vrai pour tous ces cas particuliers, doit l'être en général.

Cela posé, le milieu prismatique étant en équilibre de tension avec l'éther environnant (je suppose, pour plus de simplicité, que l'expérience est faite dans le vide), on peut considérer le retard de la lumière dans le prisme lorsqu'il est immobile, comme résultant uniquement d'une plus grande densité; ce qui donne le moyen de déterminer le rapport de densité des deux milieux; car on sait qu'il doit être inverse de celui des carrés des vitesses de propagation des ondes. Soient d et d' les longueurs d'ondulation de la lumière dans l'éther environnant et dans le prisme; Δ et Δ' les densités de ces deux milieux; on a donc la proportion :

$$d^2 : d'^2 :: \Delta' : \Delta ;$$

d'où

$$\Delta' = \Delta \frac{d^2}{d'^2},$$

et par conséquent

$$\Delta' - \Delta = \Delta \left(\frac{d^2 - d'^2}{d'^2} \right).$$

Telle est la densité de la partie mobile du milieu prismatique. Si l'on représente par t l'espace que parcourt la terre pendant la durée d'une oscillation lumineuse, le déplacement du centre de gravité de ce milieu pendant le même intervalle de temps, que je prends pour unité, ou la vitesse de ce centre de gravité, sera :

$$t \left(\frac{d^2 - d'^2}{d^2} \right).$$

Par conséquent la longueur d'ondulation d'' dans le prisme emporté par la terre sera égale à

$$d' + t \left(\frac{d^2 - d'^2}{d^2} \right).$$

En calculant, à l'aide de cette expression, l'espace AD' (fig. 1) parcouru par le rayon AD avant sa sortie du prisme, on peut aisément déterminer la direction du rayon réfracté BC'. Si on la compare à

celle du même rayon BC, dans le cas où le prisme est immobile, on N° XLIX.
trouve pour le sinus de l'angle CBC', en négligeant, à cause de la petitesse de t, tous les termes multipliés par son carré et les puissances supérieures, l'expression :

$$\frac{t}{d}\sin i\cos i - \frac{t}{dd'}\sin i\sqrt{d'^2 - d^2\sin^2 i},$$

dans laquelle i représente l'angle d'incidence ABD.

Je suppose que par un point H quelconque du rayon BC, on mène une ligne HH' parallèle à l'écliptique et égale à l'espace parcouru par la terre pendant le temps employé par la lumière pour aller de B en H' : l'axe optique de la lunette avec laquelle on observe le point de mire étant dirigé suivant BH, la lumière doit suivre la direction BH pour arriver en H' en même temps que le fil de la lunette entraînée dans le mouvement terrestre : or la ligne BH' coïncide précisément avec la direction BC' du rayon réfracté par le prisme emporté dans le même mouvement : car on trouve aussi, pour la valeur de sin HBH', l'expression

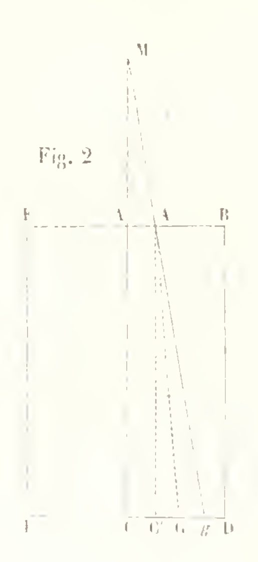
$$\frac{t}{d}\sin i\cos i - \frac{t}{dd'}\sin i\sqrt{d'^2 - d^2\sin^2 i}.$$

Ainsi l'on doit placer la lunette dans la même direction que si le prisme était immobile : d'où il résulte que le mouvement de notre globe ne doit avoir aucune influence sensible sur la réfraction apparente, lors même qu'on suppose qu'il ne communique à l'éther qu'une très-petite partie de sa vitesse. On peut s'assurer, par un calcul très-simple, qu'il doit en être de même de la réflexion. Ainsi cette hypothèse, qui donne une explication satisfaisante de l'aberration, ne conduit à aucune conséquence contraire aux faits observés.

Je terminerai cette lettre par une application de la même théorie à l'expérience proposée par Boscovich, consistant à observer le phénomène de l'aberration avec des lunettes remplies d'eau, ou d'un autre fluide beaucoup plus réfringent que l'air, pour s'assurer si la direction dans laquelle on aperçoit une étoile peut varier en raison du changement que le liquide apporte dans la marche de la lumière.

N° XLIX. Je remarquerai d'abord qu'il est inutile de compliquer de l'aberration le résultat que l'on cherche, et qu'on peut aussi bien le déterminer en visant un objet terrestre qu'une étoile. Voici, ce me semble, la manière la plus simple et la plus commode de faire l'expérience.

Ayant fixé à la lunette même, ou plutôt au microscope FBDE (fig. 2),



le point de mire M, situé dans le prolongement de son axe optique CA, on dirigerait ce système perpendiculairement à l'écliptique, et, après avoir fait l'observation dans un sens, on le retournerait bout pour bout, et l'on ferait l'observation en sens contraire. Si le mouvement terrestre déplaçait l'image du point M par rapport au fil de l'oculaire, on la verrait de cette manière tantôt à droite et tantôt à gauche du fil.

Dans le système de l'émission, il est clair, comme Wilson l'a déjà remarqué, que le mouvement terrestre ne doit rien changer aux apparences du phénomène. En effet, il résulte de ce mouvement que le rayon partant de M doit prendre, pour passer par le centre de l'objectif, une direction MA' telle que l'espace AA' soit parcouru par le globe dans le même intervalle de temps que la lumière emploie à parcourir MA', ou MA (à cause de la petitesse de la vitesse de la terre relative-

ment à celle de la lumière). Représentant par v la vitesse de la lumière dans l'air, et par t celle de la terre, on a donc : N° XLIX

$$MA : AA' :: v : t, \quad \text{ou} \quad \frac{AA'}{MA} = \frac{t}{v};$$

$\frac{t}{v}$ est le sinus d'incidence, v' étant la vitesse de la lumière dans le milieu plus dense que contient la lunette, le sinus de l'angle de réfraction C'A'G sera égal à $\frac{t}{v'}$; on aura donc $C'G = A'C'\frac{t}{v'}$; d'où l'on tire la proportion

$$C'G : A'C' :: t : v'.$$

Par conséquent le fil C' de l'oculaire placé dans l'axe optique de la lunette arrivera en G en même temps que le rayon lumineux qui a passé par le centre de l'objectif.

La théorie des ondulations conduit au même résultat. Je suppose, pour plus de simplicité, que le microscope est dans le vide, d et d' étant les vitesses de la lumière dans le vide et dans le milieu que contient la lunette, on trouve pour le sinus de l'angle d'incidence AMA', $\frac{t}{d}$, et pour celui de l'angle de réfraction C'A'G, $\frac{td'}{d^2}$. Ainsi, indépendamment du déplacement des ondes dans le sens du mouvement terrestre, $C'G = A'C'\frac{td'}{d^2}$. Mais la vitesse avec laquelle ces ondes sont entraînées par la partie mobile du milieu dans lequel elles se propagent est égale à

$$t\left(\frac{d^2 - d'^2}{d^2}\right);$$

donc leur déplacement total Gg, pendant le temps qu'elles emploient à traverser la lunette, est égal à

$$\frac{A'C'}{d'}\,t\left(\frac{d^2 - d'^2}{d^2}\right);$$

ainsi

$$C'g = A'C'.t\left(\frac{d'}{d^2} + \frac{d^2 - d'^2}{d'd^2}\right) = A'C'.t\left(\frac{d^2}{d'd^2}\right) = A'C'.\frac{t}{d'}.$$

On a donc la proportion $C'g : A'C' :: t : d'$; par conséquent l'image

N° XLIX. du point M arrivera en g en même temps que le fil du micromètre. Ainsi les apparences du phénomène doivent toujours rester les mêmes quel que soit le sens dans lequel on tourne cet instrument. Quoique cette expérience n'ait point encore été faite, je ne doute pas qu'elle ne confirmât cette conséquence, que l'on déduit également du système de l'émission et de celui des ondulations.

NOTE ADDITIONNELLE À CETTE LETTRE.

[*Annales de chimie et de physique*, t. IX, p. 286. — Cahier de novembre 1818.]

En calculant la réfraction de la lumière dans un prisme entraîné par le mouvement terrestre, j'ai supposé, pour simplifier les raisonnements, que la différence entre les vitesses de la lumière dans le prisme et dans l'éther environnant provenait uniquement d'une différence de densité, l'élasticité étant la même de part et d'autre; mais il est très-possible que les deux milieux diffèrent en élasticité comme en densité. On conçoit même que l'élasticité d'un corps solide peut varier avec le sens suivant lequel on le considère; et c'est très-probablement ce qui occasionne la double réfraction, comme l'a observé le docteur Young. Mais quelle que soit l'hypothèse que l'on fasse sur les causes du ralentissement de la marche de la lumière dans les corps transparents, on peut toujours, pour résoudre le problème qui m'était proposé, substituer, par la pensée, au milieu réel du prisme un fluide élastique en équilibre de tension avec l'éther environnant, et d'une densité telle que la vitesse de la lumière soit précisément la même dans ce fluide et dans le prisme supposés en repos; cette égalité devra subsister encore dans ces deux milieux entraînés par le mouvement terrestre : or telles sont les bases sur lesquelles repose mon calcul.

L.

NOTES

RELATIVES

AUX PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES CRISTAUX,

INSÉRÉES DANS LES ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE
ET DANS LE BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE 1817 À 1824.

N° L (A).

EXTRAIT D'UNE LETTRE

DE FRESNEL À ARAGO,

SUR L'INFLUENCE DE LA CHALEUR DANS LES COULEURS DÉVELOPPÉES PAR LA POLARISATION [a].

[*Annales de chimie et de physique*, t. IV, p. 298. — Cahier de mars 1817.]

J'avais déjà remarqué, depuis quelques jours, que la chaleur fait changer d'une manière très-sensible les couleurs que la polarisation développe dans les lames minces de sulfate de chaux, lorsque j'ai reçu

[a] M. de Senarmont avait classé cette pièce dans la deuxième section de la *Théorie de la lumière*, qui contient les travaux relatifs à la polarisation chromatique et à la réflexion et la réfraction de la lumière polarisée. Il nous a semblé qu'elle y faisait disparate et qu'elle interrompait inutilement une série de recherches théoriques et expérimentales auxquelles elle ne se liait que bien peu. Nous avons cru préférable de la transporter dans cette cinquième section, où nous réunissons divers écrits d'importance très-inégale, qu'il eût été difficile de classer dans les sections précédentes. [E. Verdet.]

N° L (A). le numéro des *Annales* du mois de décembre [1816]; j'y vois que M. Brewster a trouvé que les forces de double réfraction et de polarisation peuvent être excitées dans les minéraux par la transmission de la chaleur. A la vérité, le journaliste anglais ajoute : *de la même manière que dans les plaques de verre*[a], ce qui me fait penser que mon expérience diffère de celle de M. Brewster. Je crois d'ailleurs qu'il n'y a que le sulfate de chaux et en général les cristaux que la chaleur décompose aisément qui puissent produire des effets du genre de ceux que j'ai observés. J'ai fait chauffer des feuilles de mica jusqu'à les faire rougir, sans remarquer de changement sensible dans leurs teintes. Pour apercevoir l'influence de la chaleur sur la force de double réfraction des cristaux qu'elle n'altère pas, comme le mica, le cristal de roche, il faudrait sans doute se servir de plaques épaisses.

Après avoir lu le Mémoire de M. Biot[b], j'ai appliqué à mon expérience le procédé ingénieux qu'il a imaginé pour rendre sensibles les effets de la compression dans les plaques parallèles à l'axe de cristallisation; ce qui m'a permis d'employer des plaques de sulfate de chaux beaucoup plus épaisses que celles dans lesquelles la polarisation développe immédiatement des couleurs. J'en ai choisi deux qui différaient peu d'épaisseur, mais cependant assez pour ne donner que des teintes faibles en croisant leurs axes à angle droit. J'ai placé l'une devant la glace qui polarisait la lumière, et l'autre au-dessus d'un réchaud, en ayant soin que leurs axes fussent perpendiculaires. Alors, en les observant avec un rhomboïde de chaux carbonatée, j'ai vu les couleurs changer rapidement et monter dans l'ordre des anneaux à mesure que la chaleur pénétrait la seconde plaque, comme si elle était devenue plus mince (c'était la plus épaisse des deux). Les teintes, qui d'abord étaient faibles, sont devenues d'une grande vivacité, et ont parcouru plusieurs ordres d'anneaux, en passant successivement par toutes les couleurs du spectre. On pourrait, avec des plaques plus épaisses

---

[a] *Journal de l'Institution Royale* (1817), vol. II, N° IV, p. 460.

[b] *Annales de chimie et de physique*, t. III, p. 386.

encore, s'élever du blanc aux teintes du premier ordre, même les dépasser ensuite et parcourir de nouveau, mais en sens contraire, les différents ordres des anneaux; tandis qu'en employant des lames assez minces pour présenter des couleurs sans le croisement des axes, la chaleur détruit toujours leur transparence avant que la teinte primitive dépasse la couleur complémentaire, et elle ne peut même l'atteindre que dans celles dont l'épaisseur approche de trois dixièmes de millimètre environ. Mais quelle que soit l'épaisseur des lames, la chaleur fait toujours monter les teintes dans l'ordre des anneaux, et il m'a paru que ces variations étaient proportionnelles à l'épaisseur des lames.

Pour m'assurer que ces changements de couleur ne provenaient pas d'une distribution inégale de la chaleur, comme dans les plaques de verre, au lieu d'un réchaud, j'ai employé de l'eau bouillante dans laquelle je plongeais le cristal : en le retirant du vase, je voyais sa teinte changer à mesure qu'il se refroidissait.

Il serait intéressant d'étudier ces phénomènes avec un thermomètre pour connaître la relation qui existe entre les accroissements de température du cristal et la diminution de la différence de vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires. Malheureusement mes occupations et ma résidence actuelle [a] ne me permettent pas de suivre ces recherches.

---

[a] Fresnel était alors en résidence à Rennes, et ses travaux d'ingénieur lui prenaient la plus grande part de son temps.

N° L (B).

SUR LES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DE LA TOURMALINE.

[*Bulletin de la Société philomathique* pour 1823, p. 91.]

La tourmaline taillée perpendiculairement à son axe paraît très-opaque, et ne laisse presque plus passer de lumière dès qu'elle a seulement un millimètre d'épaisseur; elle est au contraire assez transparente, avec la même épaisseur, quand on la taille en plaques parallèles à l'axe; mais alors toute la lumière émergente se trouve sensiblement polarisée perpendiculairement à l'axe [1]. Les lois de la double réfraction établissent entre ces deux propriétés optiques de la tourmaline une relation qui n'a pas encore été remarquée. C'est une règle générale, que la vitesse de propagation de la lumière dans le même cristal reste constante tant que le plan de polarisation des rayons qui le traversent ne change pas, quelle que soit d'ailleurs la direction de ces rayons: d'où l'on doit conclure, en supposant les vibrations lumineuses perpendiculaires au plan de polarisation, que la vitesse de propagation de ces vibrations dépend uniquement de la direction suivant laquelle les molécules du milieu vibrant exécutent leurs petites oscillations, et en conséquence que l'élasticité mise en jeu reste la même tant que ces mouvements oscillatoires ne changent pas de direction. Mais, indépendamment de toute hypothèse théorique, et en se laissant guider par la simple analogie, il est naturel d'étendre à la facilité ou la possi-

[1] La première observation est due à M. Haüy, et la seconde à M. Biot [a]; mais, avant que M. Biot eût remarqué cette propriété de la tourmaline, M. Brewster en avait observé une semblable dans l'agate [b].

[a] Biot. — *Traité de physique expérimentale et mathématique*, t. IV, p. 314.

[b] Brewster. — *Treatise on new philosophical Instruments*, p. 329.

bilité de la propagation le principe que l'expérience démontre touchant sa vitesse, et d'admettre qu'en général le mode de propagation de la lumière reste le même pour la même direction du plan de polarisation des rayons dans le cristal, quel que soit d'ailleurs le sens suivant lequel ils le traversent, et qu'ainsi l'affaiblissement plus ou moins grand qu'ils y éprouvent dépend seulement, comme leur vitesse, de la direction de leur plan de polarisation. N° L (B).

Appliquons maintenant ce principe à la tourmaline. Puisqu'une plaque de ce cristal taillée parallèlement à l'axe (quel que soit d'ailleurs le sens de la coupe) ne laisse plus passer que des rayons polarisés perpendiculairement à l'axe, quand elle a un millimètre d'épaisseur, on peut en conclure que toute lumière incidente polarisée parallèlement à l'axe est arrêtée par une plaque de cette épaisseur, ou, en d'autres termes, qu'une pareille plaque est opaque pour la lumière polarisée suivant son axe. Mais, quand des rayons lumineux tombent perpendiculairement sur une plaque perpendiculaire à l'axe, ils se trouvent parallèles à l'axe, ainsi que leurs plans de polarisation, quels que soient d'ailleurs les azimuts de ceux-ci : et par conséquent la plaque perpendiculaire à l'axe doit être opaque pour tous ces rayons, ou pour un faisceau de lumière directe, qu'on peut regarder comme composé de rayons polarisés dans tous les azimuts.

En général, c'est seulement pour une même espèce de rayons que le degré d'opacité du cristal doit rester constant avec la direction du plan de polarisation : car, dans la tourmaline, l'absorption des divers rayons qui composent la lumière blanche varie déjà d'une manière sensible avec leur couleur ou leur longueur d'ondulation. Il est d'autres cristaux, tels que le dichroïte, où ces variations sont beaucoup plus apparentes encore, et produisent des couleurs vives qui changent de nature avec la direction des rayons lumineux : je présume qu'on peut appliquer la même règle à ces cristaux, c'est-à-dire que toutes les fois qu'une plaque cristallisée d'une épaisseur déterminée absorbera une certaine proportion d'une espèce particulière de rayons, le même cristal traversé dans tout autre sens par ces rayons en absorbera une

N° L (B). proportion égale pour la même longueur de trajet, tant que le plan de polarisation des rayons réfractés n'aura pas varié. Si cette règle est confirmée par l'expérience, elle pourra servir à démêler les lois des phénomènes compliqués que présentent les cristaux à couleurs changeantes.

N° L (C).

SUR LA DIRECTION DES AXES DE DOUBLE RÉFRACTION DANS LES CRISTAUX.

(*Bulletin de la Société philomathique* pour 1824, p. 40.)

On sait que les *axes optiques* des cristaux improprement appelés *cristaux à deux axes* ne coïncident point avec les axes de cristallisation; mais on avait regardé jusqu'à présent comme une règle générale, que les droites qui divisent en deux parties égales l'angle compris entre ces axes optiques devaient être également inclinées sur les faces correspondantes du cristal. M. Mitscherlich a reconnu que ces lignes de *symétrie* par rapport à la double réfraction ne l'étaient pas toujours relativement aux faces du cristal, et que, dans quelques sels, tels que le sulfate de magnésie, elles s'inclinaient plus d'un côté que de l'autre, sans qu'un défaut de symétrie dans les formes cristallines pût faire soupçonner d'avance une pareille déviation[a].

[a] Le fait énoncé dans cette note a été reconnu inexact par M. Mitscherlich lui-même.

N° L (D).

SUR LES DILATATIONS INÉGALES QU'UN MÊME CRISTAL PEUT ÉPROUVER DANS DIFFÉRENTES DIRECTIONS PAR L'EFFET DE LA CHALEUR.

[*Bulletin de la Société philomathique* pour 1823, p. 181.]

En mesurant les inclinaisons mutuelles des faces d'un rhomboïde de carbonate de chaux à des températures diverses, M. Mitscherlich a observé qu'elles variaient d'une manière sensible avec la température, et il a trouvé que de 0° à 100° cette variation était de 8′ 30″. Lorsque la température augmente, les angles dièdres obtus diminuent, ou, en d'autres termes, le petit axe du rhomboïde se dilate plus que ses autres diagonales, de manière que sa forme se rapproche de celle du cube. M. Mitscherlich présumait qu'en conséquence la double réfraction de ce cristal devait diminuer; c'est ce qui vient d'être confirmé par une expérience qu'il a faite avec M. Fresnel, en suivant le procédé dont celui-ci s'était déjà servi en 1817, pour rendre plus sensibles les changements que la chaleur apporte dans les teintes des lames de sulfate de chaux[1]. M. Fresnel avait observé alors que l'élévation de température diminue d'une manière très-sensible la double réfraction du sulfate de chaux. D'après une expérience qu'il vient de faire avec M. Mitscherlich, la chaleur produirait encore le même effet, quoique à un degré beaucoup plus faible, sur le cristal de roche; mais cette dernière expérience n'a pas été répétée. Il paraîtrait donc qu'en général la chaleur *distribuée uniformément* dans un cristal diminue la double réfraction qu'il possède. M. Mitscherlich pense que la chaleur doit tendre toujours à écarter davantage les molécules du cristal dans le sens où elles sont le plus rapprochées.

[1] Voyez les *Annales de chimie et de physique*, t. IV, p. 298. — [Voir ci-dessus, p. 637.]

M. Fresnel vient de s'assurer, par une expérience très-simple, que N° I. (D).
la chaleur dilate moins le sulfate de chaux parallèlement à son axe [1] que suivant une direction perpendiculaire, différence analogue à celle du spath d'Islande, mais qui est de signe contraire, comme l'indiquait d'avance la nature opposée de la double réfraction.

Pour s'en convaincre, il suffit de détacher deux lames très-minces d'un cristal de sulfate de chaux et de les coller l'une sur l'autre, en croisant leurs axes à angle droit. La colle forte, dont M. Fresnel s'est servi dans cette expérience, se ramollit toujours par la chaleur, lors même qu'elle a été employée très-épaisse, en sorte que les deux lames cristallisées peuvent glisser l'une sur l'autre pendant qu'on les chauffe: mais quand on les laisse refroidir, la colle se solidifie, les lames se trouvent soudées, et comme elles sont superposées de manière à faire correspondre les directions suivant lesquelles les dilatations ont été les plus différentes, la lame qui s'est le plus dilatée dans un sens, se raccourcissant plus que l'autre, l'oblige à se courber et forme le côté concave d'une courbe dont celle-ci devient le côté convexe parallèlement à son axe : l'inverse a lieu dans la direction perpendiculaire, en sorte que les deux lames collées affectent, après le refroidissement, la forme d'une surface gauche.

[1] Nous appelons ici *axe* la ligne qui divise en deux parties égales l'angle aigu des deux axes optiques, et dont on peut reconnaître la direction par les procédés que M. Biot a indiqués dans son *Traité de physique expérimentale et mathématique*, t. IV, p. 320.

N° L (E).

SUR LES CONTRACTIONS PRODUITES PAR LA CHALEUR DANS LES CRISTAUX.

[*Bulletin de la Société philomathique* pour 1824, p. 40.]

M. Mitscherlich a observé, comme nous l'avons dit dans le *Bulletin* de décembre 1823, que l'inclinaison mutuelle des faces du spath d'Islande variait d'une manière sensible par l'effet de la chaleur, et qu'entre 0° et 100° le changement des angles dièdres, aux extrémités de l'axe du rhomboïde, était de 8′ 30″. Il résulte de là qu'en supposant nulle la dilatation du cristal perpendiculairement à son axe, sa dilatation cubique surpasserait encore celle du verre à peu près de moitié. Or, en mesurant la dilatation cubique du spath d'Islande avec M. Dulong, M. Mitscherlich a trouvé qu'elle était au contraire inférieure à celle du verre; ce qui conduit à cette conséquence singulière que, tandis que la chaleur dilate le cristal parallèlement à son axe, elle doit rapprocher ses molécules dans les directions perpendiculaires. C'est aussi ce dont M. Mitscherlich s'est assuré en mesurant avec un sphéromètre, à différentes températures, l'épaisseur d'une plaque de spath d'Islande taillée parallèlement à l'axe.

Il est très-probable que le sulfate de chaux doit présenter un phénomène analogue mais inverse, c'est-à-dire que l'élévation de température doit produire une contraction sensible dans la direction de son axe.

N° LI

N° LI.

NOTE

EN RÉPONSE AUX QUESTIONS DE SIR JOHN HERSCHEL

(Fin d'août, ou premiers jours de septembre 1826.)

PREMIÈRE QUESTION.

Lois générales qui règlent la direction *des rayons dits* ordinaires et extraordinaires *dans les corps cristallisés, lorsqu'ils réfractent un rayon quelconque qui tombe sur leur surface.*

RÉPONSE.

1. L'extrait de mon Mémoire sur la double réfraction, publié dans le Bulletin des sciences de la Société philomathique (mois d'avril et de

---

[a] Cette note intéressante est peut-être le dernier écrit scientifique d'Augustin Fresnel. (Voir la lettre d'A. Fresnel à sir John Herschel du 8 septembre et la lettre de sir J. Herschel à A. Fresnel du 1er décembre 1826, N° LVIII.) C'était une réponse aux questions suivantes :

« Lois générales qui règlent la *direction* des rayons dits *ordinaires* et *extraordinaires* dans « les corps cristallisés, lorsqu'ils réfractent un rayon quelconque qui tombe sur leur surface ;

« Lois qui règlent l'intensité des mêmes rayons lorsque le rayon incident a une polarisation « quelconque, partielle ou totale ;

« Lois qui règlent l'intensité du rayon partiellement réfléchi sous un angle quelconque « par une surface *cristalline* et *non cristalline*, lorsque le rayon a primitivement une polari- « sation quelconque, etc.

« Titres d'ouvrages où on peut trouver ces lois, et les expériences desquelles elles dépendent « le plus en détail, etc.

« M. Ampère se charge de faire tenir à M. Herschel la note de M. Fresnel. . . . . . . »

[H. DE SENARMONT.]

L'impression est faite d'après une copie authentique que sir John Herschel a adressée à M. de Senarmont, en l'accompagnant de la *lettre* suivante (*du 17 mars 1862*). [E. VERDET.]

Nous ne nous croyons pas suffisamment autorisé à reproduire ici cette lettre familière :

N° LI. mai 1822), donne la loi de la vitesse des rayons ordinaires et extraordinaires, dont on peut toujours déduire leur direction. Cet extrait contient aussi l'équation de la surface des ondes ordinaire et extraordinaire, et la manière de l'employer à la détermination des deux faisceaux lumineux, en menant des plans tangents à ces deux nappes, d'après la méthode d'Huyghens déduite de la théorie des ondes, et qu'il a clairement expliquée dans son Traité sur la lumière. Cette méthode, qu'il applique à des ondes sphériques et elliptiques, peut également s'appliquer à des ondes d'une forme quelconque, par exemple à celles de la lumière dans les cristaux à deux axes, dont la surface est représentée par l'équation du quatrième degré

$$(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(x^2+y^2+z^2)-a^2(b^2+c^2)x^2-b^2(a^2+c^2)y^2-c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0.$$

a, b, c sont les trois vitesses différentes qu'affecte la lumière en parcourant le cristal suivant les trois axes d'élasticité. J'ai donné ce nom d'*axes d'élasticité* (d'après les idées théoriques qui m'ont indiqué les lois générales de la double réfraction) à trois lignes rectangulaires placées symétriquement dans le cristal, dont l'une divise en deux parties égales l'angle aigu des deux *axes optiques*, l'autre divise en deux parties égales le supplément de cet angle, et enfin la troisième est perpendiculaire au plan des deux autres.

D'après l'équation ci-dessus, lorsque le rayon réfracté est parallèle à l'axe des z, les deux vitesses de la lumière correspondantes à cette direction sont a et b; lorsqu'il est parallèle à l'axe des y, elles sont a et c; enfin, lorsqu'il est parallèle à l'axe des x, les deux vitesses sont b et c. On voit ainsi comment on peut déterminer ces trois constantes

---

qu'il nous soit permis toutefois de citer le passage suivant, que le nom de son auteur rend si remarquable :

« . . . . Je me félicite beaucoup de pouvoir contribuer, en quelque manière que ce « soit, à la Collection que vous méditez des ouvrages de cet homme illustre, — génie qui « fait honneur à la France et à son siècle, — et je suis convaincu que le monde savant « vous saura gré du monument que vous érigerez ainsi à sa mémoire. . . . . »

[L. F.]

par l'observation; il suffit de mesurer les angles de réfraction de la lumière, en lui faisant traverser le cristal suivant deux des axes de l'élasticité. Si l'on prend pour unité la vitesse de la lumière en dehors du cristal, les rapports entre les sinus d'incidence et de réfraction donneront les nombres a, b et c. N° LI

2. En menant des plans tangents à la surface du quatrième degré représentée par l'équation ci-dessus, j'aurais pu trouver les formules générales de la direction des deux faisceaux réfractés, pour une inclinaison donnée du rayon incident et de la surface du cristal; mais c'est un calcul pénible que je n'ai pas fait. Je suppose même que les formules auxquelles on parviendrait ainsi seraient trop compliquées pour qu'on pût s'en servir.

Voici la marche beaucoup plus prompte que j'ai suivie dans tous mes calculs numériques.

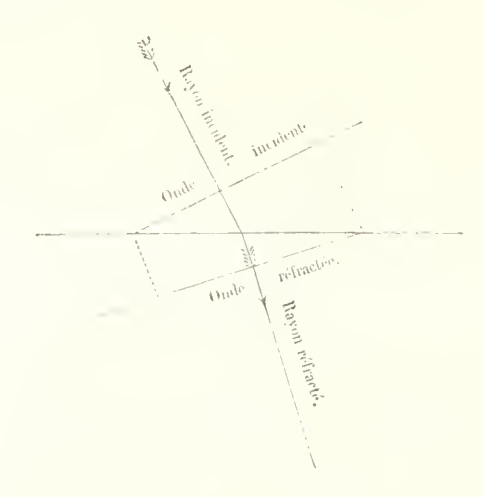
3. D'abord, au lieu d'employer l'équation de la surface de l'onde, qui donne la vitesse de propagation de la lumière dans le sens des rayons, je me suis servi de l'équation plus simple qui donne les mêmes vitesses mesurées perpendiculairement à la surface des ondes réfractées; cette équation est

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z;$$

a, b et c représentent les mêmes quantités que dans l'équation précédente; X, Y et Z sont les compléments des angles que le plan de polarisation du faisceau ordinaire ou extraordinaire fait avec les trois axes d'élasticité du cristal.

4. Les sinus des angles que les ondes incidentes et réfractées font avec la surface réfringente sont toujours entre eux comme les vitesses de ces ondes dans les deux milieux; si donc on connaissait exactement v, on pourrait calculer facilement la direction de l'onde réfractée, que je suppose plane, comme l'onde incidente, dans la petite portion que je considère. — Mais X, Y et Z n'étant pas connus, il faut d'abord déterminer la direction de l'onde réfractée, approximativement, en employant dans la proportion des sinus la vitesse approchée que donne

N° LI. l'index de réfraction du cristal. On aura de cette manière des valeurs



approximatives de X, Y et Z, à l'aide desquelles on trouvera une valeur déjà très-exacte de v, en les substituant dans l'équation

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z,$$

dont les constantes a, b et c sont supposées déterminées par des expériences préalables très-précises.

Si l'on ne croit pas cette nouvelle valeur de v suffisamment rigoureuse, on peut en calculer une autre avec la même équation, après avoir déterminé d'après celle-là la direction de l'onde réfractée à l'aide de la proportion des sinus, et en avoir conclu les nouvelles valeurs de X, de Y et de Z qui lui correspondent. Par ces deux calculs successifs on arrivera ainsi à une exactitude très-grande, quelque énergique que soit la double réfraction du cristal.

La vitesse v étant une fois connue avec beaucoup de précision, on trouvera avec le même degré d'exactitude, par la proportion des sinus, la direction du plan de l'onde réfractée dans l'intérieur du cristal (et, par la même proportion encore), sa direction au sortir du milieu réfringent. C'est cette direction qui détermine celle de la vision à travers le cristal, puisque l'œil voit le point de mire perpendiculairement au petit élément de la surface de l'onde émergente qui vient tomber sur la pupille.

DEUXIÈME ET TROISIÈME QUESTIONS. XLI

Lois qui règlent l'intensité des mêmes rayons lorsque le rayon incident a une polarisation quelconque, partielle ou totale.

Lois qui règlent l'intensité des rayons partiellement réfléchis, à angle quelconque, sur une surface cristalline et non cristalline, lorsque le rayon primitif a une polarisation quelconque.

RÉPONSE.

5. Pour calculer rigoureusement l'intensité du rayon réfracté, il faut déterminer celle du rayon réfléchi, et en la retranchant du faisceau incident, on aura la lumière contenue dans le faisceau transmis.

Supposons d'abord qu'il s'agisse d'un corps qui ne possède pas la double réfraction. Si l'on appelle i l'angle d'incidence, i' l'angle de réfraction correspondant, et qu'on prenne pour unité l'intensité du faisceau incident, on aura pour intensité de la lumière réfléchie

$$\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')},$$

quand la lumière primitive sera polarisée suivant le plan d'incidence;

$$\frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')},$$

quand elle sera polarisée perpendiculairement à ce plan, et

$$\frac{1}{2}\,\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}+\frac{1}{2}\,\frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')},$$

lorsque la lumière incidente n'aura reçu aucune polarisation préalable.

Lorsque la lumière incidente est complétement polarisée suivant un azimut qui fait un angle α avec le plan d'incidence, l'expression de l'intensité de la lumière réfléchie est :

$$\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}\cos^2\alpha+\frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')}\sin^2\alpha.$$

Quand la lumière incidente n'a reçu qu'une polarisation partielle, elle peut toujours être représentée par deux faisceaux, dont l'un de lumière naturelle, l'autre de lumière complétement polarisée dans un

N° LI. azimut donné, auxquels faisceaux lumineux on appliquerait les formules précédentes. On peut aussi décomposer dans tous les cas la lumière incidente en deux faisceaux inégaux polarisés, l'un suivant le plan d'incidence, l'autre perpendiculaire à ce plan. Si l'on représente par f l'intensité du premier faisceau, $1-f$ sera celle du second, et l'intensité de la lumière réfléchie sera donnée par l'expression

$$f\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}+\left(1-f\right)\frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')}.$$

6. Lorsque le corps réfléchissant est doué de la double réfraction, il faut considérer à la fois les deux modes de réfraction que la lumière éprouve en y pénétrant, et calculer séparément la lumière réfléchie correspondant au faisceau ordinaire et celle qui correspond au faisceau extraordinaire. On déterminera d'abord, par la méthode que nous avons indiquée dans la réponse à la première question, les vitesses de propagation et les directions des ondes ordinaire et extraordinaire; i' représentera alors l'angle que l'onde réfractée fait avec la surface réfringente, i représentant toujours l'inclinaison de l'onde incidente sur la même surface. On ne peut plus prendre dans ce cas les angles que les rayons incident et réfracté font avec la normale; l'angle du rayon réfracté avec la normale n'est plus égal à l'angle de la surface réfringente avec l'onde réfractée, parce que dans l'intérieur du cristal les rayons sont en général inclinés sur la surface des ondes.

7. Quel que soit le mode de polarisation du faisceau incident, on peut toujours le concevoir décomposé en deux autres complétement polarisés, l'un suivant le plan d'incidence, l'autre dans un azimut perpendiculaire. Si l'on appelle f l'intensité du premier, celle du second sera $1-f$, puisque nous prenons toujours pour unité l'intensité de la lumière incidente. Pour savoir en quelle proportion cette lumière se partage entre les deux réfractions ordinaire et extraordinaire, il faut connaître la direction des vibrations ordinaire et extraordinaire dans le cristal, ou, ce qui revient au même, la direction de leurs plans de polarisation, qui sont perpendiculaires à ces vibrations. Occupons-nous d'abord de la réfraction ordinaire, et soit α l'azimut de son plan

de polarisation relativement au plan d'incidence, ou, en d'autres N° 14
termes, l'angle que les vibrations du faisceau ordinaire font avec celles du faisceau incident polarisé suivant le plan d'incidence; $f\cos^2\alpha$ et $(1-f)\sin^2\alpha$ seront les portions des deux faisceaux incidents qui doivent être réfractées et réfléchies partiellement en vertu de la réfraction ordinaire. En conséquence, si l'on appelle i'' l'angle que fait l'onde ordinaire avec la surface réfringente, i représentant l'inclinaison de l'onde incidente sur cette même surface, la totalité de la lumière réfléchie par la réfraction ordinaire sera

$$f\cos^2\alpha\,\frac{\sin^2(i-i'')}{\sin^2(i+i'')}+(1-f)\sin^2\alpha\,\frac{\operatorname{tang}^2(i-i'')}{\operatorname{tang}^2(i+i'')};$$

et par conséquent l'intensité de la lumière réfractée ordinairement sera

$$f\cos^2\alpha\left(1-\frac{\sin^2(i-i'')}{\sin^2(i+i'')}\right)+(1-f)\sin^2\alpha\left(1-\frac{\operatorname{tang}^2(i-i'')}{\operatorname{tang}^2(i+i'')}\right).$$

On trouverait de même pour la réfraction extraordinaire, en appelant i''_1 l'angle que l'onde extraordinaire fait avec la surface réfringente, et α_1 celui que ses vibrations font avec celles du faisceau polarisé suivant le plan d'incidence :

Lumière réfléchie... $f\cos^2\alpha_1\,\dfrac{\sin^2(i-i''_1)}{\sin^2(i+i''_1)}+(1-f)\sin^2\alpha_1\left(1-\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-i''_1)}{\operatorname{tang}^2(i+i''_1)}\right);$

Lumière réfractée... $f\cos^2\alpha_1\left(1-\dfrac{\sin^2(i-i''_1)}{\sin^2(i+i''_1)}\right)+(1-f)\sin^2\alpha_1\left(1-\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-i''_1)}{\operatorname{tang}^2(i+i''_1)}\right)$[1].

8. Je me suis assuré par une expérience assez simple, qui n'a point été publiée, que l'intensité de la lumière réfléchie à la surface extérieure d'un rhomboïde de spath calcaire varie selon le mode de réfraction que la lumière incidente doit y subir, ou, en d'autres termes, suivant l'azimut de son plan de polarisation, même sous l'incidence perpendiculaire, ou du moins une incidence peu différente. Il suffit pour cela de coller une plaque de crown sur une des faces naturelles (mais bien dressée et polie) d'un rhomboïde de spath calcaire, dont le pouvoir

[1] Nota. En général i''_1 diffère très-peu de i'', et α_1 est sensiblement égal à α. Le principe de la conservation des forces vives indique même comme rigoureuse la relation $\cos\alpha_1 = \sin\alpha$.

N° LI. réfringent diffère peu de celui du verre. L'index de réfraction du crown se trouvant sensiblement égal à celui du cristal pour les rayons extraordinaires perpendiculaires aux faces naturelles du rhomboïde, la réflexion partielle paraît nulle quand le plan de polarisation du faisceau incident est perpendiculaire à la section principale. L'image réfléchie à la surface de contact du verre et du cristal devient au contraire très-sensible quand on tourne suivant le plan d'incidence le plan de polarisation de la lumière incidente.

9. Les formules ci-dessus, relatives à l'intensité des rayons ordinaires et extraordinaires réfléchis ou réfractés, n'ont point encore été vérifiées par des expériences directes; mais je crois qu'on les trouverait d'accord avec l'observation, en employant les méthodes les plus délicates connues, et que, si ces formules, au lieu d'être rigoureuses, ne sont qu'approximatives, c'est la théorie seule qui pourra le démontrer.

Je viens de les conclure de celles que j'avais trouvées pour les corps non cristallisés, et que je crois rigoureuses; mais je n'ai point répété ici et appliqué au milieu doué de la double réfraction les raisonnements et les calculs que j'avais faits dans le premier cas, ce qui serait nécessaire pour s'assurer de l'exactitude absolue de ces formules dans un problème aussi compliqué et aussi délicat.

Je dois dire aussi que, même dans le cas plus simple d'une réfraction unique, je n'ai point encore trouvé de démonstration générale qui me satisfît complétement pour la formule qui représente l'intensité des rayons réfléchis, quand la lumière incidente est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence; mais les calculs simples par lesquels j'y suis arrivé de plusieurs manières offrent de grandes probabilités théoriques.

Quant à la formule $\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}$, qui donne l'intensité de la lumière réfléchie, lorsque le faisceau incident est polarisé suivant le plan d'incidence, il est aisé de la démontrer en deux lignes de calcul d'une manière très-rigoureuse, à mon avis, et dans le cas le plus général, celui où les deux milieux diffèrent à la fois de densité et d'élasticité : il suffit

pour cela de s'appuyer sur ce principe, que *les petits déplacements molé-* XLI
culaires excités dans le second milieu par les ondes réfractées et ceux qui résultent à la fois, dans le premier milieu, des ondes incidentes et des ondes réfléchies, sont assujettis à la loi générale de continuité, c'est-à-dire, en d'autres termes, que *les molécules des deux milieux situées sur une même ligne droite*, par exemple, *doivent à chaque instant former deux courbes contiguës et tangentes l'une à l'autre au point où elles se réunissent sur la surface réfringente.*

Je n'ai pas encore publié cette démonstration. Dès que j'aurai un peu de temps à moi, je la rédigerai et l'enverrai à Monsieur Herschel [a].

10. J'ai donné un autre calcul des deux formules dans un Mémoire sur les modifications imprimées à la lumière polarisée par sa réflexion totale sur la surface intérieure des corps diaphanes, dont l'extrait a été publié dans le Bulletin de la Société philomathique du mois de février 1823. Ces deux formules avaient été déjà publiées sous une autre forme dans le tome XVII des *Annales de physique et de chimie*, pages 194 et 312.

Celle qu'on en déduit pour l'intensité de la lumière réfléchie dans le cas ordinaire où les rayons incidents n'ont reçu aucune polarisation préalable,

$$\frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}+\frac{1}{2}\frac{\tang^2(i-i')}{\tang^2(i+i')},$$

n'a encore été vérifiée que sur un petit nombre d'observations de M. Arago, rapportées dans le tome des Annales que je viens de citer, et sur deux nouvelles mesures d'intensité qu'il m'a communiquées récemment, mais dont il n'a pu me donner les angles qu'à un degré (1°) près, n'ayant pas encore terminé son expérience.

11. Je ne m'exprime pas rigoureusement en disant que c'est la formule ci-dessus qui a été vérifiée; ce sont plutôt les deux formules dont elle se compose; car dans le cas de réflexions multiples, comme celles

[a] On a retrouvé dans les papiers de Fresnel quelques feuillets de calculs, qui se rapportent peut-être à cette démonstration, mais aucun n'était susceptible d'être publié. (E. Verdet.)

N° LI. qui avaient lieu pour les observations de M. Arago, il est nécessaire de décomposer la lumière incidente en deux faisceaux polarisés, l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement au plan d'incidence, et de calculer séparément la lumière réfléchie provenant de chacun de ces deux faisceaux.

Les deux formules

$$\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')} \quad \text{et} \quad \frac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')}$$

servent aussi à calculer les déviations angulaires du plan de polarisation de la lumière réfléchie, quand les rayons incidents sont polarisés suivant un plan qui n'est ni parallèle, ni perpendiculaire au plan d'incidence. J'ai pu ainsi leur faire subir encore une vérification assez décisive en comparant leurs résultats numériques avec le tableau rapporté dans le tome XVII des *Annales de chimie et de physique*, page 314.

12. Jusqu'à présent aucun de mes Mémoires, excepté celui sur la diffraction de la lumière, n'a été imprimé en entier. J'espère faire imprimer, cet hiver, dans le recueil de l'Institut, mon Mémoire sur la double réfraction, qui est très-étendu et rédigé, je crois, avec plus de clarté que des extraits dans lesquels je n'avais point l'espace nécessaire pour expliquer suffisamment mes idées. Aussitôt que ce mémoire sera imprimé, je m'empresserai d'en envoyer un exemplaire à Monsieur Herschel[a].

13. M. Ampère m'a dit que Monsieur Herschel désirait particulièrement connaître l'expérience par laquelle je me suis assuré que, dans les cristaux à deux axes, les rayons dits *ordinaires* éprouvaient des changements de vitesse ou de réfraction : je crois que cette expérience est suffisamment décrite dans l'extrait imprimé de mon Mémoire sur la double réfraction que je joins à cette note.

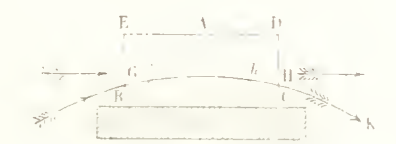
Si Monsieur Herschel le désire et que j'en trouve le temps, je lui ferai tailler deux cristaux de topaze collés bout à bout, qui mettront en évidence la variation de la réfraction ordinaire. J'ai donné à M. Oersted le petit appareil qui avait servi à mes expériences.

---

[a] La distribution des exemplaires détachés de ce Mémoire sur la double réfraction n'a été faite qu'après la mort de l'auteur.

Post-scriptum. — En relisant dans l'extrait de mon Mémoire sur la double réfraction la description de l'expérience au moyen de laquelle j'ai mis en évidence les variations de réfraction des rayons ordinaires dans la topaze, j'ai trouvé qu'elle n'était pas assez développée; c'est ce qui m'engage à y ajouter ici quelques éclaircissements. N° LI

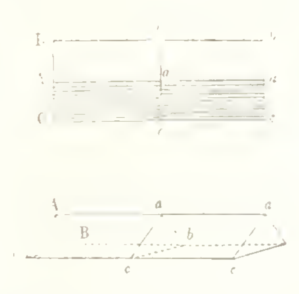
Le prisme de topaze BAC était achromatisé par deux prismes de



crown de Saint-Gobain EBA et ACD; son angle réfringent BAC se trouvait être de $92^\circ \frac{1}{2}$: on pouvait aussi en employer un plus fort pour rendre les petites différences de la réfraction plus sensibles.

En achromatisant le prisme de topaze, les deux prismes de crown ne détruisaient qu'une partie de la réfraction, en sorte que le faisceau lumineux était encore brisé de $15^\circ 18'$ environ par son passage au travers de cet appareil. En faisant tourner lentement celui-ci, je m'arrêtais au minimum de déplacement du point de mire, qui correspond à l'égale inclinaison des rayons incidents et émergents; j'étais certain qu'alors les rayons réfractés $g\ h$ traversaient le prisme de topaze dans une direction sensiblement parallèle à la base BC.

Ce prisme était composé de deux autres collés bout à bout, tels que



la seconde figure les représente en plan et en perspective. Ils avaient été rodés et polis ensemble, afin que leurs faces contiguës se trou-

N° LI. vassent exactement dans un même plan, ce qui avait été vérifié par la réflexion. Il est prudent de ne pas chercher à donner un poli très-vif à ces faces réfringentes, parce que la topaze s'échauffe dans ce travail et peut ramollir le mastic qui réunit les deux prismes : il serait même encore plus sûr de se contenter de les doucir; la térébenthine avec laquelle on colle dessus les prismes de crown compléterait le poli.

Dans l'un et l'autre prisme, la base BC$b'c'$, $b'c'bc$ est une face de clivage. Ainsi les rayons lumineux traversent les deux prismes de cristal parallèlement à leur face de clivage, c'est-à-dire perpendiculairement à l'axe de l'élasticité qui divise en deux parties égales l'angle aigu compris entre les deux axes optiques; mais ces prismes sont tournés d'ailleurs de telle sorte que dans l'un le plan des deux axes optiques est parallèle au faisceau lumineux, tandis qu'il lui est perpendiculaire dans l'autre; ce sont les deux directions qui donnent la plus grande différence entre les réfractions ordinaires. Il est remarquable que, dans les mêmes circonstances, la réfraction extraordinaire reste constante comme l'indiquait aussi la théorie.

Ainsi, lorsqu'on regarde à travers cet appareil une ligne noire tracée sur un papier blanc assez éloigné de l'observateur pour que les petites différences de réfraction deviennent sensibles, on voit qu'une des images de la ligne est brisée d'un prisme à l'autre, tandis que l'autre image de la ligne reste exactement à la même hauteur dans les deux prismes : or il est aisé de reconnaître que celle-ci est l'image extraordinaire, parce que c'est l'image la plus réfractée par le cristal, et que dans la topaze la réfraction extraordinaire est la plus forte. On observe en même temps que la réfraction la plus faible, qui est la réfraction ordinaire, est inégale dans les deux prismes, quoiqu'ils aient des angles réfringents parfaitement égaux, et qu'ils aient été tirés du même cristal.

14. Monsieur Herschel sera peut-être bien aise de connaître les formules générales avec lesquelles on peut calculer, pour toutes les incidences, soit la proportion de lumière polarisée sur la surface d'un corps transparent dont l'index de réfraction est donné, soit les déviations du

plan de polarisation des rayons réfléchis, quand le faisceau incident a subi une polarisation préalable. Elles se déduisent facilement et tout naturellement des deux formules N° LI

$$\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')} \quad \text{et} \quad \frac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')}.$$

L'expression qui donne la proportion de lumière polarisée contenue dans les rayons réfléchis est

$$\frac{\dfrac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}}{\dfrac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}+\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-i')}{\operatorname{tang}^2(i+i')}} \quad \text{ou} \quad \frac{\cos^2(i-i')}{\cos^2(i-i')+\cos^2(i+i')}.$$

La quantité de lumière polarisée par réfraction est égale à celle qui est polarisée par réflexion; mais la *proportion* dans le rayon réfracté est différente; elle serait exprimée par la formule

$$\frac{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-i')}{\operatorname{tang}^2(i+i')}}{1-\dfrac{1}{2}\dfrac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}-\dfrac{1}{2}\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-i')}{\operatorname{tang}^2(i+i')}} \quad \text{ou} \quad \frac{1-\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-i')}{\operatorname{tang}^2(i+i')}}{2-\dfrac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')}-\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-i')}{\operatorname{tang}^2(i+i')}},$$

qu'on pourrait mettre sans doute sous une forme plus simple.

Quant aux déviations angulaires du plan de polarisation de la lumière supposée polarisée complétement avant sa réflexion sur un corps transparent, elles découlent immédiatement des formules

$$\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')} \quad \text{et} \quad \frac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')},$$

qui représentent les intensités des vitesses absolues des molécules, ou les amplitudes de leurs vibrations dans les ondes réfléchies, selon que la lumière incidente est polarisée parallèlement ou perpendiculairement au plan d'incidence, c'est-à-dire, en d'autres termes, selon que ses vibrations sont perpendiculaires ou parallèles à ce plan. Si l'on appelle α l'angle que son plan de polarisation primitif fait avec le plan d'incidence, les deux composantes de ses mouvements vibratoires parallè-

N° LI. lement et perpendiculairement à ce plan seront $\sin\alpha$ et $\cos\alpha$, et dans les ondes réfléchies

$$\sin\alpha\,\frac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')} \quad \text{et} \quad \cos\alpha\,\frac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')};$$

en sorte que l'azimut de leur composante aura pour tangente

$$\frac{\cos\alpha\,\dfrac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')}}{\sin\alpha\,\dfrac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')}};$$

par conséquent le plan de polarisation des rayons réfléchis, qui est perpendiculaire à leurs vibrations, fera avec le plan d'incidence un angle dont la tangente sera égale à

$$\frac{\sin\alpha\,\dfrac{\operatorname{tang}(i-i')}{\operatorname{tang}(i+i')}}{\cos\alpha\,\dfrac{\sin(i-i')}{\sin(i+i')}} = \operatorname{tang}\alpha\,\frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')}.$$

On calculerait aussi aisément la direction du plan de polarisation du faisceau réfracté.

MÉLANGES ET EXTRAITS.

MÉLANGES ET EXTRAITS.

LII.

NOTES

SUR

DIVERSES QUESTIONS DE PHYSIQUE.

N° LII (A).

SUR L'ASCENSION DES NUAGES DANS L'ATMOSPHÈRE [a].

[*Annales de chimie et de physique*, t. XXI, p. 260, cahier de novembre 1821. — *Bulletin de la Société philomathique* pour 1822, p. 159.]

Parmi les causes qui doivent contribuer le plus efficacement à l'ascension des nuages dans l'atmosphère, il en est une à laquelle on paraît avoir fait peu d'attention, et sans laquelle cependant il me semble impossible de donner une explication complète et satisfaisante du phénomène : elle a l'avantage d'être indépendante de la constitution des globules d'eau ou de vapeur vésiculaire qui composent le nuage, et d'être également applicable au cas où il serait formé d'un assemblage

[a] Le même article a été publié dans la *Bibliothèque universelle* (de Genève), sciences et arts, nouvelle série, vol. XXI, n° 4, décembre 1822. (Voyez, à la suite, p. 258, une remarque de M. Deluc.)

N° LII (A). de cristaux de neige extrêmement déliés, comme cela peut avoir lieu pour les hautes régions de l'atmosphère.

On sait que l'air et tous les autres gaz incolores laissent passer les rayons solaires et même le calorique rayonnant sans s'échauffer sensiblement, et que, pour élever leur température, il faut le contact des corps solides ou liquides échauffés par ces mêmes rayons lumineux ou calorifiques. Cela posé, considérons le cas où un nuage serait formé de très-petits globules d'eau ou de cristaux de neige excessivement déliés. On conçoit d'abord qu'il résulte de l'extrême division de l'eau solide ou liquide du nuage un contact très-multiplié de l'air avec cette eau, susceptible d'être échauffée par les rayons solaires et par les rayons lumineux et calorifiques qui lui viennent de la terre, et qu'en conséquence l'air compris dans l'intérieur du nuage, ou très-voisin de sa surface, sera plus chaud et plus dilaté que l'air environnant : il devra donc être plus léger. Or il résulte également de notre hypothèse sur l'extrême division de la matière du nuage, que les particules qui le composent peuvent être très-rapprochées les unes des autres, ne laisser entre elles que de très-petits intervalles, et néanmoins être encore elles-mêmes très-fines relativement à ces intervalles; en sorte que le poids total de l'eau contenue dans le nuage soit une petite fraction du poids total de l'air qu'il comprend, et assez petite pour que la différence de densité entre l'air du nuage et l'air environnant compense, et au delà, l'augmentation de poids qui résulte de la présence de l'eau liquide ou solide. Lorsque le poids total de cette eau et de l'air compris dans le nuage sera moindre que le poids d'un volume égal de l'air environnant, le nuage s'élèvera jusqu'à ce qu'il parvienne à une région de l'atmosphère où il y ait égalité entre ces deux poids : alors il restera en équilibre. On voit que la hauteur à laquelle cet équilibre aura lieu dépendra de la finesse des particules du nuage et des intervalles qui les séparent.

L'air chaud et dilaté compris dans ces intervalles, qui tend à s'élever, n'y étant pas renfermé hermétiquement, doit peu à peu sortir du nuage : mais ce renouvellement de l'air intérieur ne peut s'effectuer que d'une

manière très-lente, à cause de la petitesse des intervalles qui séparent les globules d'eau; en sorte que la température du nuage reste toujours supérieure à celle de l'air environnant; d'ailleurs ce courant ascensionnel, par le frottement qu'il exerce sur la multitude des surfaces des particules du nuage, tend lui-même à les soulever, et cela avec d'autant plus d'énergie qu'il aurait plus de vitesse. XLII (A).

Pendant la nuit, le nuage est privé des rayons solaires, et sa température doit diminuer; mais il continue à recevoir les rayons calorifiques envoyés par la surface du globe, et l'on conçoit que, s'il a beaucoup d'épaisseur, sa température intérieure ne diminuera que très-lentement. D'ailleurs l'expérience prouve directement que les nuages ont encore, pendant la nuit, plus de chaleur que l'air qui les environne, puisqu'ils nous envoient plus de rayons calorifiques [1]. En supposant même que cette différence de température soit beaucoup moindre la nuit que le jour, les nuages ne devront s'abaisser qu'avec une extrême lenteur après le coucher du soleil, vu l'immense étendue de leur superficie relativement à leur poids; c'est une cause qui, sans concourir à leur élévation, contribue puissamment à leur suspension; ensuite le retour du soleil les ramènera à leur hauteur de la veille, si des vents ou quelques autres phénomènes météorologiques n'ont pas changé les circonstances atmosphériques et les conditions d'équilibre. Tout ce qui peut augmenter ou diminuer la division des particules du nuage ou les petits intervalles qui les séparent, et les changements qui surviennent dans la température de l'air environnant doivent faire varier les conditions d'équilibre, et par conséquent la hauteur à laquelle le nuage peut s'élever. Il est sans doute encore d'autres causes qui contribuent

[1] Dans la rédaction un peu précipitée de cet article, nous avons dit que l'expérience prouvait directement que les nuages conservent encore pendant la nuit une température supérieure à celle de l'air environnant, puisqu'ils nous envoient plus de chaleur. On peut objecter à ce raisonnement que toute la chaleur excédante est peut-être due à leur pouvoir réfléchissant. Mais par cela même qu'ils réfléchissent mieux la chaleur rayonnante émanée du globe que ne le fait l'air environnant, ils doivent s'en approprier davantage. Si l'on fait attention, d'ailleurs, que les particules du nuage, loin d'agir comme un miroir métallique, dispersent dans toutes les directions

N° LII (A). à l'élévation et à la suspension des nuages dans l'atmosphère, telles que les courants ascensionnels dont M. Gay-Lussac vient de parler dans les *Annales de chimie et de physique* : je ne me suis pas proposé ici de passer en revue toutes ces causes et de les discuter, mais seulement d'indiquer celle qui me paraît la plus influente.

le calorique rayonnant qu'elles réfléchissent, et qu'étant formées d'eau liquide ou solide, elles n'ont qu'un faible pouvoir réfléchissant on sentira qu'une partie notable de la chaleur envoyée doit provenir de la température propre du nuage [a].

[a] Note insérée dans le même volume du *Bulletin de la Société philomathique*, p. 198.

N° LII (B).

NOTE

SUR LA RÉPULSION

QUE LES CORPS ÉCHAUFFÉS EXERCENT LES UNS SUR LES AUTRES

A DES DISTANCES SENSIBLES

lue à l'Institut le 13 juin 1825.

(*Annales de chimie et de physique*, t. XXIX, p. 57-107, cahier de mai 1825.
Bulletin de la Société philomathique pour 1825, p. 85 (a).)

M. Libri a publié, l'année dernière, dans un journal italien, des expériences curieuses sur le mouvement de transport qu'éprouve une goutte liquide suspendue à un fil métallique dont on échauffe une des extrémités : il a observé que la goutte s'éloignait toujours de la source de chaleur, même lorsqu'il donnait au fil métallique une inclinaison très-sensible. Ce phénomène peut se concevoir par les changements que l'élévation de température apporterait dans l'action capillaire de la surface solide sur la goutte liquide, et qui seraient différents aux deux extrémités de la goutte inégalement échauffées. On peut admettre aussi (ce qui revient au même) que les molécules voisines se repoussent d'autant plus que leur température est plus élevée : dans cette hypothèse, chaque molécule liquide en contact avec le fil métallique se trouverait plus repoussée par la petite portion de sa surface située

(a) Cette seconde édition reproduit avec quelques variantes et retranchements l'article inséré dans le tome XXIX des *Annales de chimie et de physique*.

N° LII (B). du côté de la source de chaleur que par la portion contiguë, d'où résulterait une somme de petites actions qui tendraient toutes à éloigner la goutte liquide de l'extrémité échauffée.

Dans ces deux manières d'envisager le phénomène, il n'est pas nécessaire de supposer que l'action réciproque des molécules s'étend à des distances sensibles. Mais quelques autres expériences de M. Libri sur le même sujet paraissent indiquer des répulsions à distance, ainsi qu'il l'a observé. Néanmoins je n'oserais affirmer qu'elles établissent ce mode d'action, quoique j'aie reconnu son existence d'une autre manière : parce que les répulsions calorifiques à des distances de quelques millimètres sont si faibles que j'ai peine à les croire capables de surmonter le frottement de la goutte de liquide contre la surface du fil.

Pour vérifier certaines hypothèses, j'avais essayé depuis longtemps et inutilement de déplacer dans le vide, par l'action des rayons solaires réunis au foyer d'une loupe, un petit disque de clinquant attaché à l'extrémité d'une tige horizontale très-légère, suspendue à un fil de soie. Je m'étais proposé depuis d'essayer si ce disque mobile ne serait pas repoussé par un corps échauffé placé près de lui ; mais j'aurais sans doute encore tardé beaucoup à exécuter ce projet, si M. Libri ne m'avait communiqué ses intéressantes observations ; ce sont elles qui, en me faisant considérer le succès comme probable, m'ont engagé à tenter plus tôt cette expérience.

Pour la faire commodément, j'ai attaché aux deux extrémités d'un fil d'acier très-fin, aimanté et suspendu par un fil de cocon, un disque de clinquant et un autre disque découpé dans une feuille de mica, afin de pouvoir essayer avec le même appareil un corps opaque et un corps transparent. Le corps fixe qui devait repousser l'aiguille était un disque de clinquant. J'ai fait le vide sous la cloche de verre qui couvrait l'appareil, avec assez de soin pour que l'élasticité du gaz restant indiquée par le mercure de l'éprouvette ne fût guère que d'un ou deux millimètres ; ensuite j'ai porté la cloche au soleil, et je l'ai tournée de manière que le fil d'acier aimanté fût peu écarté de la direction du

méridien magnétique, et assez cependant pour que l'un des disques N° LII (B.
mobiles attachés à ses extrémités exerçât une très-légère pression sur le disque fixe, afin qu'il restât en contact avec lui. L'appareil étant ainsi disposé, j'ai fait tomber les rayons solaires, réunis par une loupe, tantôt sur le disque fixe, tantôt sur le disque mobile, et aussitôt celui-ci s'écartait brusquement du premier. Je le maintenais éloigné, et quelquefois même à un centimètre de distance, en continuant d'échauffer un des disques. Quand je retirais la loupe, l'aiguille ne revenait pas sur-le-champ toucher le corps fixe, mais s'en rapprochait graduellement, en exécutant de petites oscillations. Il est très-probable que, si j'avais employé des corps plus épais, et partant plus difficiles à refroidir, ce retour à la position primitive aurait été encore plus lent.

Il m'a semblé que le disque transparent était un peu moins repoussé que le disque de clinquant; j'ai remarqué aussi que la manière la plus avantageuse d'échauffer les corps pour les maintenir à une distance très-grande était de porter le foyer de la loupe sur une des surfaces en regard. Je ne suppose pas qu'il y ait dans ce cas un effet dû à la réflexion, mais seulement qu'on échauffe plus fortement ainsi la surface qui doit exercer l'action répulsive.

Pour m'assurer que ces phénomènes n'étaient pas occasionnés par le peu d'air ou de vapeur resté sous la cloche, j'ai laissé rentrer l'air graduellement, et, en répétant l'expérience lorsque l'air intérieur était devenu quinze ou vingt fois plus dense qu'au commencement, j'ai reconnu que la répulsion n'avait pas augmenté d'énergie d'une manière sensible, comme cela aurait eu lieu si elle avait été occasionnée par le mouvement de l'air échauffé; il y avait même certaines positions du disque mobile relativement au disque fixe pour lesquelles on ne pouvait pas produire des écarts aussi grands que dans le vide.

Ces répulsions ne provenaient pas d'un développement d'électricité; car si l'action des rayons solaires avait électrisé le disque mobile, il aurait été attiré par le disque fixe au lieu d'en être repoussé, celui-ci communiquant avec le sol. On ne peut pas les attribuer non plus à une action magnétique; car, lorsqu'on échauffait le disque fixe, il repoussait

N° LII (B). *également* les deux disques mobiles suspendus aux deux pôles de l'aiguille aimantée[a].

En raison de la force directrice qui tend à ramener le fil d'acier dans le méridien magnétique, l'appareil que je viens de décrire peut servir à mesurer la répulsion calorifique de deux corps à des distances différentes. On pourrait faire encore avec le même appareil plusieurs autres expériences assez intéressantes. J'aurais désiré que cette Note en présentât les résultats, afin qu'elle fût plus digne d'être communiquée à l'Académie; mais ces expériences exigent du temps et sont pénibles, parce qu'il faut faire le vide chaque fois qu'on change l'appareil. J'espère que des physiciens plus habiles, ou qui auront plus de loisir, ne dédaigneront pas de concourir à ces recherches, qui promettent des résultats neufs et curieux, et jetteront peut-être quelque jour sur la théorie de la dilatation des corps par la chaleur[b].

---

[a] Au lieu de ce paragraphe, on lit dans l'article précité du tome XXIX des *Annales de chimie et de physique* :

« J'ai essayé si l'interposition d'un écran opaque composé de deux feuilles de clinquant, séparées par un mince intervalle, intercepterait l'action répulsive du disque fixe sur le disque mobile, quand on échaufferait l'un des deux : il m'a paru que l'écran empêchait la répulsion. Mais interceptait-il entièrement cette action? C'est ce qu'il était difficile de décider par ce moyen, parce que l'interposition de l'écran obligeait de laisser un intervalle assez considérable entre le disque fixe et le disque mobile, pour que la chaleur de l'un ou de l'autre ne se communiquât pas trop vite à l'écran. »

[b] Nous reproduisons ici le *post-scriptum* de l'article précité du tome XXIX des *Annales de chimie et de physique* :

« *P. S.* — Pour compléter cette note, je dois y ajouter ma réponse à l'objection d'un illustre géomètre, qui m'a demandé si j'étais certain que les phénomènes de répulsion dont je venais d'entretenir l'Académie n'étaient pas dus à quelque électricité développée par la chaleur.

« Dans mon appareil, la tige métallique qui porte le disque fixe communique avec le sol par le tuyau de cuivre qui traverse le plateau de verre sur lequel repose la cloche; en sorte que, si l'on électrisait le disque mobile en faisant tomber dessus le

N° LII (B)

OBSERVATIONS À AJOUTER À LA NOTE SUR LES RÉPULSIONS DES CORPS ÉCHAUFFÉS.

(*Annales de chimie et de physique*, t. XXIX, p. 107.)

De nouvelles expériences m'ont fait reconnaître qu'on ne pouvait pas admettre l'explication que j'ai proposée à la fin de cette Note, pour les phénomènes particuliers que présentent les disques épais : car si, comme je le supposais, la face du disque mobile frappée par

---

foyer des rayons solaires, il serait toujours attiré par le disque fixe, au lieu d'en être repoussé.

« On ne pourrait pas supposer avec plus de vraisemblance que ces phénomènes proviennent d'une action magnétique; car, si en portant le foyer sur le disque fixe on l'aimantait, il repousserait à la vérité une des extrémités du fil d'acier, mais il attirerait l'autre, tandis qu'il les repousse toutes les deux également. En général, une répulsion *constante* dans des circonstances variées et même opposées exclut la supposition d'une action électrique ou magnétique.

« En répétant avec des disques plus épais l'expérience ci-dessus, il m'a paru que la force répulsive n'était pas sensiblement augmentée. Si l'on suppose cette observation exacte et les températures égales dans les deux cas, on pourrait en conclure que la force qui dévie l'aiguille aimantée dépend seulement de l'étendue de ces surfaces, et n'émane pas de toutes les molécules comprises dans l'épaisseur du disque échauffé. En essayant des corps de diverses natures et notamment des corps transparents, dont on ferait varier l'épaisseur, il serait peut-être possible de déterminer ainsi jusqu'à quel degré ils interceptent les actions répulsives provenant de l'élévation de température.

« Quand le disque mobile est un peu épais et qu'on échauffe sa surface extérieure, il arrive souvent qu'il reste longtemps en contact avec le disque fixe, et s'en éloigne au contraire dès qu'on retire la loupe. Cela tient probablement à une grande différence de température entre les deux surfaces du disque mobile, d'où il pourrait résulter que celle qui reçoit les rayons solaires serait autant repoussée par la paroi de la cloche que l'autre surface le serait par le disque fixe. Au reste, je ne présente cette explication qu'avec méfiance, n'ayant pas eu le temps de la vérifier par de nouvelles expériences. »

N° LII (B). les rayons solaires éprouvait une répulsion sensible de la paroi voisine de la cloche, on dévierait aussi l'aiguille aimantée en portant le foyer de la loupe sur l'autre disque mobile éloigné du disque fixe : or c'est ce qui n'a pas lieu.

Avec des pièces de cuivre d'un centime suspendues aux extrémités du fil d'acier aimanté, j'ai obtenu des effets d'attraction très-apparents. Lorsque je portais les rayons solaires sur la face extérieure du disque mobile voisin du disque fixe, il s'en rapprochait et venait s'appliquer contre lui, comme s'il en avait été attiré. Cette attraction n'était pas occasionnée sans doute par un développement d'électricité: car les rayons solaires réunis sur l'autre disque mobile ne produisaient pas d'effet sensible, quoique le fil d'acier établît une communication métallique entre les deux disques suspendus.

J'ai observé des actions du même genre dans plusieurs autres circonstances: mais j'ai encore trop peu étudié ces phénomènes singuliers pour en donner une description exacte et générale. Je puis dire seulement que les expériences que j'ai faites jusqu'à présent me confirment dans l'opinion que les répulsions et même les attractions produites par la chaleur ne proviennent pas d'un développement de *tension électrique:* et, si elles tiennent à un état d'aimantation momentanée des disques échauffés, il m'a paru du moins que la distribution du magnétisme suivait ici des lois particulières.

N° LII (C).

NOTE

SUR DES ESSAIS AYANT POUR BUT DE DÉCOMPOSER L'EAU AVEC UN AIMANT.

(*Annales de chimie et de physique*, t. XV, p. 219, cahier d'octobre 1820.)

Lorsqu'on voit un courant électrique aimanter un cylindre d'acier en parcourant une hélice métallique qui l'enveloppe, il est naturel d'essayer si un barreau aimanté ne peut pas reproduire un courant voltaïque dans l'hélice enveloppante : non que cela paraisse au premier abord une conséquence nécessaire des faits ; car, si l'état d'aimantation de l'acier n'était, par exemple, qu'un nouvel arrangement de ses molécules ou une distribution particulière d'un fluide, on conçoit que ce nouvel état pourrait bien ne pas reproduire le mouvement qui l'a établi. J'ai cru néanmoins qu'il n'était pas inutile de tenter cette expérience.

A cet effet, j'ai enveloppé un barreau aimanté d'une hélice en fil de fer [1]. J'avais choisi le fer, parce qu'il s'oxyde facilement dans l'eau ; j'ai aussi employé du fil de laiton, mais sans succès, même lorsque l'eau était acidulée. J'observais à la vérité, dans ce cas, une oxydation lente, mais au même degré sur les deux extrémités du fil.

[1] Il est inutile d'expliquer ici pourquoi l'hélice est la forme la plus favorable au succès de l'expérience. Je renvoie, à ce sujet, au beau Mémoire de M. Ampère, qui le premier a pensé à adopter cette courbe pour augmenter l'action des courants galvaniques sur l'acier, et qui a essayé, par un appareil semblable à celui que je viens de décrire, la réaction d'un aimant sur une hélice, en jugeant, à l'aide d'une aiguille aimantée, de l'existence du courant galvanique, lorsque, de mon côté, je faisais une expérience analogue, en cherchant à décomposer l'eau par ce même courant.

N° LII (C.) J'avais eu soin d'isoler l'hélice de l'aimant, en recouvrant de soie celui-ci, de peur que la tension électrique produite par l'hélice ne fût détruite par le contact avec ce barreau métallique, sur la surface duquel l'électricité aurait pu courir alors dans le sens de sa longueur.

Mes trois premières expériences avec du fil de fer m'ont paru présenter une confirmation frappante de mes conjectures, et j'ai eu l'honneur d'annoncer à l'Académie des sciences, dans la séance du 6 novembre, que je venais d'obtenir des signes assez certains de l'action galvanique des aimants. Mais j'ai observé depuis des anomalies nombreuses dont je n'ai pu découvrir la cause, et qui me font regarder comme très-douteux maintenant ce qui m'avait paru certain d'abord. Ce qui m'avait le plus frappé dans ma seconde expérience, où j'avais vu l'extrémité du fil qui devait jouer le rôle de fil positif s'oxyder fortement, tandis que l'autre extrémité conservait son éclat métallique, était la permanence de cet état pendant une semaine entière. L'extrémité négative s'était couverte d'une espèce de poussière blanche, que j'avais prise d'abord pour des bulles naissantes, mais qui, vue au microscope, m'a présenté un dépôt salin que je soupçonne être du sulfate de chaux; car l'eau que j'avais employée en contenait un peu. C'est sans doute ce léger dépôt qui a préservé pendant si longtemps de l'oxydation l'extrémité du fil sur laquelle il s'est formé. Dans trois ou quatre expériences que j'ai faites avec l'eau distillée, j'ai toujours vu les deux extrémités du fil de fer s'oxyder l'une et l'autre, et la différence qu'on pouvait y remarquer était tantôt dans un sens et tantôt dans l'autre. Sans doute, si j'avais obtenu des résultats constants avec l'eau chargée d'un peu de plâtre, j'aurais été en droit d'en conclure l'existence du courant galvanique, malgré les anomalies que présentait l'eau distillée, qui est mauvais conducteur de l'électricité; mais avec l'eau ordinaire, j'ai observé des variations très-considérables dans ces phénomènes, et même des résultats tout à fait inverses, quoique, à la vérité, en moindre nombre que les résultats favorables. Si donc l'aimant produit un courant galvanique dans l'hélice enveloppante, il est assez faible pour que ses effets soient souvent masqués par des causes accidentelles très-légères, ou

du moins telles que je n'ai pu jusqu'à présent les découvrir et les écarter à volonté.

Ce qui me fait le plus douter maintenant que les résultats des premières expériences soient dus à l'action de l'aimant, c'est que des appareils beaucoup plus puissants, que j'ai employés depuis, n'ont pas offert moins d'anomalies dans leur action sur l'eau; et c'est, à mon avis, une forte objection contre les conjectures qui m'avaient suggéré ces expériences; car, la cause augmentant, l'effet devait augmenter aussi.

J'ai peine à croire, par la même raison, au succès des tentatives que Ritter avait faites depuis longtemps pour décomposer l'eau par l'action magnétique; car, en disposant plusieurs aimants de manière à former une pile galvanique (suivant son hypothèse), il n'a pas pu produire de résultats plus saillants que ceux qu'il avait obtenus avec un seul aimant.

Puisque je viens de parler des expériences de Ritter, je crois devoir faire observer ici qu'elles ne ressemblent à celles que j'ai tentées que par l'application d'un aimant et d'un fil de fer à la décomposition de l'eau, et qu'elles en diffèrent beaucoup dans les dispositions des appareils. Ceux que j'ai employés m'étaient indiqués par des considérations tellement différentes que, si j'avais réussi dans mes essais, j'aurais dû obtenir, à volonté, soit le dégagement de l'hydrogène, soit l'oxydation sur la même extrémité du fil, selon que l'hélice aurait été *dextrorsum* ou *sinistrorsum*; tandis que, d'après l'hypothèse et les expériences de Ritter, ce changement de forme n'en doit point apporter dans les résultats.

A l'aide de mon appareil le plus puissant, composé de six barreaux fortement aimantés, j'ai essayé de charger un excellent condensateur; mais je n'ai pu obtenir aucune trace d'électricité. A la vérité, les électromètres dont je me suis servi n'avaient pas toute la sensibilité que j'aurais désirée pour une expérience de ce genre.

J'ai employé ensuite un électroscope d'une autre nature, et qui est le plus sensible de tous: c'était une grenouille fraîchement écorchée. En mettant une des extrémités de l'hélice en contact avec une feuille

N° LII (C). d'étain sur laquelle reposaient ses cuisses, et l'autre extrémité en contact avec une feuille d'étain qui enveloppait ses nerfs lombaires, j'ai remarqué des convulsions; mais je les obtenais également, et au même degré d'intensité, à ce qu'il m'a semblé, en substituant à l'appareil magnétique un simple arc de fil de fer. Lorsqu'une extrémité de ce fil de fer, au lieu de poser sur l'enveloppe métallique des nerfs lombaires, les touchait immédiatement, les convulsions étaient beaucoup plus fortes; c'est qu'alors elles étaient excitées par l'action galvanique d'un arc composé de deux métaux différents, l'étain en contact avec les cuisses et le fer qui touchait aux nerfs. Ainsi le courant électrique dans l'hélice de l'appareil magnétique (si toutefois il en existait un) était beaucoup plus faible que le courant produit par le simple contact du fer et de l'étain.

Je dois ajouter, de la part de M. Ampère, que les petits mouvements que lui avait montrés une aiguille aimantée, lorsqu'il en approchait un circuit de fil de laiton dont une partie était pliée en hélice autour d'un aimant, ne se sont pas répétés d'une manière constante, et qu'ils étaient d'ailleurs si faibles, qu'il n'aurait pas publié cette expérience si le succès de la mienne, qu'il croyait certain, ne l'avait persuadé que ces petites agitations étaient occasionnées aussi par un courant électrique résultant de l'action de l'aimant sur l'hélice dont il était enveloppé.

N° LII (D)[1].

NOTES

RELATIVES AUX EXPÉRIENCES D'ARAGO

CONCERNANT L'INFLUENCE EXERCÉE PAR UN ANNEAU OU DISQUE DE CUIVRE SUR LES OSCILLATIONS DE L'AIGUILLE AIMANTÉE.

I

Une des observations les plus curieuses qui aient été faites sur les oscillations de l'aiguille aimantée est celle que M. Arago a communiquée récemment à l'Académie des sciences. En essayant un instrument destiné à mesurer les variations d'intensité du magnétisme terrestre, il a remarqué que les oscillations de l'aiguille aimantée diminuaient d'amplitude beaucoup plus vite dans l'intérieur de l'anneau de cuivre où elles s'exécutaient que lorsqu'on faisait osciller l'aiguille sous une cloche de verre ou dans un anneau de bois de même diamètre que l'anneau de cuivre. L'épaisseur de celui-ci a une grande influence sur le phénomène; ce qui prouve qu'il n'est pas dû à la simple action de la surface. Un disque de cuivre placé sous l'aiguille aimantée, à une très-petite distance, produit des effets du même genre, qui sont d'autant plus sensibles que le disque est plus voisin de l'aiguille et a plus d'épaisseur. M. Arago a reconnu aussi que d'autres métaux, tels que l'argent, etc. exerçaient une influence semblable sur l'aiguille aimantée. Ce qu'il y a de remarquable dans ce genre d'action, c'est qu'il ne

[1] D'après un manuscrit d'A. Fresnel qui porte des corrections de la main d'Arago.

N° LII (D). change pas sensiblement la durée de chaque oscillation, mais tend seulement à en diminuer l'amplitude, comme le frottement dans l'air ou dans tout autre fluide.

Nous ne parlerons pas encore des hypothèses par lesquelles on pourrait essayer d'expliquer ce singulier phénomène, parce qu'il n'y a pas assez de faits recueillis pour les vérifier. Nous attendrons que M. Arago ait publié les recherches qu'il a annoncées à l'Académie, ou que d'autres physiciens aient éclairci la question par des expériences nouvelles; car, en faisant connaître cette importante découverte, M. Arago a invité en quelque sorte tous les savants à s'en occuper.

II

SUR LA DURÉE D'OSCILLATION D'UNE AIGUILLE AIMANTÉE APPLIQUÉE CONTRE UNE AIGUILLE DE CUIVRE [a].

Lorsque M. Arago nous communiqua, il y a près d'un an, à M. Savary et à moi, son observation curieuse sur l'affaiblissement rapide du mouvement d'une aiguille aimantée qui oscille dans un anneau de cuivre, et nous demanda comment nous expliquerions ce phénomène, nous songeâmes l'un et l'autre, et chacun de notre côté, à une action passagère de l'aiguille aimantée sur les divers points de l'anneau de cuivre devant lesquels elle passe, d'où résulterait une petite attraction variable de position, mais qui tirerait constamment l'aiguille en arrière, et tendrait à ralentir son mouvement d'une manière analogue au frottement de l'air, c'est-à-dire de telle sorte que la durée de chaque oscillation ne fût pas changée. Nous proposâmes l'un et l'autre cette explication à M. Arago, et M. Savary la soumit au calcul, tandis que j'avais borné mes réflexions sur ce sujet à un simple aperçu.

(a) D'après une note autographe que nous croyons inédite.

J'avais cessé depuis longtemps de m'occuper de ce phénomène remarquable, dont je ne devais rechercher l'explication et les conséquences qu'autant que j'y serais invité par M. Arago lui-même, lorsque ce savant a livré sa curieuse expérience aux méditations de tous les physiciens, en la communiquant à l'Académie des sciences. La publication de cette communication intéressante dans le Bulletin de la Société philomathique m'a rappelé mon hypothèse d'une aimantation passagère exercée sur le cuivre, et, pour la vérifier, j'ai songé d'abord à fixer contre une aiguille aimantée une aiguille en cuivre du même poids et à faire osciller ensemble les deux aiguilles accouplées. Si l'aiguille en cuivre ne faisait que doubler la masse du système, sans éprouver d'influence magnétique, la durée de chaque oscillation devait être augmentée dans le rapport de $\sqrt{2} : 1$; mais si l'aiguille en cuivre était aimantée par celle d'acier, avec laquelle elle était en contact, ses pôles étant tournés en sens contraire, il devait en résulter une diminution dans l'attraction exercée sur le système par le magnétisme du globe, et par conséquent un ralentissement plus considérable dans la vitesse des oscillations. C'est effectivement ce qui est confirmé par une expérience que j'ai faite hier avec M. Savary. (V. LII. p.)

En faisant osciller d'abord les deux aiguilles réunies, et ensuite l'aiguille aimantée toute seule, nous avons trouvé, pour la durée de cent oscillations, 189^s, 2 et 115^s, 3; ce qui donne pour le rapport entre les forces divisées par les masses $\left(\frac{189,2}{115,3}\right)^2$, ou 2,69, au lieu du rapport 2 : 1, qu'on devrait trouver si l'aiguille en cuivre n'éprouvait aucune influence magnétique.

Néanmoins nous ne présentons point encore cette expérience comme une confirmation suffisante de l'hypothèse par laquelle nous avions essayé, M. Savary et moi, d'expliquer l'observation de M. Arago.

Il sera intéressant de laisser un intervalle entre les deux aiguilles accouplées et de mesurer l'influence de cette distance sur la durée des oscillations.

Nous nous proposons aussi d'essayer plusieurs autres métaux, tels

N° LII (D). que le zinc, l'étain, l'argent etc. Il est très-possible qu'outre le petit nombre de corps susceptibles d'une aimantation permanente, il y en ait beaucoup d'autres que le cuivre qui puissent éprouver l'aimantation passagère (pour employer le langage de notre hypothèse).

Paris le 13 décembre 1824.

N° LIII.

N° LIII.

SOLUTION

D'UNE

QUESTION GÉOMÉTRIQUE

PROPOSÉE AUX ÉLÈVES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

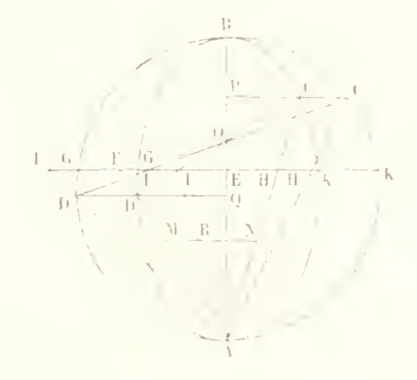
(*Correspondance sur l'École polytechnique*, t. I, p. 78,
cahier de messidor an XIII (juin-juillet 1805).)

THÉORÈME.

Si l'on fait une section quelconque dans un ellipsoïde de révolution, et qu'on prenne cette section pour base d'une surface conique dont le sommet serait une des extrémités du grand axe de l'ellipsoïde, cette surface conique sera coupée suivant un cercle par tout plan mené perpendiculairement au grand axe.

DÉMONSTRATION PAR M. FRESNEL JEUNE, ÉLÈVE DE LA PREMIÈRE DIVISION.

Soit BCAD la section faite dans l'ellipsoïde par un plan conduit sui-



(a) Voyez, au sujet de la solution de cette question proposée par Legendre, l'Éloge académique d'A. Fresnel, tome I des *Œuvres complètes d'Arago*, p. 112-113.

N° LIII. vant l'axe perpendiculairement au plan coupant; soit CD l'intersection de ce plan méridien et du plan coupant : si je joins AC et AD, j'aurai les arêtes extrêmes de la surface conique qui a pour sommet le point A et pour base la section faite par le plan CD dans l'ellipsoïde. Si je mène un plan quelconque perpendiculairement à l'axe AB, ce plan coupera la surface conique suivant un cercle. En effet, soit MN l'intersection de ce plan perpendiculaire et du plan méridien; soit R un point quelconque de MN; je vais démontrer que l'ordonnée menée par le point R dans l'intersection du cône et du plan MN est l'ordonnée d'un cercle décrit sur MN comme diamètre. Pour cela, par le point A et le point R je mène une droite qui rencontre DC en I; par le point I je mène une perpendiculaire à AB qui rencontre AC et AD aux points H et F : il s'agit de démontrer que, si, suivant FH, on mène un plan perpendiculaire à l'axe AB, l'ordonnée menée par le point I dans l'intersection de ce plan et de la surface conique est l'ordonnée d'un cercle décrit sur FH comme diamètre. Mais l'ordonnée au point I de l'intersection de la surface conique et du plan FH est la même que l'ordonnée menée par le point I dans l'intersection du plan CD et de l'ellipsoïde. Or celle-ci est l'ordonnée d'un cercle décrit sur GK comme diamètre (G et K étant les points de rencontre de l'ellipse ACBD et de la droite FH), et son carré est par conséquent égal à $GI \times IK$; mais le carré de l'ordonnée menée par le point I dans le cercle décrit sur FH comme diamètre est égal à $FI \times IH$: il faut donc démontrer qu'on a $FI \times IH = GI \times IK$.

Pour cela, sur AB comme diamètre je décris une circonférence: par les points C et D je mène les lignes CP et DQ perpendiculaires à AB; je prolonge les ordonnées EG, EK, CP, DQ jusqu'à ce qu'elles rencontrent la circonférence aux points G', K', C', D'. Je joins D'C' qui rencontre AB au même point O que CD; car, si l'on représente par a et b le grand axe et le petit axe de l'ellipsoïde, on aura

$$CP : C'P :: b : a \quad \text{et} \quad DQ : D'Q :: b : a,$$

et par conséquent

$$CP : C'P :: DQ : D'Q.$$

Par le point A et les points D' et C' je mène des droites qui rencontrent G'K' aux points F' et H'; soit I' le point où C'D' rencontre F'K'; il est aisé de voir qu'on aura $F'I' \times I'H' = G'I' \times I'K'$; en effet les deux triangles F'I'D' et I'C'H' sont semblables; car les angles F'I'D' et C'I'H' sont égaux; de plus on a $AF'E = 100° - F'AE = 100° - \frac{1}{2}D'B$; mais on a $D'C'A = \frac{1}{2}D'A$; or $\frac{1}{2}D'A + \frac{1}{2}D'B$ est égal à 100°; donc l'angle D'F'I' est égal à l'angle I'C'H'; donc les deux triangles I'D'F' et I'H'C' sont semblables; donc on a N° LIII.

$$F'I' \times I'H' = D'I' \times I'C' = G'I' \times I'K'.$$

Maintenant on a les proportions

$$PC : PC' :: b : a, \quad \text{et} \quad DQ : D'Q :: b : a;$$

donc on a

$$IE : I'E :: b : a, \quad FE : F'E :: b : a \quad \text{et} \quad EH : EH' :: b : a;$$

donc on a les proportions

$$FI : F'I' :: b : a \quad \text{et} \quad HI : H'I' :: b : a;$$

d'où l'on tire

$$F'I' = \frac{a}{b}FI \quad \text{et} \quad H'I' = \frac{a}{b}HI.$$

On a les proportions

$$GE : G'E :: b : a \quad \text{et} \quad KE : K'E :: b : a;$$

mais on a

$$IE : I'E :: b : a;$$

donc on a

$$GI : G'I' :: b : a \quad \text{et} \quad IK : I'K' :: b : a;$$

d'où l'on tire

$$G'I' = \frac{a}{b}GI \quad \text{et} \quad I'K' = \frac{a}{b}IK.$$

Nous venons de démontrer qu'on avait $F'I' \times I'H' = G'I' \times I'K'$; donc on a

$$\frac{a}{b}FI \times \frac{a}{b}HI = \frac{a}{b}GI \times \frac{a}{b}IK \quad \text{ou} \quad FI \times HI = GI \times IK;$$

N° LIII mais $GI \times IK$ est égal au carré de l'ordonnée menée par le point I dans l'intersection du cône et du plan FH; donc le carré de cette ordonnée est égal à $FI \times IH$, c'est-à-dire au carré de l'ordonnée menée par le même point I dans le cercle décrit sur FH comme diamètre; donc l'ordonnée au point R de la section faite dans la surface conique par le plan MN est celle d'un cercle décrit sur MN comme diamètre: donc cette section est un cercle.

LIV.

EXTRAITS
DE DIVERS MÉMOIRES

INSÉRÉS

DANS LE BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE ET DANS LE BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES DE FÉRUSSAC [a].

N° LIV (A).

EXTRAIT D'UN MÉMOIRE
SUR DE NOUVEAUX PHÉNOMÈNES DE PRODUCTION DE CHALEUR,
PAR M. POUILLET.

[*Bulletin de la Société philomathique* pour 1822, p. 107.]

M. Pouillet, en faisant des expériences sur des métaux réduits en poudre, sur des oxydes et sur beaucoup d'autres composés du règne minéral, est parvenu à reconnaître que tous les corps dégagent de la chaleur quand ils sont mis en contact avec des liquides qui les peuvent mouiller. Les thermomètres qu'il emploie dans ce genre de recherches sont tellement sensibles, qu'ils donnent facilement le centième de degré centigrade. Les élévations de température qui résultent des expériences, quand l'eau est le liquide qui mouille, sont à peu près comprises, pour

[a] On publie ces extraits, aujourd'hui bien peu intéressants, afin de ne rien omettre des œuvres déjà *imprimées* de Fresnel. On a cru cependant pouvoir se dispenser de reproduire un extrait du Rapport sur l'hygromètre de M. Babinet, qu'on trouvera tout entier plus loin [N° LV (B)]. [E. VERDET.]

N° LIV (A) toutes les substances inorganiques, entre un quart de degré et un demi-degré. Les huiles de différentes sortes, l'alcool et l'éther acétique donnent des élévations de température comprises entre des limites qui diffèrent peu des premières; mais, en général, les corps qui dégagent le plus de chaleur avec un liquide ne sont pas ceux qui en dégagent le plus avec un autre, et il ne paraît pas qu'on puisse reconnaître dans ces phénomènes aucune loi qui ait rapport soit à la capacité des corps pour la chaleur, soit à quelque autre de leurs propriétés. Il en résulte cependant cette proposition générale : *à l'instant où un liquide mouille un solide, il y a dégagement de chaleur.*

L'action qui s'exerce entre un solide réduit en poudre et un liquide qui le mouille étant de même nature que l'action qui s'exerce entre deux corps qui se touchent et qui contractent une adhérence plus ou moins forte, M. Pouillet regarde comme très-probable qu'en général il y a dégagement de chaleur quand deux corps se touchent, comme il y a développement d'électricité.

Ce Mémoire contient d'autres séries d'expériences sur les tissus organiques du règne végétal et du règne animal; sur les bois, les substances filamenteuses, les écorces, les racines, les fruits, les graines de différentes sortes; sur l'éponge, la soie, les cheveux, la laine, l'ivoire, les tendons; sur différentes peaux et différentes membranes animales. Toutes ces substances ont, comme on sait, la propriété de se laisser pénétrer par l'eau et par d'autres liquides, et d'en *absorber* une grande quantité. Dans tous ces phénomènes d'absorption, M. Pouillet a reconnu qu'il y a dégagement de chaleur; il y a même des cas où ce dégagement se fait d'une manière étonnante, car le thermomètre s'élève de 6 ou 7 degrés centigrades, et quelquefois il monte jusqu'à 10.

Il en conclut cette autre proposition générale : *à l'instant où un solide absorbe un liquide, il y a dégagement de chaleur.*

Voilà donc, comme le dit l'auteur du Mémoire, une nouvelle source de calorique, qui joue sans doute un grand rôle dans les phénomènes de la végétation et dans ceux de la vie organique. S'il n'est pas facile

de démêler son influence dans ces phénomènes compliqués, il importe au moins de la faire connaître aux physiologistes, pour qu'ils en tiennent compte et pour qu'ils essayent d'en suivre les effets.

De toutes ces expériences et du rapport qui existe entre les quantités de chaleur qui se dégagent par la simple action de mouiller et celles qui se dégagent par l'absorption, M. Pouillet conclut que les liquides absorbés ne sont pas chimiquement combinés avec les corps qui les absorbent. Si les tissus organiques dégagent plus de chaleur que les poussières inorganiques quand on les mouille, ce n'est pas que l'action soit différente, mais elle s'exerce seulement sur une plus grande surface, parce que les fibres organiques sont incomparablement plus déliées que les plus fines poussières. Ainsi l'action de mouiller et l'absorption sont deux phénomènes identiques, et il n'y a pas plus de combinaison chimique dans un cas que dans l'autre. Enfin, pour confirmer cette conséquence, il suffit de remarquer qu'un même corps, un tendon, par exemple, dégage à peu près la même quantité de calorique, soit qu'il absorbe l'eau, soit qu'il absorbe l'huile, l'alcool ou l'éther acétique. Or, s'il y avait combinaison entre le tendon et l'eau qu'il absorbe, ne devrait-on pas conclure aussi qu'il y a combinaison entre le tendon et l'huile, ou l'alcool, ou l'éther? Ne devrait-on pas conclure, en général, que tout corps absorbant se combine chimiquement avec le liquide qu'il absorbe, en sorte que la condition d'absorber deviendrait une condition de combinaison, ce qui est tout à fait contraire aux véritables analogies chimiques?

Les sels qu'on a privés d'eau de cristallisation ont bien, comme le corps organique, la propriété d'absorber l'eau et de dégager de la chaleur en l'absorbant; mais ce n'est pas une absorption, c'est une véritable combinaison en proportion définie. Au reste M. Pouillet annonce qu'il donnera de nouveaux développements sur les phénomènes que présente l'eau de cristallisation, et sur des propriétés curieuses de dégagement de chaleur qui se manifestent dans beaucoup de combinaisons.

N° LIV (B).

SUR UNE NOUVELLE EXPÉRIENCE ÉLECTRO-MAGNÉTIQUE DE M. SAVARY.

[*Bulletin de la Société philomathique* pour 1822, p. 40.]

M. Savary, dont les premiers essais dans la carrière des sciences annoncent les progrès qu'elles lui devront probablement un jour, ayant imaginé un appareil pour mettre en mouvement un conducteur plié en spirale, par l'action des courants qui traversent l'eau acidulée où on le fait plonger, et qui se rendent ensuite dans le conducteur, M. Ampère a fait exécuter cet appareil, et le conducteur a tourné dans le sens qu'avait prévu le jeune physicien auquel nous le devons. Ce sens est déterminé par celui des spires, et reste toujours le même quand on renverse la direction des courants. C'est ce qui distingue le mouvement dû à cette cause de celui qui est produit par l'action du globe terrestre, et qui a lieu en sens opposé quand les courants sont excités alternativement dans deux directions contraires. La force émanée du globe, étant moindre que celle des courants de l'eau acidulée, s'ajoute ou se retranche, suivant que les deux forces agissent pour faire tourner la spirale dans le même sens ou en sens contraire. On remarque en effet que le mouvement de révolution est plus rapide dans le premier cas que dans le second.

N° LIV (C).

SUR LA VITESSE DU SON DANS L'ATMOSPHÈRE.

[*Bulletin de la Société philomathique* pour 1824, p. 522.]

M. Olinthus Grégory a tenté diverses expériences en Angleterre pour déterminer la vitesse du son dans l'air; les résultats sont consignés dans le *Philosophical Magazine*, juin 1824. Les épreuves ont été faites tant de jour que de nuit, soit en se servant du bruit des cloches, soit de l'explosion d'un canon ou d'un fusil; tantôt lorsque le son courait au-dessus de la terre, tantôt lorsqu'il était transmis à la surface de l'eau. Quelques expériences ont pour objet le son réfléchi.

A 3600 pieds anglais de distance, le baromètre étant à 29.7 pouces et le thermomètre de Fahrenheit à 45°, par un temps humide mais sans pluie, le vent étant faible et dans une direction perpendiculaire à celle de la ligne parcourue par le son, on a trouvé que l'intervalle a été décrit en $3^s,25$; $3^s,3$; $3^s,25$; $3^s,2$; $3^s,26$. La moyenne est $3^s,252$: la vitesse du son est donc de 1107 pieds par seconde, à 45° de température.

Le même jour, toutes circonstances restant les mêmes, treize autres épreuves ont donné 1108 pieds par seconde.

Ces résultats, énoncés en mesures françaises, reviennent à

$337^m,563$ par seconde, à — 7°,22 centigr. barom. $0^m,7541$.

D'autres expériences donnèrent :

$335^m,510$	par seconde,	à — 2°,77	centigr. barom.	$0^m,7572$
$334^m,667$	———	à + 0°,55	———	$0^m,7600$
$336^m,039$	———	à + 0°,55	———	$0^m,7582$
$334^m,363$	———	à + 0°,55	———	$0^m,7472$
$335^m,887$	———	à + 1°,66	———	$0^m,7612$

N° LIV (C). Dans toutes ces épreuves le vent soufflait à peine. M. Grégory entreprit une autre série d'expériences pour apprécier l'influence du vent, dont il mesurait la vitesse avec un bon anémomètre. Les conséquences qu'il tire de ces épreuves sont les suivantes :

A la température de + 0°,55 du thermomètre centigrade, la vitesse du son dans une atmosphère tranquille est de 335m,277 par seconde. Les dernières expériences faites par les académiciens français, réduites à la même température par la formule connue, ne donnent que 331 mètres.

Selon M. Grégory, il faut ajouter 0m,313 pour chaque degré centigrade au-dessus, et ôter 0m,313 pour chaque degré au-dessous de la température + 0°,55; à 10° la vitesse est de 337m,867. La formule usitée donne une vitesse un peu plus considérable que celle qui vient d'être indiquée. L'auteur tire de ses épreuves des conséquences conformes à ce qui était déjà connu, savoir que :

1° Le son court uniformément dans les directions horizontales;

2° La vitesse ne varie pas sensiblement quand l'intensité du son change, et, par suite, quel que soit l'instrument sonore;

3° Le vent est une puissante cause pour modifier la vitesse et l'intensité du son. Si le vent court dans le même sens que le son, sa vitesse s'ajoute à celle du son; elle s'en retranche dans le cas d'une direction contraire;

4° Après avoir frappé un corps, le son se réfléchit en conservant la même vitesse; en sorte qu'on peut aussi bien mesurer les distances des corps qui produisent les échos, par le temps que le son emploie à se faire entendre, que les distances directes;

5° La vitesse du son s'accroît quand la température s'élève.

Le Mémoire est terminé par le tableau suivant des expériences faites à Madras par M. Goldingham :

Nº LIV (G).

MOIS.	BAROMÈTRE.	THERMO-CENTI[GRADE].	HYGROMÈTRE.	VITESSE DU SON.
Janvier	764m,9	26°,13	6°,2	335,582
Février	764,95	25,46	14,70	340,459
Mars	763,5	27,94	15,22	345,640
Avril	762,5	29,88	17,23	348,993
Mai	759,0	31,17	19,92	350,821
Juin	759,4	30,61	24,77	352,650
Juillet	759,55	30,36	27,85	354,784
Août	759,97	29,45	21,54	354,479
Septembre	760,87	29,15	18,97	351,125
Octobre	763,15	29,06	18,23	343,811
Novembre	764,92	27,41	8,18	335,582
Decembre	763,90	26,32	1,43	334,971

M. Grégory croit, d'après ces résultats, que la vitesse du son est plus influencée par l'état hygrométrique de l'air qu'on ne le pense communément : car la vitesse varie dans ces expériences de 335 mètres à 355 mètres, tandis que le baromètre et le thermomètre varient à peine : mais l'hygromètre éprouve dans ces circonstances des changements considérables. On ignore d'ailleurs quelle est l'espèce d'échelle hygrométrique dont M. Goldingham s'est servi, ce qui ne permet pas d'en tirer des conséquences précises.

A. F.

N° LIV (D).

EXTRAIT D'UNE DISSERTATION

SUR LA PARTIE DE L'OPTIQUE QUI TRAITE DES COURBES DITES CAUSTIQUES,

PAR AUGUSTE DE LA RIVE.

[GENÈVE, 1823.]

[*Bulletin des sciences mathématiques de Férussac* pour 1824, t. I, p. 231.]

La théorie des caustiques est la branche de l'optique dont les progrès peuvent contribuer le plus au perfectionnement de ces instruments précieux qui ont déjà si prodigieusement reculé les limites de la vision et agrandi le champ des observations astronomiques. Malus, en traitant ce sujet à l'aide d'une analyse très-relevée, a donné des résultats d'une grande généralité, mais qui par cela même sont d'une application difficile. M. de la Rive s'est proposé de chercher les propriétés les plus simples des courbes caustiques, c'est-à-dire de celles dont l'usage peut être le plus commode pour la pratique. Dans la dissertation qu'il vient de publier, il traite des caustiques produites par la réflexion des rayons lumineux sur une surface sphérique, et de celles qui résultent de leur passage dans un milieu réfringent terminé par une surface plane ou sphérique. Il s'occupe aussi du cas où les rayons lumineux éprouvent successivement deux réfractions en traversant une plaque à faces parallèles; mais il renvoie à un autre mémoire la théorie des caustiques provenant de deux surfaces sphériques.

Pour une seule surface réfringente le calcul conduit à un théorème remarquable et qui peut se démontrer par la simple géométrie : c'est qu'il y a toujours une position de point lumineux telle que les rayons réfractés viennent concourir exactement en un même point.

L'auteur observe que, l'équation de la caustique dépendant du rapport des sinus d'incidence et de réfraction, on pourrait déterminer ce rapport en mesurant certaines dimensions de cette courbe; mais le procédé ordinaire nous paraît bien préférable. En visant une ligne lumineuse avec une lunette achromatique, au travers du prisme dont on veut connaître le pouvoir réfringent, on doit obtenir des résultats beaucoup plus exacts. N LIV

A. F.

LV.

RAPPORTS ACADÉMIQUES[1].

N° LV (A).

RAPPORT

FAIT A L'ACADÉMIE DES SCIENCES

SUR L'INSTRUMENT IMAGINÉ PAR M. BENOIT

POUR MESURER L'ÉPAISSEUR DES GLACES MONTÉES.

(Séance du 29 décembre 1823.)

Nous avons été chargés, M. Ampère et moi, de rendre compte à l'Académie d'un instrument imaginé par M. Benoît pour mesurer l'épaisseur des glaces montées.

Tout le monde a remarqué qu'on pouvait estimer jusqu'à un certain point l'épaisseur d'une glace en observant l'intervalle qui sépare un objet placé contre sa surface de l'image réfléchie par le tain. C'est de cette manière que les miroitiers jugent de l'épaisseur des glaces montées; mais quelque justesse de coup d'œil que l'habitude leur ait donnée, on conçoit qu'ils ne peuvent obtenir ainsi que des évaluations grossières. Il arrive souvent d'ailleurs que d'autres personnes beaucoup moins exercées ont besoin de connaître l'épaisseur de glaces montées.

[1] On a jugé inutile de reproduire deux rapports de quelques lignes sur des communications peu dignes d'occuper l'attention de l'Académie.

N° LX (A). dont elles veulent faire l'acquisition, pour en estimer la valeur : car les grandes glaces sont d'autant moins sujettes à éprouver ces légères flexions qui déforment les images, et ont d'autant plus de prix, en conséquence, qu'elles ont une plus grande épaisseur. Il était donc utile de fournir aux miroitiers, et à toutes les personnes qui achètent des glaces montées, un moyen simple et commode d'en mesurer l'épaisseur : c'est le but que M. Benoît s'est proposé dans la construction de son instrument, qu'il a nommé *pachomètre*.

Il porte une languette mobile qu'on appuie contre la surface de la glace, et un secteur en cuivre dont le côté supérieur sert à diriger le rayon visuel. Cette ligne prolongée doit passer par l'extrémité de la languette quand celle-ci est enfoncée dans sa coulisse. Veut-on mesurer l'épaisseur de la glace, on pousse la languette en avant, ou, ce qui revient au même, on retire le secteur en arrière jusqu'à ce que le rayon visuel, qui d'abord passait par l'extrémité de la languette, aille rencontrer l'image de ce point. La quantité dont on a fait glisser la languette est donnée par une échelle divisée en demi-millimètres, gravée sur cette lame de cuivre : c'est précisément la distance du point de mire posé sur la surface de la glace au point où le rayon visuel dirigé vers son image vient rencontrer cette même surface. Si l'on connaît de plus l'inclinaison du rayon visuel, ou l'angle du secteur, on conçoit qu'il sera facile de calculer l'épaisseur de la glace, à l'aide des lois de la réflexion et de la réfraction. Pour dispenser de ce petit calcul dans l'usage de l'instrument, M. Benoît a donné au rayon visuel une inclinaison telle que l'intervalle mesuré sur la languette est une fois et demie l'épaisseur de la glace : en sorte qu'il suffit d'en prendre les deux tiers pour avoir cette épaisseur.

L'angle d'incidence qui satisfait rigoureusement à cette condition varie un peu avec le pouvoir réfringent du verre. M. Benoît, en rendant le secteur mobile dans plusieurs de ses pachomètres, a laissé la faculté de changer l'inclinaison du rayon visuel selon la nature du verre dont on veut connaître l'épaisseur, et il indique la manière de régler le pachomètre sur une glace dont on peut mesurer l'épaisseur

directement : c'est l'inverse de l'opération précédente. À cette occasion l'auteur remarque que le même instrument pourrait servir aussi à mesurer le pouvoir réfringent des différentes espèces de verre; mais le procédé ordinaire est bien préférable dans ce cas, où l'on veut obtenir des résultats très-exacts. N° LX A

Au reste, le pachomètre remplit parfaitement son objet spécial, même avec un angle fixe, vu que les petites différences de réfraction des glaces ne peuvent apporter qu'une erreur d'un vingt-cinquième au plus sur la mesure de leur épaisseur; ce qui d'ailleurs est à peu près la limite de la précision de l'instrument.

Nous pensons que le pachomètre à angle fixe est l'instrument le plus simple qu'on puisse employer pour mesurer l'épaisseur des glaces montées, et que cette invention de M. Benoît mérite l'approbation de l'Académie.

Paris, le 29 décembre 1823.

A. FRESNEL, *Rapporteur*

A. AMPÈRE.

N° LV (B).

RAPPORT

SUR LE NOUVEL HYGROMÈTRE

PRÉSENTÉ

A L'ACADÉMIE DES SCIENCES PAR M. BABINET.

[Séance du 1er mars 1824.]

[*Annales de chimie et de physique*, t. XXVI, p. 367, cahier d'août 1824.]

L'Académie nous a chargés, MM. Gay-Lussac, Dulong et moi, de lui rendre compte du nouvel hygromètre qui lui a été présenté récemment par M. Babinet, professeur de physique au collége royal de Saint-Louis.

Pour mesurer les petits allongements que la chaleur produit dans des tiges métalliques, ou la grosseur de fils ou de cylindres d'un petit diamètre, on s'est d'abord servi de leviers dont les deux bras étaient très-inégaux, de manière que les moindres déplacements d'une des extrémités du levier produisissent un mouvement très-sensible à l'autre bout; mais on a remarqué ensuite des causes d'erreur dans ce procédé, et l'on a reconnu qu'il était plus sûr de mesurer directement les petites longueurs au moyen de verniers ou de vis micrométriques.

C'est un perfectionnement semblable que M. Babinet a apporté dans l'hygromètre de Saussure. On sait que les allongements du cheveu y sont indiqués par une longue aiguille fixée sur une petite poulie autour de laquelle le cheveu s'enroule. Les deux bras du levier sont ici dans le rapport du rayon de la poulie à la longueur de l'aiguille. A l'extrémité inférieure du cheveu est attaché un petit poids qui le tient tou-

jours tendu; mais on aperçoit une cause d'erreur dans la possibilité de N° LX (B)
petites variations du centre de rotation et dans la flexion du cheveu, dont la partie enroulée sur la poulie peut bien ne pas conserver exactement la même longueur quand cette poulie tourne autour de son axe. Il est à craindre aussi que les petits frottements de ce mécanisme n'en diminuent la sensibilité, et qu'il n'obéisse pas sur-le-champ à de très-légers changements hygrométriques du cheveu; ce qui oblige de lui donner de petites secousses.

Dans la disposition adoptée par M. Babinet, tous ces inconvénients disparaissent : le poids est librement suspendu au cheveu, dont on mesure l'allongement directement, en visant avec un microscope fixe un repère gravé sur ce poids. Le cheveu est attaché, par son extrémité supérieure, à une pièce mobile que mène une vis micrométrique, au moyen de laquelle on la relève ou on l'abaisse, jusqu'à ce que le trait de repère coïncide avec le fil du microscope : alors l'extrémité inférieure du cheveu se retrouve dans sa position primitive, et son allongement est donné par la quantité dont il a fallu élever ou abaisser son extrémité supérieure, quantité que la vis micrométrique mesure à moins d'un centième de millimètre près. Si donc l'allongement total du cheveu est de 5 ou 6 millimètres, comme dans l'hygromètre de M. Babinet, où il a $0^{m},25$ de longueur, on pourra observer jusqu'aux cinq-centièmes de l'échelle hygrométrique, c'est-à-dire les cinquièmes de degrés ordinaires.

Pour déterminer les deux points extrêmes, on enveloppe d'un cylindre de verre la partie verticale de l'instrument qui contient le cheveu, et l'on introduit alternativement de l'eau et de l'acide sulfurique concentré dans le vase que renferme le pied de l'instrument. On ramène, dans les deux cas, le repère sur le fil du microscope, et l'on note les indications de la vis micrométrique: leur différence, ou la quantité totale dont la vis a marché, donne l'étendue de l'échelle hygrométrique, qu'on divise en cent parties égales pour avoir la longueur de chaque degré.

L'hygromètre, ainsi enveloppé d'un tube de verre, peut être vissé sur

N° LV (B). un appareil fermé dont on voudrait connaître l'humidité intérieure. Dans son usage le plus ordinaire, qui sera toujours d'observer les variations hygrométriques de l'air, on a soin au contraire de le débarrasser de son enveloppe.

M. Babinet a placé dans le même instrument trois cheveux attachés à la même pièce de cuivre que fait mouvoir la vis micrométrique, mais tendus par des poids séparés, et dont les allongements sont ainsi tout à fait indépendants; en sorte qu'on a trois hygromètres dans un, qui se contrôlent mutuellement. Leurs indications comparées ne lui ont présenté que des différences d'un demi-degré, accord bien supérieur à celui des hygromètres ordinaires.

On peut adapter à cet appareil toute substance hygrométrique en fil ou tige mince, flexible ou non, et étudier commodément les dilatations que l'humidité lui fait éprouver. M. Babinet n'a encore examiné que les fils de cocon, dont l'allongement est environ moitié moindre que celui des cheveux, mais qui ont sur ceux-ci l'avantage de varier d'une manière presque proportionnelle aux différents degrés de saturation, de ressentir plus promptement l'influence hygrométrique de l'air, et d'être moins affectés par les changements de température.

Cet appareil simple et ingénieux, que M. Babinet présente seulement comme un perfectionnement de l'hygromètre de Saussure, facilitera beaucoup l'étude des propriétés hygrométriques des corps, et apportera un plus haut degré de précision dans les observations météorologiques. Nous pensons en conséquence qu'il mérite l'approbation de l'Académie.

N° LV (C).

RAPPORT

SUR L'INSTRUMENT À TAILLER DES MIROIRS PARABOLIQUES DE MM. THILORIER (PÈRE ET FILS).

(Séance du 15 mars 1824.)

L'Académie nous a chargés, M. Molard et moi, de lui rendre compte de l'instrument proposé par M. Thilorier pour exécuter des miroirs paraboliques, elliptiques ou hyperboliques, et dont il a donné la description dans un Mémoire lu à l'Institut le 28 octobre 1815.

Cet instrument est une plaque d'acier dont le tranchant résulte de l'intersection d'un cône avec un plan. On conçoit qu'il serait long et dispendieux de scier un cône d'acier : aussi M. Thilorier l'avait-il composé de plaques juxtaposées, qu'on pouvait séparer après l'exécution de la surface conique. J'ai l'honneur de remettre sous les yeux de l'Académie les deux modèles que l'auteur lui avait déjà présentés.

Cette application des sections coniques à l'exécution exacte des courbes du second degré n'était pas une chose nouvelle : il y avait longtemps que les artistes s'en servaient pour obtenir des calibres. Mais M. Thilorier proposait de faire ces calibres en acier trempé, et de les employer à tailler les surfaces de révolution engendrées par les courbes du second degré. Il avait surmonté assez heureusement les difficultés de la trempe dans les deux petits cônes qui sont sous les yeux de l'Académie. Ce succès lui faisait espérer qu'on pourrait em-

 ployer son procédé pour donner aux miroirs de télescope la courbure parabolique. Mais l'alliage dont on les fait est si dur qu'il peut à peine être entamé par la lime; et, en le supposant même moins difficile à tailler, l'exactitude de la courbure du tranchant d'acier serait trop promptement altérée pour qu'on pût atteindre ainsi à la précision extrême qu'exigent les miroirs de télescope.

Suivant le procédé de M. Thilorier, la plaque d'acier présentant un tranchant parabolique sera maintenue dans une situation fixe et disposée de manière que son axe coïncide parfaitement avec l'axe de rotation du tour qui portera le miroir et le fera tourner autour de ce couteau. On conçoit qu'alors les parties du tranchant voisines de l'axe ou du sommet de la parabole s'useront bien moins vite que celles qui répondent au bord du miroir, où les circonférences des cercles décrits par les points de sa surface sont beaucoup plus considérables. Si les diverses parties du tranchant s'usaient proportionnellement à l'étendue des cercles qu'elles exécutent, sa courbure resterait parabolique; son paramètre seulement se trouverait un peu diminué; ce qui serait sans inconvénient. Mais l'inégale épaisseur des copeaux de métal que ce couteau aura à enlever sur la surface du miroir ébauché, et peut-être aussi les différents degrés de dureté de son tranchant, altéreront promptement la régularité de sa courbure. Ainsi l'on ne peut pas le regarder comme un instrument assez précis pour être utile à l'optique: mais il peut servir à exécuter avec plus d'exactitude qu'on ne l'a fait jusqu'à présent les miroirs paraboliques et elliptiques en cuivre employés aux expériences de physique sur la chaleur rayonnante, le métal étant alors assez tendre pour qu'une seule révolution du tour n'altère pas sensiblement la courbure de l'outil.

Aussi est-ce à cet objet que M. Thilorier fils borne maintenant l'application de l'instrument de son père, auquel il a apporté des perfectionnements essentiels.

Après avoir trempé sa plaque d'acier, il redresse soigneusement, en l'usant sur un plan, le côté plat du tranchant, que la trempe rend toujours un peu gauche, surtout quand la plaque a de grandes dimen-

sions; puis il enchâsse la plaque dans un fort mandrin de bois, qui peut en recevoir plusieurs autres, et le porte sur un tour au moyen duquel il exécute la portion de surface conique qui doit former l'autre côté du tranchant. Ce rodage s'opère avec une pierre à aiguiser montée sur un chariot dont le mouvement de va-et-vient est maintenu dans la direction de l'arête du cône par des règles sur lesquelles ses roues s'appuient. Le même tour servira à affûter de nouveau le tranchant de l'outil, dès qu'il en aura besoin; ce qu'on pourra faire d'une manière expéditive à l'aide de repères, au moyen desquels on remettra l'axe de la courbe dans la même position. Il est très-important aussi que l'axe de cette courbe coïncide parfaitement avec celui du tour qui porte le miroir, quand on y fixe l'outil. Les repères une fois réglés bien exactement sur ce tour, la pose de la plaque d'acier pourra se faire et se répéter facilement. Mais, au lieu de simples lignes tracées sur cette plaque, nous pensons qu'il serait bon d'y ajuster des petites pièces d'arrêt qui s'appliqueraient exactement contre d'autres pièces d'arrêt correspondantes, fixées sur le tour à affûter et sur celui qui porte le miroir : cela rendrait la pose de la plaque plus sûre et plus prompte.

M. Molard a fait observer à M. Thilorier que le miroir rencontrerait en sens contraires les deux moitiés du tranchant, en tournant autour de l'axe de la courbe, mais qu'on peut composer les plaques d'acier de deux pièces qu'on affûtera ensemble et qu'on séparera ensuite pour les employer. Le miroir aura déjà été soigneusement ébauché par le procédé ordinaire, de manière qu'une seule révolution autour du couteau suffise pour régulariser sa surface; après quoi le couteau sera porté de nouveau sur le tour à affûter avant de servir à tailler un second miroir.

Nous pensons qu'avec toutes ces précautions on pourra obtenir des résultats satisfaisants et exécuter des réflecteurs paraboliques ou elliptiques beaucoup plus exacts que ceux qui ont été faits jusqu'à présent.

En conséquence nous avons l'honneur de proposer à l'Académie

N° LV (G). d'accorder son approbation au procédé de M. Thilorier, pour l'encourager à poursuivre ses essais.

Paris, le 15 mars 1824.

A. FRESNEL, *Rapporteur.*

MOLARD.

N° LX (D).

RAPPORT

SUR LE MICROSCOPE DE M. SELLIGUE.

(Séance du 30 août 1824.)

(*Annales de chimie et de physique*, t. XXVII, p. 4[illegible].)

Nous avons été chargés par l'Académie, M. de Humboldt, M. de Mirbel et moi, de lui faire un rapport sur le microscope qui lui a été présenté, dans sa séance du 5 avril dernier, par M. Selligue.

Le perfectionnement des microscopes est, comme celui des télescopes, du plus haut intérêt pour le progrès des sciences. Si les uns étendent le champ des observations astronomiques, les autres nous font apercevoir les détails les plus délicats de l'organisation des végétaux et des animaux; ils montrent à nos yeux une foule de petits êtres vivants et de phénomènes cachés, plus curieux et plus admirables peut-être que le grand spectacle des cieux. Il reste sans doute à l'homme bien plus de découvertes à faire dans ces merveilles dont il est entouré, qui sont sous sa main et qu'il peut soumettre à des expériences variées, que dans l'étude des corps célestes.

On doit donc s'étonner que les opticiens aient négligé jusqu'à présent d'appliquer aux microscopes les combinaisons achromatiques, qu'ils emploient depuis longtemps pour les télescopes et même pour de simples lorgnettes, surtout quand on réfléchit combien il est difficile de se procurer de grands morceaux de flint-glass exempts de stries pour achromatiser les objectifs des lunettes astronomiques, tandis que cette difficulté capitale n'existe plus pour les petites lentilles objectives des microscopes. Si l'on a tant tardé à apporter dans leur cons-

N° LX (D). truction cette amélioration essentielle, cela tient sans doute à ce que les services qu'ils ont rendus aux sciences naturelles, entre les mains d'observateurs habiles, sont encore assez récents. Les découvertes dues aux lunettes astronomiques sont plus anciennes. L'utilité de leurs applications est généralement sentie, tandis que les observations microscopiques semblent destinées seulement à satisfaire notre curiosité. Mais quand elles n'auraient d'autre avantage que de permettre à l'homme de pénétrer un peu plus avant dans les secrets de la nature, n'est-il pas heureux que quelques esprits inventifs s'efforcent de lui procurer ces jouissances élevées, lorsque tant d'autres sont occupés à satisfaire ses besoins physiques? D'ailleurs, des exemples multipliés ont assez prouvé que les découvertes qui d'abord semblaient n'intéresser que la science finissent presque toujours par recevoir des applications utiles. Sans doute les observations microscopiques, en éclairant la physiologie végétale et animale, contribueront aussi dans la suite à notre bien-être physique. On doit donc, sous tous les rapports, attacher une grande importance aux perfectionnements des microscopes, et savoir gré au savant opticien Amici, et à M. Selligue, de leurs heureux efforts pour atteindre un but si désirable.

On sait que les microscopes sont composés, comme les télescopes, d'un objectif et d'un oculaire : le premier sert à produire une image amplifiée de l'objet, dont les rayons sont ensuite reçus par l'oculaire, qui la présente à l'œil en l'amplifiant encore, comme une loupe au travers de laquelle on regarderait les caractères d'un livre. Les corps célestes, ou même terrestres, qu'on observe avec un télescope sont toujours infiniment plus éloignés de l'objectif que leur image : c'est l'inverse dans les microscopes composés; l'objet est beaucoup plus près de l'objectif que son image, et voilà pourquoi celle-ci est, absolument parlant, plus grande que l'objet. Si, par exemple, la distance de l'image est dix fois celle de l'objet, le diamètre de l'image sera dix fois plus grand que celui de l'objet.

Dans les microscopes ordinaires, la lentille objective a toujours un très-court foyer, surtout pour les forts grossissements. On se sert du

même oculaire en changeant seulement la lentille objective, selon le Nº LX (1)
degré de grossissement que l'on veut obtenir.

M. Amici a remarqué le premier qu'en rendant les objectifs plus parfaits, il ne serait pas nécessaire de leur donner un foyer aussi court : ce qui laisserait les objets plus distants de l'extrémité voisine de l'instrument et permettrait de les éclairer plus commodément par-dessus, quand ils sont opaques. En effet, plus l'image produite par l'objectif a de netteté, plus on peut augmenter la force de l'oculaire qui sert à l'observer.

Dans les objectifs dioptriques des microscopes ordinaires, deux choses nuisent à la netteté des images : l'aberration de réfrangibilité, qui en colore les contours, et l'aberration de sphéricité, qui concourt aussi à les rendre vagues.

Pour obtenir un achromatisme parfait, M. Amici a abandonné les objectifs dioptriques et leur a substitué un miroir concave, comme Newton l'avait fait pour les télescopes. Quant à l'aberration de sphéricité, l'opticien de Modène a dû la corriger complétement, si, comme il l'annonce, les petits miroirs concaves de ses beaux microscopes ont une courbure rigoureusement elliptique : car alors tous les rayons partis d'un même point de l'objet situé à l'un des foyers de l'ellipse vont se réunir aussi en un point unique à l'autre foyer, où se forme l'image.

Mais, en admettant que cette condition soit exactement remplie, la combinaison catoptrique de M. Amici présente encore plusieurs inconvénients : 1° les deux réflexions successives des rayons incidents, d'abord sur un miroir plan et ensuite sur le miroir concave, en diminuent l'intensité de près des trois quarts ; de plus le miroir plan intercepte une partie des rayons réfléchis par l'autre, et précisément ceux qui sont les plus voisins de l'axe ; 2° les miroirs métalliques ne sont pas susceptibles de recevoir un poli aussi parfait que le verre, et les défauts de poli, toutes choses égales d'ailleurs, ont plus d'influence sur la réflexion que sur la réfraction ; 3° enfin le moindre frottement raye aisément la surface des miroirs métalliques, qu'altère aussi l'action prolongée d'un air humide.

(1)

N° LX (D). En un mot, les raisons pour lesquelles on préfère généralement les lunettes astronomiques aux télescopes se représentent ici, et ce sont elles sans doute qui ont déterminé M. Selligue à substituer au miroir concave d'Amici une lentille achromatique composée d'un crown et d'un flint, qui offre sensiblement les mêmes avantages sans avoir les mêmes inconvénients, et se rode dans des bassins sphériques, par les procédés ordinaires, tandis que les miroirs elliptiques d'Amici ne peuvent être exécutés avec précision que par des moyens qu'il n'a pas fait connaître. A la vérité, ces lentilles achromatiques produisent nécessairement un peu d'aberration de sphéricité; mais, comme elles affaiblissent peu les rayons qui les traversent, il n'est pas nécessaire de leur donner un diamètre aussi grand qu'à un miroir concave pour obtenir la même quantité de lumière : or on sait que l'aberration de sphéricité diminue comme le carré du diamètre de la lentille.

Pour augmenter le grossissement, M. Selligue compose son objectif de deux, trois et jusqu'à quatre lentilles achromatiques. Ces lentilles ayant à peu près la même longueur de foyer, quand on emploie les quatre à la fois, au lieu d'une, on doit rapprocher l'objet quatre fois davantage environ, pour que l'image se trouve à la même distance, et en conséquence le diamètre de l'image est devenu quatre fois plus grand.

On peut encore agrandir l'image en l'éloignant de l'objectif par un petit rapprochement de l'objet. Trois tubes glissant les uns dans les autres, dont se compose le corps de l'instrument, permettent d'en doubler la longueur et d'éloigner ainsi l'oculaire d'une quantité double de sa distance primitive.

Enfin, lorsque les quatre lentilles achromatiques de l'objectif sont réunies, et tous les tuyaux tirés, on obtient encore un plus fort grossissement, sans changer l'oculaire, en vissant un verre concave à l'extrémité du tube qui le porte. Ce verre concave se trouve situé en avant de l'image formée par l'objectif, et l'amplifie en augmentant la divergence des faisceaux lumineux; mais comme il change en même temps le lieu du foyer conjugué, ce n'est que par un calcul, à la vérité très-simple, qu'on se rend bien compte de l'effet produit.

Le grossissement de l'instrument à ce *maximum* est de cinq cents fois, N° LX (D)
et, à son *minimum*, de vingt-cinq ou trente fois le diamètre de l'objet, quand on a supprimé le verre concave, ainsi que trois des lentilles objectives, et renfoncé les tuyaux. Au moyen du tirage des tuyaux, et en replaçant successivement les quatre pièces supprimées, on passe graduellement du second grossissement au premier. Avec un oculaire plus fort et un verre plus concave, on peut le porter jusqu'à 900, et la lumière d'une lampe suffit encore pour éclairer les objets transparents, mais les contours ont beaucoup perdu de leur netteté.

Le corps de la lunette est fixé au haut du pied qui le supporte, par une charnière autour de laquelle il peut tourner et prendre les inclinaisons qu'on veut, depuis la direction horizontale jusqu'à la verticale.

Pour éclairer les corps transparents, M. Selligue emploie, comme dans les microscopes ordinaires, un miroir concave placé au-dessous de l'objet, et qui réfléchit la lumière de bas en haut en concentrant ses rayons. Mais il a ajouté un écran situé à 2 centimètres au-dessous du porte-objet, et percé d'un petit trou de 1 ou 2 millimètres, qui correspond exactement à l'axe du corps de la lunette et ne laisse ainsi tomber sur l'objet ou dans son voisinage que des rayons peu inclinés à l'axe. Un second diaphragme percé d'un trou de $3^{mm},50$ d'ouverture, placé au-dessus de l'objet, à 15 millimètres environ, et qui se trouve toujours éloigné du premier de 5 à 6 centimètres au moins, intercepte tous les rayons un peu trop éloignés de l'axe; en sorte que le pinceau de lumière qui environne l'objet, et va former le champ lumineux sur lequel son image se détache, n'est composé que de rayons presque parallèles à l'axe de l'instrument, et qui, n'ayant traversé que les parties centrales des lentilles objectives, ont éprouvé fort peu d'aberration de sphéricité; ce qui donne une grande netteté aux contours de l'image, du moins tant que le grossissement n'excède pas 200. Mais le second diaphragme, en réduisant beaucoup l'ouverture de l'objectif, occasionne une diminution considérable dans l'intensité de la lumière, diminution qu'on ne pourra éviter qu'en donnant plus

N° LX (D). de perfection encore à l'objectif, afin qu'il puisse supporter une ouverture plus grande [1]. Au reste, sous le rapport de la clarté, les autres microscopes dioptriques ne nous ont pas paru l'emporter sur celui de M. Selligue.

Lorsqu'on porte son grossissement à 500, la lumière des nuées ne suffit plus pour bien éclairer les contours des objets, et il faut employer la lumière plus vive d'une lampe, qui en outre a l'avantage d'être fixe et constante. Dès qu'on supprime le verre concave, la lumière du ciel est suffisante dans la plupart des cas. A la vérité, le grossissement n'est plus alors que de 200 : mais on gagne en netteté ce qu'on perd en grandeur. Il nous a paru que l'addition de ce verre ou la substitution d'un oculaire plus fort ne faisaient pas mieux distinguer les petits détails et n'augmentaient pas réellement la puissance de l'instrument, moins pour une vue ordinaire.

M. Selligue éclaire les objets opaques en dessus au moyen d'un prisme dont la base reçoit les rayons sous l'incidence de la réflexion totale, et dont les faces d'entrée et de sortie sont convexes, de manière à concentrer le faisceau lumineux sur l'objet. Ce prisme sert à la fois de miroir et de loupe. Il a sur un miroir étamé l'avantage de réfléchir la lumière avec plus d'abondance et de n'être pas sujet aux mêmes altérations.

Il résulte de l'essai qui a été fait du nouveau microscope par M. de Mirbel, que cet instrument est très-supérieur à ceux dont il s'était servi jusqu'à présent. Malheureusement, aucun des Commissaires n'a eu à sa disposition un microscope d'Amici, pour le comparer à celui de M. Selligue. Mais, sur le mérite relatif de ces deux instruments, nous pouvons citer avec confiance à l'Académie l'opinion de M. Dumas, qui

[1] La petitesse de l'ouverture de l'objectif a un autre inconvénient, c'est d'occasionner des illusions d'optique dans les forts grossissements, parce que la loi ordinaire de la réfraction, d'après laquelle les rayons partis d'un même point lumineux doivent concourir en un point unique, n'est rigoureusement exacte qu'autant que la surface réfringente est indéfinie. Il n'est pas nécessaire cependant qu'elle soit très-grande pour que cette condition soit sensiblement remplie, et d'autant moins que l'image vient se former plus près de l'objectif.

s'est longtemps servi du microscope d'Amici appartenant à la Société académique de Genève, et qui trouve que celui de M. Selligue fait distinguer au moins aussi bien les petits détails des corps opaques. L'opinion d'un observateur aussi habile nous paraît d'un grand poids dans cette circonstance.

Lors même que le nouveau microscope n'égalerait pas celui d'Amici sous tous les rapports, ce n'en serait pas moins un service important rendu aux sciences que de leur avoir procuré un instrument presque aussi parfait sans être sujet aux mêmes altérations, qu'on peut fabriquer par les procédés ordinaires, et qui ne coûte que 340 francs, tandis que le prix des microscopes d'Amici est de 800 francs.

Nous avons comparé le microscope de M. Selligue aux meilleurs microscopes ordinaires que nous ayons pu nous procurer. Il n'est pas nécessaire de dire que nous l'avons trouvé très-supérieur pour l'étude des corps opaques. Quant aux corps transparents qu'on éclaire en dessous, il nous en a donné aussi des images beaucoup plus nettes tant que le grossissement n'excédait pas 200 fois ; mais nous devons dire que, lorsque nous avons porté les grossissements à 500 et 900 fois, comparé à un excellent microscope d'Adams, il a perdu cette supériorité si prononcée, et qu'alors, dans celui-ci, les contours des images ne paraissaient pas plus vagues que dans le microscope de M. Selligue.

Ainsi que nous l'avons déjà dit, M. Selligue a réuni quatre objectifs achromatiques pour les forts grossissements. Cette combinaison lui a paru préférable à un seul objectif d'un foyer égal, parce que les courbures quatre fois plus fortes qu'il faudrait donner aux deux verres dont il se compose seraient plus difficiles à bien exécuter. Il y a encore un avantage important dans la subdivision d'un objectif en quatre autres : c'est qu'on peut diminuer considérablement l'aberration de sphéricité, en combinant leurs courbures d'une manière convenable. Mais il en résulte aussi un inconvénient, c'est la perte de lumière occasionnée par les réflexions multipliées à la surface des quatre objectifs, qui s'élève presque au tiers des rayons incidents. Peut-être parviendra-t-on

N° LX (D). à construire avec une grande précision des objectifs achromatiques d'un foyer très-court, et même à donner à leur surface la courbure nécessaire pour corriger l'aberration de sphéricité ; mais, si l'on vient à bout de remplir cette dernière condition, ce ne sera sans doute qu'au moyen de procédés mécaniques [a].

En attendant que l'art soit arrivé à ce haut degré de perfection, il est très-heureux que M. Selligue ait construit par les procédés ordinaires un instrument aussi bon et d'un prix modéré. Nous estimons qu'il a rendu en cela un service important aux sciences naturelles, et que les résultats satisfaisants qu'il a obtenus méritent l'approbation de l'Académie.

Paris, le 30 août 1824.

A. FRESNEL, *Rapporteur.*

HUMBOLDT, MIRBEL.

---

[a] Fresnel, dans les derniers temps de sa vie, s'était sérieusement occupé de ce difficile problème, ainsi que le prouvent de nombreuses minutes de calculs relatifs à l'aberration de sphéricité, et à la construction d'une petite machine à roder, qu'il n'a pu voir fonctionner. Du reste il n'a laissé à cet égard aucune note assez explicite pour nous faire connaître la solution à laquelle il était parvenu. (L. F.)

N° LV (E).

RAPPORT

DE LA SECTION DE PHYSIQUE

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

SUR LES PARAGRÊLES

8 mai 1826.

En adressant à l'Académie des sciences un rapport de la Société d'agriculture de Lyon sur les paragrêles, et le résultat de quelques essais faits l'année dernière dans le département du Rhône, Son Excellence le Ministre de l'Intérieur a demandé l'avis de l'Académie sur l'efficacité de ces appareils, afin de décider s'il doit accorder les fonds nécessaires pour armer de paragrêles une plus grande étendue de terrain.

Nous avons examiné avec attention le rapport de la Société d'agriculture de Lyon et les récits, publiés dans divers journaux scientifiques, d'expériences semblables faites sur une échelle beaucoup plus grande en Suisse et en Italie : nous n'y avons rien trouvé qui puisse décider la question. Les faits ne sont pas encore assez nombreux ni assez bien constatés pour établir quelques probabilités en faveur des paragrêles.

L'idée de ces appareils préservateurs est fondée sur l'explication que Volta a donnée de la formation de la grêle, c'est-à-dire sur la supposition que l'électricité en est l'agent nécessaire : d'où l'on a conclu qu'en soutirant l'électricité des nuages à l'aide d'un grand nombre de paratonnerres, on pourrait empêcher la formation de la grêle.

Elle paraît être en effet toujours accompagnée de phénomènes élec-

N LV (E). triques; mais est-il bien sûr que la grêle se forme et se grossisse, comme l'a supposé Volta, entre deux nuages électrisés de manières contraires, qui se renvoient les grêlons jusqu'à ce que le poids de ceux-ci les entraîne vers la terre? Et, dans cette hypothèse, ne pourrait-il pas arriver souvent que les paragrêles déterminassent la chute des grêlons, s'ils avaient assez de puissance pour désélectriser les nuages?

Les plus grands paragrêles employés jusqu'à présent sont des arbres ou des perches de 40 pieds de hauteur, armés d'une pointe de laiton qui communique avec la partie humide du sol au moyen d'un fil métallique : on ne pourrait donner plus de hauteur à ces perches sans les exposer à être facilement renversées par le vent, à moins qu'on n'employât dans leur construction et leur établissement des précautions qui augmenteraient beaucoup la dépense. Il n'est guère probable que des paratonnerres aussi peu élevés puissent soutirer l'électricité des nuages de grêle, dont la hauteur doit être considérable. La marche de ces orages étant ordinairement très-rapide, on ne doit pas espérer de prévenir la formation de la grêle par le moyen des instruments proposés, même en les supposant capables de soutirer l'électricité des nuages, à moins d'en couvrir à la fois une vaste étendue de pays. Aussi l'Académie des sciences, en disant, dans une note de son Instruction sur les paratonnerres, que, s'ils étaient assez multipliés, ils préviendraient peut-être la formation de la grêle, les supposait-elle répandus sur la surface entière de la France, et élevés de plus de 100 mètres au-dessus du sol. Il est permis de croire qu'en pareil cas ils exerceraient un effet sensible sur l'état électrique des nuages. Mais il y a loin entre cette supposition, presque impossible à réaliser, et les essais tentés jusqu'à présent pour préserver quelques cantons de la grêle.

Les membres de la Section de physique ne pourraient affirmer cependant que les appareils employés soient tout à fait incapables d'empêcher la formation de la grêle : ils oseraient encore moins répondre de leur succès : c'est une question sur laquelle l'expérience seule peut prononcer.

La plupart des phénomènes météorologiques sont encore enveloppés d'obscurité : on est loin d'en connaître toutes les causes. Ainsi l'hypothèse de Volta sur la formation de la grêle, quoique très-ingénieuse et très-plausible, ne repose pas sur des bases aussi certaines que les théories des autres branches de la physique. L'atmosphère est un vaste laboratoire dans lequel beaucoup de circonstances importantes et de causes très-actives échappent à l'attention ou aux moyens d'observation des physiciens. Dans les autres phénomènes objets de leurs recherches, ils sont maîtres des circonstances et les simplifient ou les changent à volonté, pour questionner commodément la nature, ou en recevoir des réponses plus faciles à interpréter. Quand ils étudient les variations de l'atmosphère, ils sont forcés au contraire de prendre les phénomènes tels que le hasard les leur présente, sans pouvoir même observer toutes les causes des effets très-compliqués qu'ils ne voient que de loin. Il n'est donc pas surprenant que la météorologie soit la branche de la physique la moins avancée, et qu'elle se prête encore aussi peu aux calculs et aux prévisions de la théorie. N° LX (E).

Nous devons être naturellement portés à conseiller au Gouvernement de tenter des expériences qui peuvent contribuer aux progrès de la science, mais nous ne pouvons pas lui dissimuler dans cette circonstance combien le succès nous paraît incertain. A la vérité, favorable ou non, le résultat en sera toujours utile à l'agriculture s'il décide une question qui l'intéresse à un haut degré. Mais la difficulté est d'obtenir de l'expérience une réponse décisive. Il faudrait couvrir de paragrêles une grande étendue de pays, et recueillir avec soin chaque année des faits observés par les témoins oculaires les plus éclairés et surtout *les plus exempts de partialité*. Il est probable qu'on n'aurait réuni un nombre de faits suffisants pour savoir à quoi s'en tenir sur l'efficacité des paragrêles, qu'après un laps de temps de dix années au moins.

Il conviendrait peut-être, avant d'entreprendre des essais aussi dispendieux, de vérifier par des expériences préliminaires la théorie sur laquelle repose l'espoir de se préserver des ravages de la grêle avec

N° LX (E). ces appareils; car il ne paraît pas impossible d'atteindre ce but par des moyens moins coûteux et plus décisifs, comme avec des cerfs-volants ou des ballons qu'on lancerait dans les nuages orageux.

CONCLUSIONS DU RAPPORT.

La théorie électrique de la grêle n'est pas assez solidement établie, et l'efficacité des paragrêles nous paraît trop incertaine pour qu'on puisse en conseiller l'emploi. Les essais tentés jusqu'à présent n'ont encore donné aucun résultat positif, et, pour décider la question par des expériences semblables, il faudrait beaucoup de temps et une dépense disproportionnée à la probabilité du succès.

Paris, le 8 mai 1826.

N° LX (F).

RAPPORT VERBAL

SUR LA LETTRE DE M. LE DOCTEUR T**

RELATIVE AUX PARAGRÊLES

(19 juin 1826.)

Nous avons été chargés, M. Dulong et moi, de rendre compte à l'Académie de la lettre sur les paragrêles, que M. le docteur T*** a adressée dernièrement à M. Ampère, et que notre collègue s'est empressé de communiquer à MM. les secrétaires. Cette lettre avait pour objet principal d'engager l'Académie à changer le rapport sur les paragrêles lu dans la séance du 8 mai 1826.

Le rapport était déjà envoyé au Ministre de l'Intérieur lorsque M. Ampère a reçu cette lettre, qui nous a été remise lundi dernier. Nous allons néanmoins en donner lecture; elle n'est pas assez longue pour qu'il soit nécessaire de se borner à vous en présenter une analyse. [*Lecture est faite de la lettre, à l'exception de quelques passages étrangers à la discussion.*]

Je répéterai, à l'occasion de cette lettre, dans laquelle M. T*** me cite comme le principal auteur du Rapport sur les paragrêles, que ce rapport n'est pas le mien, mais celui de la Section de physique.

Quelles sont ses conclusions? — C'est que nos connaissances théoriques sur la formation de la grêle sont encore trop incomplètes et trop incertaines pour que nous puissions prononcer sur l'efficacité des paragrêles, et que les chances de succès ne nous paraissent pas proportionnées aux dépenses qui seraient nécessaires pour obtenir des résultats décisifs.

VOLTA (F). Nous avons dû considérer la question sous un point de vue général, indépendamment des économies qui pourraient résulter de certaines localités, et supposer que l'on couvrirait à la fois de paragrêles une vaste étendue de pays; car il paraît improbable que des nuages orageux poussés par le vent aient le temps de se décharger en passant au-dessus d'un petit nombre de ces appareils.

M. T*** observe avec raison que l'élévation des monts Dore favorisera l'action soutirante des paragrêles qui seront placés sur leur crête, et il estime qu'une dépense de 1,500 à 1,600 francs suffira pour garantir des ravages de la grêle la plaine fertile située à l'est de cette montagne. Nous conviendrons que les localités se prêtent ici mieux qu'ailleurs à un essai en petit des paragrêles. Néanmoins, dans le cas où malgré cette barrière les orages éclateraient encore sur la plaine, on pourrait dire que l'électricité, soutirée en un point, peut renaître plus loin, et que, si la plaine avait été couverte de paragrêles, comme la montagne, elle aurait été garantie; ce qui nécessiterait une nouvelle expérience plus étendue, laquelle entraînerait peut-être encore dans d'autres essais plus étendus et plus dispendieux. On ne pourrait juger de l'efficacité de ces moyens préservatifs qu'après un certain nombre d'années, et l'on voit que l'on courrait risque d'attendre bien longtemps, en suivant cette marche, avant d'avoir obtenu de l'expérience une réponse décisive.

Voilà pourquoi la Section de physique a pensé que, pour l'obtenir plus promptement, il faudrait couvrir de paragrêles à la fois une vaste étendue de pays.

L'Académie n'a pas cru devoir conseiller au Gouvernement d'entreprendre des essais dispendieux et dont le succès est très-incertain. En cela, elle s'est conformée au principe que l'argent du Gouvernement ne doit pas être employé à des entreprises hasardeuses, car il ne manque pas de moyens de le placer d'une manière très-utile à la société et sans courir aucuns risques.

Ces essais doivent être faits par les intéressés : nous ne voyons pas pourquoi les propriétaires des riches vignobles des monts Dore sollici-

teraient les secours du Gouvernement pour une expérience aussi peu dispendieuse que la présente M. T***, et dont ils attendent des résultats aussi avantageux.

Nous serions fâchés que la réponse de l'Académie à la demande du Gouvernement les empêchât de continuer leurs essais, dont nous attendrons le résultat avec intérêt : et nous souhaitons bien vivement qu'il soit tel qu'ils l'espèrent, dussent-ils en conclure que la Section de physique avait eu tort de ne pas se prononcer en faveur des paragrêles.

Quant au mémoire dont nous menace M. le docteur T***, nous désirons sa publication, bien loin de la redouter : les discussions sont toujours favorables à la vérité. Si l'Académie des sciences ne s'est jamais crue infaillible, même dans les questions où son opinion était appuyée sur des théories positives, à plus forte raison dans une question météorologique enveloppée d'obscurité. Aussi s'est-elle gardée de la décider : elle n'a fait qu'estimer les chances de succès d'après l'état actuel de nos connaissances. Nous lirons avec intérêt les observations annoncées par M. T***, et nous serons curieux de connaître les résultats des expériences faites dans son département, qui seront sans doute encore plus instructives, si les faits sont bien circonstanciés et rapportés avec impartialité.

Paris, le 19 juin 1826.

A. FRESNEL.

DULONG.

[P. S.] — NOTES POUR M. T***.

. . . .

. . . .

M. le docteur T*** suppose mal à propos que, dans le Rapport sur les paragrêles, on a voulu critiquer la construction de ces appareils, en disant que leurs pointes et leurs conducteurs étaient faits avec des fils métalliques d'une ligne ou demi-ligne de diamètre, et il a tort de

(A.-F.) croire qu'on les rendra plus puissants en employant des conducteurs plus gros. Un fil de laiton d'un millimètre d'épaisseur est bien suffisant pour l'écoulement de l'électricité qu'un paragrêle peut soutirer des nuages orageux dans les cas ordinaires. La grande difficulté d'écoulement n'est pas dans le fil métallique, mais dans la couche d'air intermédiaire. — Des fils de laiton dureraient beaucoup plus longtemps que des fils de fer, et conduiraient mieux l'électricité.

N° LV (G).

RAPPORT

SUR UNE LETTRE DE M. GAUDIN.

(10 juillet 1826.)

M. Gaudin a adressé à l'Académie des sciences, le 20 juin dernier, une lettre dans laquelle il expose ses vues sur la nature du calorique, qu'il regarde comme le produit de la combinaison des deux électricités contraires.

La même idée a été émise depuis longtemps par M. Berzelius, qui avait proposé d'expliquer la chaleur et la lumière du soleil par une réunion continuelle des électricités positive et négative, que des actions voltaïques sépareraient sans cesse dans l'intérieur de cet astre. Quelques autres physiciens ont admis aussi que la chaleur et la lumière résultaient toujours de la réunion des deux électricités.

M. Gaudin ne regarde pas le calorique comme simplement dégagé par la combinaison des deux électricités, mais comme étant le produit même de cette combinaison. C'est aussi ce que supposait le célèbre chimiste que nous venons de citer.

Tout le monde connaît cette expérience curieuse de M. Davy qui consiste à entretenir un petit charbon dans un état de forte incandescence sans le brûler et sans lui faire perdre la moindre partie de son poids, en le plaçant dans le vide entre les deux conducteurs d'une batterie voltaïque : la lumière si vive qui en jaillit indique assez une température extrêmement élevée.

M. Gaudin propose de renfermer dans un tube de verre vide d'air le fil métallique qui établit la communication entre les deux pôles

N° LV (G). d'une pile voltaïque, en mettant ce fil en contact avec un thermomètre : le but de son expérience serait d'exclure la supposition que la chaleur produite par la réunion des deux électricités dans la décharge de la bouteille de Leyde, dans l'action de la pile et dans les effets désastreux de la foudre, est due à la compression de l'air.

Il nous semble que l'expérience de M. Davy a suffisamment démontré la possibilité de produire de la chaleur par un courant électrique sans la présence de l'air, et qu'il est inutile d'essayer la vérification proposée par M. Gaudin.

Personne ne doute qu'un fil métallique en communication avec les deux pôles d'une pile ne puisse s'échauffer fortement et même se fondre dans le vide ; mais on ne peut pas en conclure avec certitude que la chaleur produite est le fluide résultant de la combinaison chimique des deux électricités et n'est pas simplement dégagée par cette combinaison. D'ailleurs, si l'on adopte pour la chaleur le système des vibrations, au lieu de celui de l'émission, on pourrait supposer, avec autant de vraisemblance, que la chaleur produite dans ce cas résulte des petits mouvements extrêmement rapides que le courant électrique imprime aux molécules du fil conducteur.

M. Gaudin appuie aussi son hypothèse sur l'analogie remarquée depuis longtemps entre le calorique et l'électricité, relativement à la nature des corps qui les conduisent le mieux l'un et l'autre. On sait en effet que les métaux sont à la fois les meilleurs conducteurs de l'électricité et de la chaleur. Mais d'abord cette analogie ne se soutient pas pour tous les corps ; ainsi, par exemple, la braise de boulanger, qui conduit la chaleur au moins aussi mal que le verre, laisse passer l'électricité avec une facilité incomparablement plus grande. D'ailleurs, la marche de l'électricité dans les métaux est si rapide qu'on n'a pas pu en mesurer la vitesse ; tandis que la chaleur s'y propage comparativement avec une extrême lenteur. Enfin c'est le fluide neutre résultant de la réunion des deux électricités contraires qui devrait, selon M. Gaudin, offrir des propriétés semblables à celles du calorique, et rien ne prouve que les mauvais conducteurs de la chaleur se laissent pénétrer

difficilement par ce fluide neutre. Il semblerait au contraire résulter de plusieurs faits, dans le système des deux électricités, que le fluide naturel doit traverser tous les corps, même le verre, avec facilité.

L'auteur de la lettre essaye de démontrer que les forces attractives et répulsives des molécules des deux fluides électriques doivent en se neutralisant, quand ceux-ci se combinent, reproduire les propriétés du calorique. Ses raisonnements ne nous ont pas paru justes.

Ainsi l'hypothèse exposée par M. Gaudin n'est point nouvelle, du moins dans sa partie essentielle, savoir : que le calorique est le produit de la réunion des deux électricités. Les raisonnements par lesquels il cherche à prouver l'identité de ce composé et du calorique ne nous semblent pas concluants, et l'expérience qu'il propose est inutile, puisque le résultat en est connu d'avance et qu'on ne peut en tirer aucune conséquence positive ni pour ni contre son hypothèse.

Signé : AMPÈRE, FRESNEL, *rapporteur*.

[L'Académie adopte les conclusions de ce rapport.]

N° LV (II).

RAPPORT VERBAL

SUR LA THÉORIE DES COULEURS ET DES CORPS INFLAMMABLES DE M. OPOIX.

(30 octobre 1826.)

L'Académie m'a chargé de lui rendre compte de deux ouvrages qui ont pour objet spécial la théorie des couleurs, l'un de M. Déal, et l'autre de M. Opoix, inspecteur des eaux minérales de Provins. La défiance modeste avec laquelle M. Déal présente à l'Académie le résultat de ses méditations m'interdit toute critique. Je me bornerai à dire que son travail est une nouvelle preuve de la nécessité des connaissances mathématiques pour expliquer les phénomènes de la lumière. Quoique l'optique laisse encore beaucoup de choses à désirer, elle n'en est pas moins une des branches les plus avancées de la physique et l'une de celles dans lesquelles les mathématiques ont le plus pénétré. La plupart des phénomènes de la lumière sont maintenant soumis au calcul et représentés par des formules qui établissent entre eux des relations intimes. Mais ce qui est bien remarquable, tandis que l'on calcule aisément les teintes des bulles de savon, des anneaux formés entre deux verres pressés l'un contre l'autre, et les phénomènes de coloration si variés que M. Arago a découverts, depuis peu d'années, dans les lames cristallisées, on n'a pas encore expliqué d'une manière satisfaisante et soumis au calcul les couleurs propres des corps, le phénomène de l'optique le plus vulgaire et le plus anciennement observé. Je ne prétends pas qu'on ne s'en soit déjà rendu raison jusqu'à un certain

point, ainsi que des autres phénomènes dans lesquels une partie de la lumière incidente se trouve absorbée; mais il n'a pas encore été présenté sur ce sujet de théorie complète et rigoureuse, confirmée par l'accord du calcul avec les observations; car c'est une épreuve à laquelle doit être soumise toute explication dans une science aussi avancée que l'optique. Si les efforts des physiciens-géomètres à cet égard ont été infructueux jusqu'à présent, il n'est pas probable que ceux des hommes peu familiarisés avec les considérations mathématiques puissent avoir un résultat plus heureux. En remarquant que M. Opoix s'était peu occupé des lois mathématiques de la lumière, nous n'avons pu espérer trouver dans son ouvrage une solution satisfaisante d'un problème aussi difficile. Cela ne nous a pas empêché de le lire avec attention, et de peser soigneusement les raisonnements sur lesquels il appuie sa théorie des couleurs, qu'il ne croit pas qu'on puisse attaquer par des objections solides, ni surtout remplacer par un système plus satisfaisant. Il embrasse, dans la même théorie, les phénomènes de la chaleur et des combinaisons ou décompositions chimiques. Je vais essayer de donner une idée de ses hypothèses fondamentales. N° LXIII

Renouvelant en partie le système de Stahl, l'auteur suppose que tous les métaux et les autres corps combustibles sont formés d'un radical, uni à un principe subtil, composé lui-même de lumière et de calorique, auquel il donne le nom de *lucicalor* ou *lucicaloristice*. « Et en « effet, dit-il, lorsqu'on brûle le gaz inflammable, ne s'en dégage-t-il « pas de la lumière et de la chaleur? Le gaz inflammable est donc une « combinaison de lumière et de chaleur, ou de lucicalor, avec le radical « qui forme de l'eau en s'unissant à l'oxygène [1]. » M. Opoix applique la même théorie à tous les autres corps combustibles, en admettant toutefois qu'une petite partie du lucicalor dégagé peut provenir de l'oxy-

[1] Cette manière de présenter les faits, qui au premier abord, ne paraît en être qu'une traduction littérale, renferme cependant une supposition gratuite; car, en appliquant le même raisonnement aux phénomènes de l'acoustique, par exemple, on pourrait dire aussi que le choc d'un marteau sur une cloche en dégage du son, et qu'en conséquence, avant ce contact, la cloche contenait le son qui en est sorti.

gène. Mais, selon l'auteur, le corps combustible est évidemment la principale source de la chaleur, puisque c'est lui qui brûle.

M. Opoix regarde comme absurde l'identité des fluides qui produisent sur nous les sensations de lumière et de chaleur, vu la différence de leurs effets : il appelle le premier *lumière simple*, et le second *calorigène* ou *terre principe*.

La lumière solaire ne possède aucune des couleurs du spectre avant de traverser notre atmosphère; c'est là qu'elle se colore en rouge, orangé, jaune, vert, etc. en dissolvant des parties plus ou moins pures du calorigène, ou terre principe, qui y est répandu, et en quantités plus ou moins considérables. Les rayons violets sont ceux qui contiennent le plus de cette terre principe, les rayons rouges ceux qui en ont le moins dissous, et seulement les parties les plus pures; « d'où il « résulte, dit l'auteur, qu'ils doivent être moins réfrangibles que les « rayons violets; la terre principe, entrant en plus grande proportion « dans ceux-ci et y étant moins pure, conservera plus de rapports avec la « matière du prisme; elle en sera plus attirée, et elle forcera la lumière « qui lui est unie à se ployer davantage, *pour toucher plus de parties du* « *prisme*. » En effet, dans la position ordinaire du prisme, lorsque les faces d'entrée et de sortie sont à peu près également inclinées sur les rayons incidents et émergents, ce sont les rayons violets qui s'écartent le plus de l'angle réfringent et traversent la plus grande épaisseur du prisme; mais si on le tourne de manière que sa face d'entrée soit perpendiculaire au faisceau incident, les rayons de diverses couleurs y suivront exactement le même chemin; enfin en le tournant encore davantage, on rendra le trajet des rayons rouges dans le prisme plus long que celui des rayons violets. Je ne présente point ceci comme une objection au système de M. Opoix : mon intention est de montrer seulement qu'il n'a pas une idée bien nette des lois géométriques de la lumière. Il paraît n'avoir pas mieux compris les conséquences mécaniques qu'on en peut déduire, comme l'indique le passage suivant :

« Il résulte aussi de ce que nous venons de dire (c'est l'auteur qui « parle) que le rayon violet doit être celui qui aura moins de masse et

« de vitesse. Il sera donc le plus réfrangible, comme c'est celui dont XXVIII
« l'impression doit être la moins vive et la plus sombre. C'est encore « ce que l'expérience confirme et ce qui explique l'observation de « M. Sennebier : *Le rayon violet*, dit ce savant, *pour se mouvoir dans un* « *milieu, est au temps qu'y emploie le rayon rouge comme* 78 *est à* 77. On « peut dire aussi que le rayon violet, plus attiré par les milieux qu'il « traverse, est plus retardé que le rayon rouge. »

Ainsi l'attraction, qui selon Newton et tous les géomètres doit être dans ce cas une cause d'accélération, serait au contraire, suivant M. Opoix, une cause de ralentissement.

Au reste, il tire bien moins ses explications des principes de la mécanique que des considérations chimiques, qui lui sont plus familières. En voici un exemple :

« La lumière, dit-il, qui est une dissolution exacte des sept rayons co- « lorés ou de terre principe dans sept états différents, se décompose en « traversant le prisme, et en tombant sur les corps qui contiennent une « matière qui, ayant plus d'analogie avec un des sept états de la terre « principe, attire ce rayon lumineux et paraît sous sa couleur. »

Et ensuite :

« La décomposition d'une dissolution lui fait prendre souvent quel- « ques couleurs particulières : c'est ce que produit aussi la lumière en « se décomposant. »

Ce raisonnement est remarquable par l'abus de l'analogie et le renversement de la question.

Pour expliquer les couleurs propres des corps, l'auteur suppose qu'ils attirent les rayons de la même couleur que celle dont ils sont revêtus; ce qui semble singulier au premier abord, puisqu'il faut bien que ces rayons arrivent jusqu'à nos yeux pour y produire la sensation de cette teinte : aussi admet-il qu'ils sont réfléchis après avoir été attirés, et qu'une petite partie seulement se combine avec le corps. Mais que deviennent les autres rayons contenus dans le faisceau incident de lumière blanche, qui ne sont pas attirés et absorbés par le

corps? Sans doute une portion est réfléchie à sa surface, et reproduit un peu de lumière blanche; mais c'est généralement une fraction assez petite de la lumière incidente. En relisant avec attention le paragraphe 5, où l'auteur traite spécialement de l'action des corps sur la lumière, j'ai compris que, suivant lui, la lumière qui éclaire et colore les corps serait un fluide tenu en dissolution dans l'atmosphère, et dont ceux-ci attireraient les globules d'une nature analogue à leur teinte; car l'hypothèse d'une grande destruction de lumière est précisément ce que l'auteur reproche à l'explication reçue (que du reste il n'a pas bien saisie), et la difficulté qu'il veut éviter. Comme c'est ici le point fondamental de sa théorie des couleurs, je crois devoir citer ses propres expressions, pour que l'Académie puisse juger si j'en ai bien saisi le sens :

« On évitera, dit-il, de faux raisonnements et l'on s'entendra mieux, « si l'on veut ne pas se servir, pour un instant, de ces mots vagues « et indéterminés de *rayons*, de *faisceaux lumineux*, et se rappeler ce « que nous avons dit jusqu'ici :

« La lumière dans l'atmosphère est, comme nous croyons l'avoir « prouvé, une dissolution: c'est une... etc. » (Voyez pages 95, 96, 97, jusqu'au n° 186.)

J'ignore comment l'auteur appliquerait cette théorie au cas d'un corps opaque noir ou coloré, qu'on éclaire, dans une chambre obscure, par un faisceau de rayons solaires dont on peut mesurer l'intensité avant et après leur contact avec la surface réfléchissante. On reconnaît ainsi que presque toujours la majeure partie de la lumière incidente a été éteinte, c'est-à-dire qu'elle a cessé d'être sensible pour l'organe de la vue. Au reste, M. Opoix ne paraît pas avoir une idée bien juste des proportions de lumière réfléchie par les différents corps; car il dit, dans le même paragraphe, que les corps noirs, qui, d'après son système, sont les plus *lucicalorés*, sont aussi ceux qui réfléchissent le mieux la lumière blanche, et brillent le plus quand on les a polis. Jusqu'à présent tous les physiciens s'étaient accordés à dire que les réflexions les plus abondantes sont produites par les métaux blancs.

ou à la seconde surface des corps transparents, sous les incidences qui ne permettent plus la réfraction. N° LX (II)

Il n'est pas surprenant que M. Opoix repousse les idées de faisceaux et de rayons lumineux à l'aide desquelles on peut suivre la marche de la lumière, et comparer, en les mesurant, la quantité reçue par le corps avec celle qu'il renvoie, quand on réduit l'expérience à son plus grand degré de simplicité, en introduisant un rayon solaire dans une chambre obscure. Il aime mieux considérer les corps exposés au grand jour, qu'il regarde comme baignés de toutes parts par un fluide lumineux répandu dans l'atmosphère et dont ils attirent et réfléchissent les molécules isochromes, *qui se redissolvent ensuite dans l'air.* Mais si les choses se passent ainsi, la quantité de ce fluide ne devrait pas diminuer si promptement quand le soleil s'éclipse, ou quand on ferme brusquement les volets d'une chambre remplie, une seconde auparavant, de la lumière du jour; et les corps colorés devraient, du moins pendant quelques moments, tirer encore de l'air ambiant et renvoyer à nos yeux les molécules lumineuses de même couleur.

Je ne prétends pas cependant qu'il résulte du système de M. Opoix que la présence du soleil est inutile à la perception des couleurs, et qu'il lui refuse la propriété de nous éclairer; mais voici une conséquence nécessaire de sa théorie qui paraîtra tout aussi extraordinaire : le soleil ne nous envoie pas de chaleur; c'est notre atmosphère qui contient la chaleur, ou le *calorigène* que ses rayons nous apportent. Voici comment l'auteur s'exprime à ce sujet :

« Il suit aussi de là que la lumière simple et telle qu'elle part du « soleil n'est pas chaude; que c'est bien gratuitement qu'on a fait de « cet astre une sphère immense de feu. Le feu que nous ressentons « n'appartient donc qu'à notre globe. Il en est de même des couleurs. « Ce serait sans but que la nature en aurait chargé la lumière à partir « du soleil. C'est notre terre qui fournit la matière des couleurs qui ne « sont utiles qu'à elle. La nature, quoique magnifique dans l'exécution, « agit toujours avec économie dans la cause : elle ne fait pas une dé- « pense immense lorsqu'il ne s'agit que de produire un effet local. »

L'auteur suppose que les particules ignées du calorigène sont de forme ronde ; car dans la liquéfaction des corps par l'interposition de ces molécules, des formes carrées et anguleuses produiraient des engreuages ; d'où résulterait le repos des masses solides. « D'ailleurs, « observe-t-il dans un autre endroit, lorsque nous nous approchons du « feu, nous éprouvons à la peau une sensation agréable ; ce qui n'an- « nonce pas que les parties de cette matière soient anguleuses et aiguës ; « mais bien que toutes les extrémités en sont arrondies, et qu'elles ne « peuvent blesser, si ce n'est quand nous nous approchons trop du « centre d'activité ; alors le mouvement se multipliant par la masse, « elles écartent douloureusement la peau, en offensent le tissu et fini- « raient par le détruire. »

M. Opoix admet qu'en général, excepté dans le cas de la chaleur rayonnante, les particules ignées ont un mouvement giratoire ; parce que de tels mouvements ont été observés dans les corps en fusion exposés à une haute température, et dans l'air qui les environne. On voit qu'il s'en rapporte au témoignage des sens et craint de se perdre dans des spéculations qui s'en éloigneraient. C'est sans doute d'après le même système philosophique qu'il suppose un contact absolu entre les molécules ignées, au lieu d'admettre, avec les autres physiciens, des répulsions qui s'exerceraient à distance. « Ces particules inégalement « rondes pourraient être, dit-il (pages 45 et 46), d'une dureté par- « faite et cependant jouir, quand elles sont réunies plusieurs ensemble, « d'une grande élasticité ; car lorsqu'elles se sont placées, par un mou- « vement volontaire, à côté les unes des autres, et dans le sens qui « satisfait davantage la diversité de leurs formes et de leur attraction « élective, si une cause extérieure, comme une pression, vient à déran- « ger un peu leur position, cette pression cessant, elles feront un effort « pour se rétablir suivant leur premier arrangement, et cet effort est « l'effet d'un ressort comprimé et qui cherche à se détendre. Cet effort « peut même les porter au delà du but, d'où s'ensuivront quelques « oscillations pour y revenir. Ces espèces d'ovoïdes disséminés dans « l'air, et légèrement combinés avec lui, pourraient même, en se tou-

« chant plusieurs par un point, et à la suite les uns des autres, former « entre eux une infinité de lignes courbes et de portions de spirales. « Ces lignes courbes deviendraient susceptibles de compression : ce qui « expliquerait le ressort de l'air. »

C'est ainsi que l'auteur rend compte de ce qu'on ne voit pas par ce qu'on a sous les yeux, et trouve dans des ressorts spiraux l'explication de l'élasticité de l'air.

Il me semble donc que la singularité des explications de M. Opoix ne tient pas à une trop grande hardiesse d'imagination, et qu'il se rapproche en général, autant qu'il le peut, des premiers jugements tirés du témoignage des sens. Ainsi la sensation du rouge qu'un corps produit sur l'organe de la vue résulte, selon lui, de l'attraction qu'une surface rouge doit exercer sur des globules rouges qu'elle renvoie ensuite à nos yeux. Il lui paraîtrait absurde de supposer qu'une surface rouge repousse précisément les molécules lumineuses qui nous donnent la sensation de cette couleur. Les molécules ignées sont de forme ronde, puisque la première impression de la chaleur est douce. Il en trouve encore une preuve dans la saveur sucrée des fruits bien mûrs, qui contiennent beaucoup de lucicalor parfait. Ainsi l'on voit qu'au fond l'auteur s'en rapporte plutôt à ses sens qu'à son imagination. Je dois avouer cependant qu'il y a de la hardiesse et de l'originalité d'idée à refuser au soleil la propriété de nous envoyer de la chaleur, que tout le monde lui avait accordée jusqu'à présent.

Je vais montrer encore, par une dernière citation, avec quelle facilité l'auteur applique sa théorie à tous les phénomènes.

« C'est donc une matière dont les molécules sont arrondies et pour« vues d'une certaine activité qui est la cause de la chaleur. Toutes « les fois que cette matière de la chaleur peut développer son action, « elle ne manque pas de communiquer aux fluides, ou aux corps qu'elle « a rendus fluides, le mouvement de rotation qui lui est propre.

« La fumée et l'eau réduite en vapeurs s'élèvent en prenant des « formes sphériques : leurs particules roulent sur elles-mêmes et dé« crivent une infinité de cercles excentriques. M. Gingembre a remar-

N° LX (II). «qué que la fumée du phosphore et de plusieurs corps inflammables «formait des anneaux exactement ronds.

«Les fluides aériformes qui nous frappent en ligne droite sont froids; «mais, lorsqu'ils arrivent en se dilatant, ils sont chauds. Leurs molé-«cules ignées, dans cet état d'expansion, peuvent tourner librement «sur elles-mêmes, nous toucher par un mouvement d'ondulation et «exercer sur nous ce sentiment obtus que nous nommons *douce cha-«leur*. Aussi, avec la bouche, nous pouvons souffler le froid et le chaud. «Lorsque nos lèvres rapprochées ne laissent qu'une ouverture étroite, «l'air de nos poumons, chassé en ligne droite, ne permet pas aux «molécules ignées qu'il charrie de se développer, de prendre libre-«ment leur mouvement circulaire, de former foyer, d'exercer, de multi-«plier leurs forces en agissant simultanément, et le souffle est froid. «En hiver on garnit les portes des appartements avec de la laine, «pour éviter le mouvement direct de l'air qui souffle par les joints «des battants. Les paravents n'empêchent pas l'air du dehors, mais ils «l'obligent de circuler et de ne pas nous frapper directement, ce qui «produirait la sensation du froid, le mouvement en ligne droite s'oppo-«sant à ce que les particules ignées puissent *se dilater, s'accumuler*, nous «toucher par un mouvement ondulant, et nous imprimer le sentiment «de la chaleur. Cela peut nous expliquer pourquoi le blanc est la cou-«leur qui rend le moins de chaleur. Elle est le résultat de rayons ré-«fléchis dans toutes les directions en une infinité de lignes droites, «dont l'impression fatigue et même blesse la vue.»

On pourrait demander à l'auteur si les autres couleurs n'envoient pas leurs rayons en ligne droite; mais je ne m'arrêterai pas à cette difficulté.

J'ai multiplié les citations pour faire mieux juger du système et de la logique de l'auteur. On conçoit qu'avec cette extrême facilité à expliquer il ne doit être arrêté par aucun phénomène, et que sa théorie se plie également bien à tous; c'est à proprement parler un langage dans lequel il traduit avec plus ou moins d'exactitude les faits

qui lui sont connus, et au moyen duquel (si quelques-uns d'eux XLVIII
étaient reconnus faux) il parviendrait sans doute aussi bien à expliquer ou plutôt à exprimer des faits entièrement opposés.

Il ne se borne pas aux phénomènes de la lumière, de la chaleur, de la combustion et de la régénération des corps inflammables : il applique sa théorie avec le même succès aux végétaux et aux animaux. Il regarde le lucicalor comme la source de leur force aussi bien que de leurs couleurs : la densité du lucicalor fait la force du végétal et de l'animal. Elle se fait reconnaître aux couleurs foncées bien prononcées, et particulièrement à celles qui s'approchent le plus du noir. Voilà pourquoi les bois noirs, ou d'une teinte sombre, sont plus durs que les bois blancs; pourquoi les hommes bruns sont plus vigoureux que les blonds au teint de lis et de rose; pourquoi enfin, chez presque toutes les espèces d'animaux, le mâle est paré de couleurs plus vives et plus foncées que la femelle; pourquoi la végétation est parvenue à son plus haut degré d'énergie dans les arbres à la même époque où leurs feuilles sont devenues du vert le plus foncé, et le plus approchant du noir; ensuite son activité diminue comme elle avait crû, les feuilles perdent graduellement le lucicalor qu'elles avaient accumulé, et repassent successivement par des teintes semblables à celles qu'elles avaient reçues d'abord, c'est-à-dire de moins en moins lucicalorées.

Je bornerai ici l'analyse qui m'avait été demandée par l'Académie, et qu'elle aura peut-être trouvée trop longue. Mais j'ai cru ne pas pouvoir exposer avec moins d'étendue une théorie à laquelle M. Opoix attache la plus grande importance, et qu'il présente avec confiance comme très-supérieure, sous tous les rapports, aux autres systèmes proposés jusqu'à ce jour pour expliquer les couleurs et les propriétés des corps inflammables.

CORRESPONDANCE

SCIENTIFIQUE.

CORRESPONDANCE
SCIENTIFIQUE.

LVI.

EXTRAITS DE LA CORRESPONDANCE
D'AUGUSTIN FRESNEL AVEC THOMAS YOUNG,
ET LETTRES Y RELATIVES[a].

N° LVI[a].

A. FRESNEL AU Dr YOUNG[b].

Paris, le 24 mai 1816.

Monsieur,

Je vous prie d'agréer l'hommage que je vous fais d'un exemplaire de mon Mémoire sur la diffraction. Lorsque je le soumis à l'Institut, je ne connaissais pas vos expériences et la conséquence que vous en aviez tirée, en sorte que je présentai comme neuves des explications

---

[a] Les premières relations scientifiques d'Augustin Fresnel s'établirent avec Arago, en qui il trouva constamment un si précieux appui, et leur Correspondance semblerait conséquemment devoir figurer en tête de la présente Section. Nous ignorons d'ailleurs par quel motif M. de Senarmont s'était écarté d'un ordre auquel nous serions revenu si ce changement de classification ne nous était pas interdit par les renvois des annotations du volume déjà publié. [Léonor Fresnel.]

[b] Voyez *Miscellaneous Works* of Th. Young, edited by Peacock, vol. I, p. 376.

N° LVI¹. que vous aviez déjà données depuis longtemps. Je les ai retranchées dans le Mémoire imprimé que j'ai l'honneur de vous envoyer, et je n'y ai laissé que celle des franges colorées des ombres, parce que j'ai ajouté quelque chose à ce que vous aviez déjà dit sur ce phénomène.

Il m'a semblé qu'il fallait supposer un changement d'une demi-ondulation dans les rayons réfléchis par les bords du corps opaque, pour que les formules s'accordassent avec les observations. Je n'ai pas pu jusqu'ici me rendre raison de ce retard d'une demi-ondulation : mais la tache centrale des anneaux colorés vus par réflexion présente un fait du même genre, qui me paraît tout aussi difficile à expliquer.

La théorie indique que les trajectoires des bandes intérieures sont des hyperboles, et cette conséquence ne vous a point échappé, comme M. Arago me l'a fait voir dans l'explication d'une figure où vous avez représenté leur marche. Les franges extérieures se propagent aussi suivant des hyperboles[a], comme je l'ai reconnu; et la courbure de ces trajectoires, qui est nulle pour les bandes intérieures, devient sensible au contraire dans les franges extérieures. C'est une remarque que j'ai eu le bonheur d'ajouter à la vôtre, et que j'ai vérifiée par des observations plus exactes que celles qu'on avait pu faire jusqu'à présent. La démonstration expérimentale de ce fait surprenant, annoncé par la théorie des ondulations, a paru à M. Arago une des preuves les plus frappantes de cette théorie et une des plus fortes objections contre le système de Newton.

Le moyen d'observation où j'ai été conduit a de grands avantages sur ceux qui ont été employés jusqu'à présent, par sa commodité, sa précision et la facilité qu'il donne d'étudier les phénomènes dans des circonstances où ils échappent aux autres procédés. J'espère qu'il engagera les physiciens à s'occuper davantage de la diffraction, dont vous avez tiré le premier des preuves si évidentes de la théorie des ondulations.

En interceptant la lumière d'un côté du corps opaque, vous avez

---

[a] Voyez ci-après, page 742, la lettre d'Young à Arago, du 12 janvier 1817.

fait voir que les bandes intérieures provenaient de la rencontre des rayons infléchis par ses deux bords. Vous avez encore démontré l'influence des rayons lumineux les uns sur les autres, en faisant passer la lumière à travers deux petits trous très-voisins, et en formant de cette manière des bandes semblables à celles qu'on observe dans l'intérieur des ombres. Il me semble qu'on ne peut faire aucune objection raisonnable aux conséquences que vous avez tirées de cette belle expérience.

Néanmoins, pour éloigner toute idée de l'action des bords du corps, de l'écran ou des petits trous, dans la formation et la disparition des franges intérieures, j'ai cherché à en produire de semblables au moyen du croisement des rayons réfléchis par deux miroirs, et j'y suis parvenu après quelques tâtonnements. J'ai remarqué que ces franges étaient toujours perpendiculaires à la ligne qui joignait les deux images du point lumineux, et que leur direction était indépendante de celle des bords des miroirs. D'ailleurs les rayons qui arrivaient à mon œil après avoir traversé la loupe étaient partis de points très-éloignés du bord commun des deux miroirs, et avaient été réfléchis régulièrement. En mesurant la largeur de ces franges, nous avons trouvé, M. Arago et moi, qu'elle s'accordait parfaitement avec celle qui est déduite, par la théorie, de l'angle que faisaient entre eux les deux rayons visuels dirigés sur les deux images du point lumineux.

M. Arago a donné les détails de cette expérience dans le tome I des *Annales de chimie et de physique*, mois de mars 1816.

J'ai fait voir dans mon Mémoire que, sur un même point d'une surface très-étroite ou d'une grande convexité, les mêmes rayons incidents peuvent être réfléchis dans des directions différentes. Mais cela ne suffit pas pour expliquer les images colorées réfléchies par des cylindres métalliques d'un petit diamètre, parce qu'on peut en dire autant de tous les points de leur surface; en sorte que les diverses couleurs résultant du croisement des ondulations se superposent et se confondent, à moins que des aspérités ou des raies n'interrompent la continuité de la surface. En répétant dernièrement l'expérience de

N° LVI[1]. Dutour, je me suis assuré que les images colorées provenaient de quelques raies longitudinales, comme le pensait M. Arago; car, en faisant tourner le fil métallique sur son axe, j'ai vu ces images changer de place. Je l'ai fait polir ensuite au tour avec soin, de manière à bien effacer les raies longitudinales, et il n'a plus réfléchi qu'une lumière continue, légèrement irisée dans le sens perpendiculaire à l'axe [a]. La grande convexité de ces cylindres, en isolant les raies, favorise le développement des couleurs, et c'est là probablement la principale cause du phénomène.

Quand on croit avoir fait une découverte, on n'apprend pas sans regret qu'on a été prévenu, et je vous avouerai franchement, Monsieur, que c'est aussi le sentiment que j'ai éprouvé lorsque M. Arago m'a fait voir qu'il n'y avait qu'un petit nombre d'observations véritablement neuves dans le Mémoire que j'avais présenté à l'Institut. Mais si quelque chose pouvait me consoler de n'avoir pas l'avantage de la priorité, c'était de m'être rencontré avec un savant qui a enrichi la physique d'un si grand nombre de découvertes importantes, et cela n'a pas peu contribué, en même temps, à augmenter ma confiance dans la théorie que j'avais adoptée [b].

Je suis avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

(a) Voir ci-après la lettre d'Young à Arago, du 12 janvier 1817.

(b) Voir, au sujet de ce dernier paragraphe *The Life of Thomas Young*, by George Peacock (London, 1855), p. 383-385. (L. F.)

N° LXI[2].

F. ARAGO AU DR YOUNG[a].

Paris, le 13 juillet 1816.

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous adresser quelques exemplaires d'un Mémoire sur la diffraction de la lumière, que j'ai fait insérer dernièrement dans le nouveau journal que nous rédigeons, M. Gay-Lussac et moi, sous le titre d'*Annales de chimie et de physique*. L'auteur, M. Fresnel, ne connaissait pas, quand il l'a composé, les excellents écrits que vous avez publiés sur cette matière dans les *Transactions philosophiques*. Vous verrez que, depuis que je lui en ai fait part, il s'est empressé de vous rendre justice et de reconnaître l'antériorité de vos titres.

Le Mémoire de M. Fresnel me paraît devoir être considéré comme la démonstration de votre doctrine *des interférences*. Je ne vois pas trop, en effet, comment les partisans du système de l'émission pourront expliquer les trajectoires courbes des bandes diffractées; ou plutôt je devine déjà que, pour ne pas abandonner la route qu'ils ont suivie jusqu'à présent, ils révoqueront ce fait en doute, ou s'abstiendront d'en parler. Si le volumineux ouvrage que M. Biot vient de publier sous le titre de *Traité de physique expérimentale et mathématique* est déjà parvenu jusqu'en Angleterre, vous aurez eu l'occasion de remarquer par quels arguments pitoyables il prétend prouver, contre votre opinion, que deux faisceaux lumineux qui se croisent n'exercent jamais l'un sur l'autre aucune influence sensible. J'aurai, sous peu, l'occasion de m'occuper de cet objet; en attendant, j'ai inséré dans nos *Annales* deux notes qui mettront le public au courant de la question, et qui renferment un aperçu de vos ingénieux travaux. L'une d'elles est relative à l'expérience de la *disparition* des bandes intérieures, que vous avez publiée dans les *Transactions philosophiques* pour 1803, et à laquelle j'ai fait une modification qui me paraît importante par les

[a] Voyez *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 378.

N° LXI[2] conséquences qui s'en déduisent. Cette modification consiste en ceci : que la disparition de la totalité des bandes diffractées qui se forment dans l'intérieur de l'ombre d'un corps opaque a également lieu lorsqu'on substitue un verre *diaphane* d'une certaine épaisseur à l'écran *opaque* dont vous vous serviez. Ceci conduit à un moyen extrêmement précis pour mesurer les plus petites différences de réfraction ; je le mettrai bientôt en pratique, et j'ai tout lieu d'espérer qu'il réussira même pour les substances gazeuses. Dans tous les cas, ces considérations auront toujours à mes yeux un grand prix, puisqu'elles ont été le prétexte de cette lettre et qu'elles m'auront fourni l'occasion de vous présenter les assurances de la profonde estime que vos travaux m'ont inspirée depuis longtemps.

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

F. ARAGO.

P. S. Cette lettre vous sera remise par M. Dupin, l'un de nos ingénieurs les plus distingués. Mon excellent ami M. de Humboldt, qui a eu, l'an dernier, l'honneur de faire votre connaissance, s'est chargé de vous le recommander.

N° LXI[3].

LE D[r] YOUNG À F. ARAGO[(a)].

London, 48, Welbeck street, 12[th] January 1817.

My dear Sir,

. . . .

. . . . I was reflecting, after you left me, on the very important experiment which you made on the equality of the intensity of colours formed in reflected and in transmitted light. You seemed to regard it as forming a difficulty in my hypothesis; but in reality there is nothing in this fact at all unfavourable to that theory, although it requires some modification of the general law of interference, if we set out with considering the light as arriving at any given

---

(a) *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 381.

point independently of the action of this law; for instance, in the present case N° LXI
of transmitted light, *after two* internal reflections, which would leave it less intense than you actually found it. But it is equally consistent with the theory to consider the colour in question as being formed at the instant of the second reflection; and the analogy with elastic bodies fully justifies this mode of applying the law, so as to consider the whole light once reflected, as interfering with an equal portion of the transmitted light.

The same analogy is fully sufficient to explain the inversion of the undulation, or the loss of half an interval, when a direct partial reflection takes place from the surface of a rarer medium, as, I believe, you are yourself aware. But Mr. Fresnel, in his letter to me, mentions this fact as equally inexplicable with the inversion by extremely oblique reflection. I am sincerely delighted with the success which has attended Mr. Fresnel's labours, as I beg you will tell him: and I think some of his proofs and illustrations very distinctly stated: but I cannot fully adopt your expression in the letter you wrote by Mr. Dupin, that this memoir may be « considéré comme la démonstration de « la doctrine des interférences : » for neither I nor any of those few who were acquainted with what I have written can find a single *new* fact in it of the least importance: nothing certainly half so important as your experiments on the colours seen in transmitted light, or on the non-interference of light polarised in opposite directions. Mr. Fresnel's words, in his letter, are : « Les franges « extérieures se propagent aussi suivant des hyperboles, comme je l'ai reconnu, « et la courbure de ces trajectoires, qui est nulle pour les bandes intérieures, « devient sensible au contraire dans les franges extérieures. » Now you are all well aware that this was known to Newton himself, and that he attempted to elude the difficulty by saying that the light was not the same; and it was, therefore, unnecessary for me to repeat it in the same form. And the precise hyperbolical nature of the curves concerned is by no means a very strong point in the chain of evidence, partly on account of the difficulty of measuring the exact breadth of the fringes, and partly on account of the loss of the half interval, not hitherto explained. Mr. Fresnel has repeated some of Mr. Dufour's experiments on small cylinders, and has very truly observed that the spectra move with the cylinders. This was the reason that I never considered these experiments as of any value, the circumstance having been noticed by several authors, and, among the rest, by Mr. Brougham in 1796.

N° LVI³. . . . .

. . . .

I have also been reflecting on the possibility of giving an imperfect explanation of the affection of light wich constitutes polarisation, without departing from the genuine doctrine of undulations. It is a principle, in this theory, that all undulations are simply propagated through homogeneous mediums in concentric spherical surfaces, like the undulations of sound, consisting simply in the direct and retrograde motions of the particles in the direction of the radius, with their concomitant condensation and rarefactions. And yet it is possible to explain in this theory a transverse vibration, propagated also in the direction of the radius, and with equal velocity, the motions of the particles being in a certain constant direction with respect to that radius; and this is a *polarisation* *. But its inconceivable minuteness suggests a doubt as to the possibility of its producing any sensible effects: in a physical sense, it is almost an evanescent quantity, although not in a mathematical one. Its foundation is this: suppose two particles to reflect two portions of light, which interfere with each other, and form a dark fringe, the one being situated at the distance of several intervals from the other, in a direction transverse to that of the fringe. It is obvious that their interference can never be so completely effectual as not to leave some remains of the motions combined with each other: the direct motion of the one vill destroy the retrograde motion of the other; but the transverse motions of each, with respect to the line bisecting their directions, will conspire with each other and will produce a single transverse vibratory motion. And who shall say that this motion will be too minute to produce any effet in any circumstances? . . . .

* « This suggestion was a capital step in the undulatory theory of light. See Dr. Whewell's «*History of the inductive Sciences*, vol. II, p. 417. » (Note de l'éditeur Peacock.) (**)

** Voir l'*Introduction* d'E. Verdet aux *Œuvres* d'A. Fresnel, p. LV. [L. F.]

N° LXI[a].

LE DR YOUNG À F. ARAGO [a].

Worthing, 15 September 1817.

. . . .

. . . .

. . . . . I have been amusing myself lately with revising some of my investigations respecting light. But I do not know that I have made out anything new that is very important : you will, however, be interested in the result of a calculation which completely solves your difficulty respecting the transmitted and reflected rings. In the first place there is no doubt that the intensity of light must be measured by the squares of the velocities of the particles, and not by the simple momenta, otherwise there would be an increase of the whole existing quantity of light after every partial reflection : and in the second place you will find that the difference in the squares of the velocities of the compound transmitted undulations, at the distance of half an interval, and a whole interval, is equal to the difference of the squares in the case of reflection, except a slight diminution exactly equal to that which would be produced by viewing these last through the plate in question : and possibly in the case of oblique incidences, even this difference would be found to vanish.

I do not know whether it has occurred to you that the difference between the dimensions of the rings discoverable upon silver as you first observed, from the light irregularly reflected, and the ordinary rings, is perfectly intelligible from the circumstance of the difference of the interval of retardation in cases of oblique incidence, the light not passing necessarily through the plate in the same angle before and after its reflection. Have you observed that steel reflects regularly a series of rings with a black central spot, and gold ditto with a white one?

I cannot yet satisfy myself respecting the true explanation of Biot's experi-

---

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 385.

N° LVI°. ments on oil of turpentine, and I shall be glad to receive Mr. Fresnel's which you mentioned to me, as soon as he is ready to make it public. In short, the relation of Biot's experiments is so mixed with his theory, that I am very much at a loss to separate them.

. . . .

Ever yours,

Thomas YOUNG.

N° LVII°.

LE DR YOUNG À F. ARAGO [a].

(*For the Annales if you think proper.*)

Worthing, 4th August 1819.

My dear Sir,

You will imagine how greatly I have been interested with the two principal papers in the *Annales de chimie* for May. Perhaps, indeed, you will suspect that I am not a little provoked to think that so immediate a consequence of the Huyghenian system, as that which Mr. Fresnel has very ingeniously deduced, should have escaped myself, when I was endeavouring to apply it to the phenomena in question: but in fact, I am still at a loss to understand the possibility of the thing; for if light has at all times so great a tendency to diverge into the path of the neighbouring rays, and to interfere with them as Huyghens supposes, I do not see how it escapes being totally extinguished in a very short space, even in the most transparent medium, as I have observed in my first paper on the subject [b]. I cannot, however, deny the utility of Mr. Fresnel's calculations. I have not yet seen his analysis; but the result may easily be exhibited in a very simple form, by merely considering the effect of a pencil

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 388.

[b] Voyez le Mémoire intitulé: *On the Theory of Light and Colours.* (*Miscellaneous Works*, vol. I, p. 149.)

passing through a small circular orifice, each point of which contributes equally to furnish light to an object situated in the axis of the pencil. For, supposing the area of the orifice to be x, the difference of the paths of the rays passing through its centre and its circumference will obviously vary as x, both these quantities being as the square of the diameter: we have also dx for the fluxion of the area depending on its annular increment, and belonging to the difference in the paths expressed by $\frac{a}{d}x$, d being the distance of the object and a constant quantity: so that the fluxion of the intensity of the light will be $\cos\left(\frac{a}{bd}x\right)dx$, supposing the law of the undulations to be that of the cycloidal pendulum, which is the simplest possible: consequently the intensity for an orifice, of which the area is any finite quantity x, will be $c \sin \frac{a}{bd}x$ which will vanish when $\frac{a}{d}x$ becomes equal to the breadth of a complete undulation: a result equivalent to the apparent inversion of the undulation by oblique reflection, which I observed, but confessed myself «unable to explain.» XLVI.

Believe me, my dear Sir,

Ever most truly yours,

THOMAS YOUNG.

XLVI.

A. FRESNEL AU Dr YOUNG[2].

Paris, le 19 septembre 1819.

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous adresser deux exemplaires de mon Mémoire sur la diffraction, tel qu'il vient d'être imprimé dans les *Annales de chimie et de physique*. Il ne pouvait pas y être inséré en totalité à cause de son étendue; mais la partie supprimée, ne contenant guère que des objections contre le système Newtonien, vous aurait présenté peu d'in-

---

[1] «Note the correction of this in the next letter (16), p. 391, as well as Dr. Young's reply, n° 17». — *Note by the Editor* (PEACOCK). — Voir la lettre suivante, p. 750.

[2] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 389.

N° LVI. térêt [a]. L'extrait publié contient la partie essentielle de mon Mémoire : la théorie de la diffraction et sa vérification expérimentale. Cette théorie, comme vous l'avez très-bien dit, n'est autre chose que le principe d'Huyghens appliqué aux phénomènes en question. Sans doute ce grand géomètre en aurait aisément déduit les lois de la diffraction, s'il avait songé à l'influence mutuelle que des ondes produites par un mouvement oscillatoire doivent exercer les unes sur les autres. Mais il vous était réservé d'enrichir la science du principe fécond des interférences, et de montrer par une foule d'applications ingénieuses de quelle utilité il pouvait être en optique.

Le principe d'Huyghens me paraît, aussi bien que celui des interférences, une conséquence rigoureuse de la coexistence des petits mouvements dans les vibrations des fluides. Une onde dérivée peut être considérée comme l'assemblage d'une infinité d'ébranlements simultanés : on peut donc dire, d'après le principe de la coexistence des petits mouvements, que les vibrations excitées par cette onde dans un point quelconque du fluide situé au delà sont la somme de toutes les agitations qu'y aurait fait naître chacun de ces centres d'ébranlement en agissant isolément. A la vérité, d'après la nature des ondes dérivées, ces centres d'ébranlement ne peuvent pas produire de mouvement rétrograde, et les ondulations élémentaires qui en émanent ne sauraient avoir, dans des directions obliques à l'impulsion primitive, la même intensité que suivant la normale à l'onde génératrice. Mais il est évident que le décroissement d'intensité doit suivre une loi de continuité, et peut être considéré comme insensible dans un intervalle angulaire très-petit : or cette considération suffit pour la solution du problème; car, dès que l'inclinaison des rayons est un peu prononcée, il est aisé de voir qu'ils se détruisent mutuellement.

Mais comment ces destructions mutuelles n'affaiblissent-elles pas considérablement la lumière totale? C'est une conséquence générale des vibrations des fluides élastiques que la somme des forces vives

---

[a] Voir N° XIV, t. I, p. 248, où ce premier paragraphe est cité en note.

reste toujours constante, de quelque manière que l'on subdivise et N° LXI
recompose le mouvement. On peut aisément vérifier ce principe dans le cas très-simple des bandes obscures et brillantes produites par l'interférence de deux systèmes d'ondes lumineuses réfléchies sur deux miroirs légèrement inclinés entre eux, qui sont d'une intensité sensiblement uniforme dans le petit espace angulaire où se forment les franges. On trouve, en intégrant, que la somme des forces vives d'une demi-frange, depuis le point le plus sombre de la bande obscure jusqu'au point le plus éclatant de la bande brillante, est précisément la même que dans les deux systèmes d'ondes supposés indépendants l'un de l'autre, malgré la destruction de mouvement qui résulte de leur influence mutuelle dans les points de discordance : parce qu'elle est exactement compensée par l'augmentation de mouvement dans les points où leurs vibrations s'accordent. En effet, si l'on représente par a et a' les intensités des vitesses d'oscillation que les deux séries d'ondes imprimeraient aux molécules éthérées, en agissant isolément, on a pour l'expression de l'intensité d'oscillation du système d'ondes résultant du concours des deux autres $\sqrt{\left\{a^2+a'^2+2aa'\cos\left(2\pi.\frac{x}{c\lambda}\right)\right\}}$, 2π représentant la circonférence dont le rayon est 1, λ la longueur d'ondulation, et $\frac{x}{c}$ la différence des chemins parcourus dans le point de la frange que l'on considère. J'indique ici par x la distance de ce point à celui d'accord parfait, c'est-à-dire au point le plus éclairé de la bande brillante ; $\frac{1}{c}$ est le rapport constant de cette distance à l'intervalle correspondant entre les deux systèmes d'ondes. La force vive étant la masse multipliée par le carré de la vitesse sera proportionnelle à

$$a^2+a'^2+2aa'\cos\left(2\pi.\frac{x}{c\lambda}\right),$$

et sa différentielle à

$$\left\{a^2+a'^2+2aa'\cos\left(2\pi.\frac{x}{c\lambda}\right)\right\}dx,$$

dont l'intégrale est

$$(a^2+a'^2)x+\frac{c\lambda}{2\pi}2aa'\sin\left(2\pi.\frac{x}{c\lambda}\right),$$

N° LVI qui devient $(a^2 + a'^2)x$ lorsque $\frac{x}{c\lambda}$ est égal à $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire lorsqu'on intègre depuis le point d'accord parfait jusqu'à celui où les deux systèmes d'ondes diffèrent d'une demi-ondulation : or, d'après la même notation, $(a^2 + a'^2)x$ est précisément la somme des forces vives que les deux systemes d'ondes apportent dans cet intervalle d'une demi-frange, abstraction faite de leur interférence ; l'influence mutuelle qu'ils exercent l'un sur l'autre ne diminue donc pas la somme des forces vives.

Dans le calcul qui termine votre lettre à M. Arago, où vous appliquez le principe d'Huyghens au cas d'une ouverture circulaire, il me semble, si je comprends bien votre notation, que vous vous êtes mépris sur la formule d'interférence : la fluxion de l'intensité de la lumière dans le point qui répond au centre de l'ouverture n'est pas $\cos\left(\frac{a}{ld}x\right)dx$, mais $\cos\left(\frac{1}{2}\frac{a}{ld}x\right)dx$, dont l'intégrale est $2c\sin\left(\frac{1}{2}\frac{a}{ld}x\right)$. Et en effet, cette expression, qui devient nulle quand $\frac{a}{d}x$ est égal à l, comme celle que vous obtenez $c\sin\left(\frac{a}{ld}x\right)$, s'accorde encore avec l'expérience en ce qu'elle atteint son maximum lorsque $\frac{a}{d}x$ est la moitié de l ; tandis que $c\sin\left(\frac{a}{ld}x\right)$ devient alors une seconde fois égal à zéro, et ne peut pas en conséquence représenter l'intensité de la lumière dans la projection du centre d'une ouverture circulaire.

Il est aisé, sans le secours de l'analyse et par une considération géométrique bien simple, de déterminer les circonstances de maximum ou de minimum de lumière pour le point dont il s'agit. Il suffit de diviser par la pensée la surface de l'ouverture circulaire en anneaux concentriques dont les circonférences répondent à des différences d'une demi-ondulation dans les chemins parcourus ; ces anneaux étant égaux en surface envoient chacun le même nombre de rayons, et comme ces rayons sont sensiblement égaux en intensité, d'après mon hypothèse, il est clair qu'ils se détruisent tous mutuellement quand les anneaux sont en nombre pair, et qu'ils doivent produire au contraire par leur réunion la lumière la plus vive possible lorsque les anneaux sont en nombre impair.

D'après cette manière d'envisager les phénomènes de la diffraction, il n'est plus nécessaire de supposer une inversion de l'ondulation dans les rayons réfléchis sur le bord de l'écran, qui ne sont qu'une très-petite partie de ceux qui concourent à la production des franges (1). Mais je n'en crois pas moins à cette inversion, du moins dans la réflexion produite par les corps parfaitement transparents, tels que l'eau, le verre, etc. Cette opinion est fondée sur une hypothèse à laquelle j'accordais la préférence depuis longtemps, et que je viens de vérifier par des expériences qui me paraissent décisives : je ne crois pas que la réflexion soit occasionnée par une plus grande densité de l'éther dans le milieu réfringent, mais par des réflexions partielles sur les particules propres du milieu, que je suppose, dans une petite épaisseur de la surface, participer à la fois aux vibrations des rayons transmis et des rayons réfléchis. Il est aisé de concevoir comment la réflexion devient insensible à une certaine distance de la surface, lorsque les intervalles qui séparent les particules du milieu sont très-petits par rapport à la longueur d'une ondulation, puisque alors toutes les réflexions élémentaires se détruisent mutuellement dans l'intérieur du corps. N° LVI

Je vous prie d'avoir la bonté d'offrir de ma part à la Société Royale de Londres un des exemplaires ci-joints de mon Mémoire sur la diffraction.

J'ai l'honneur d'être avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

---

(1) « This was the correction of an important inaccuracy in the Dr. Young's explanation of « the external fringe of shadows in diffraction, to which Mr. Fresnel's first explanation (letter 9, « p. 376) was equally liable. See Dr. Whewell's *History of the inductive Sciences*, vol II, « p. 406. See also the next letter, n° 17. » — *Note by the Editor* (PEACOCK).

N° LVI.

N° LVI.

LE Dr YOUNG À A. FRESNEL[a].

Worthing, 16 octobre 1819.

Je vous remercie infiniment, Monsieur, pour le présent que vous m'avez fait de votre beau Mémoire, qui mérite assurément un rang distingué parmi les écrits qui ont le plus contribué aux progrès de l'optique. Je n'ai pas la moindre idée d'insister sur l'opération des rayons réfléchis des bords d'un corps opaque; je savais même très-bien que, quand on se sert de deux fentes parallèles, il faut se rapporter au milieu de chacune pour l'interférence, comme vous pouvez voir dans la figure 442 de mes *Lectures;* mais je n'avais jamais eu l'heureuse idée d'analyser les résultats de la combinaison des ondulations particulières, qui vous a si bien réussi, et ce qui m'en a empêché c'est la difficulté que je sentais d'apprécier assez justement l'effet de l'obliquité, que vous n'avez pas trouvé nécessaire de comprendre dans votre calcul. J'avoue que ma petite lettre à M. Arago manque d'exactitude, et j'espère qu'il ne l'aura pas publiée; j'ai regardé la chose trop à la hâte; et, comme le seul résultat que je me sois donné la peine d'examiner était d'accord avec les vôtres et avec l'expérience, je m'en suis trop aisément satisfait. Mais vous verrez, par la petite table des marées que je vous adresse avec cette lettre, que la vraie manière d'envisager la combinaison des ondulations m'était assez familière[b]. En effet, nous

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 393.

[b] A la présente lettre A. Fresnel avait annexé une copie, faite de sa main, de la traduction suivante de l'article inséré par Young dans le Journal de Nicholson, sur le *brisement des vagues*.

EXTRAIT DE LA LETTRE DE M. YOUNG SUR LA THÉORIE DES VAGUES

(*Journal de Nicholson*, t. XVIII, p. 118.)

La troisième question est relative à la cause de la rupture d'une vague en forme de *surf* (*into surf* — dans le ressac). Les vagues se brisent rarement en mer, à moins que le vent ne soit très-fort; mais quand elles approchent du rivage, elles finissent toujours par se briser. La raison générale de leur rupture paraît être l'excès de la vitesse de la partie supérieure de la vague sur celle de la partie inférieure; et cette différence peut résulter, soit de l'effet du vent sur la partie supérieure, soit de la résistance du fond à la partie inférieure, soit d'une troisième cause plus générale quand la grandeur de la vague ne peut plus être

n'avons qu'à diviser le trou circulaire en petits anneaux concentriques d'une N° LVI
égale aire, qui répondront à des différences égales dans les routes, et il suit

---

négligée par rapport à l'épaisseur du fluide; car dans ce cas la partie supérieure de la vague doit avoir une tendance naturelle à avancer plus rapidement que la partie inférieure, en raison de la plus grande profondeur qui détermine sa vitesse. Outre cela, la forme de la vague elle-même, là où l'eau est peu profonde, peut être telle qu'elle la rend incapable d'avancer sans que la direction de sa surface antérieure se change en une situation plus rapprochée de la verticale.

Dans les calculs par lesquels on détermine la vitesse des vagues, on a coutume de négliger non-seulement la différence de l'épaisseur totale du fluide à différents endroits de la surface de la vague, mais aussi l'effet immédiat du mouvement horizontal des particules, en tant qu'il n'entre pour rien dans la production d'une élévation ou d'une dépression par ses variations. La théorie abstractive déduite de ces considérations est parfaitement correcte, et peut être combinée avec leurs résultats de manière à devenir applicable à quelques cas qui autrement n'y seraient pas compris. Ainsi, si nous supposons qu'une vague terminée par deux plans également inclinés est placée sur une surface sur laquelle elle peut se mouvoir sans éprouver de résistance, on peut faire voir que le point le plus élevé sera d'abord aplati par la vitesse résultant de la profondeur à ce point, le nouveau point angulaire s'avançant de chaque côté sur la surface inclinée avec une vitesse qui est d'abord égale à celle qui est due à la moitié de la profondeur et qui est ensuite uniformément retardée; en sorte que l'angle est deux fois aussi longtemps à parcourir la surface entière de la vague qu'il aurait été sans cela. Le centre descend d'abord plus rapidement que la partie plus voisine du bord, en sorte que la vague devient concave dans le milieu au lieu d'être plate, comme cela aurait lieu si la profondeur du fluide était très-considérable. En même temps les bords de la vague avancent avec une vitesse qui continue d'être uniformément accélérée jusqu'à ce que l'angle y parvienne; et cette vitesse est autant plus petite que celle d'un corps tombant par son propre poids, que la hauteur de la vague est plus petite que la moitié de la largeur (*); car la pression horizontale entière agissant sur une section verticale quelconque de la vague est partout proportionnelle à la quantité du fluide qui est au-dessus; et tant que les parties plus profondes conservent leur forme, elles pousseront en avant les parties plus élevées avec une force constante. Mais si une partie quelconque de la surface de la vague est concave, la vitesse ainsi produite dans ses parties supérieures les fera avancer plus rapidement que les inférieures, et la surface deviendra de plus en plus inclinée à l'horizon; si au contraire elle est convexe, les parties inférieures seront poussées en avant, et la convexité sera diminuée. Outre le cas d'une vague qui s'avance, en conséquence de sa gravitation, sur un rivage plat, ces considérations sont encore applicables au cas d'une goutte d'huile qui s'étend, par la force de cohésion, sur la surface d'un vase d'eau.

19 septembre 1807.

(*) *And this velocity is as so much smaller that of a body falling by its weight, as the height of the wave is smaller than half the breadth.*

N° LXI. du principe connu de la combinaison des ondulations, dont je me suis servi dans cette construction pour les marées, que si l'on représente les petites ondulations égales par les côtés d'un polygone inscrit dans un cercle, et formant les angles extérieurs égaux aux distances des ondulations sur le cercle qui les mesure, les cordes de ces polygones ou des arcs qui les représentent dans leur dernier état seront proportionnelles aux grandeurs des ondulations composées, et voilà les doubles sinus des moitiés des angles, auxquels vous êtes parvenu.

Huyghens aurait pu sans doute, comme vous le remarquez, soupçonner ce qui serait l'effet de l'interférence des ondulations; mais il ne paraît pas qu'il ait eu aucune idée de ce qui pouvait constituer la différence des couleurs, quoiqu'il eût pu adopter la suggestion de Newton ou de Malebranche que j'ai citée, s'il avait poursuivi plus loin ses recherches.

J'avais remarqué que l'interférence de deux systèmes quelconques d'ondulations n'altérait pas la somme des forces vives, et je vois que M. Poisson a démontré quelques-uns de mes résultats appartenant à l'intensité de la lumière d'une manière plus directe, dans un mémoire qu'il a eu la bonté de m'adresser. Si vous le voyez, je vous prie de l'en remercier de ma part, et de lui dire qu'il trouvera dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, pour 1775, des expériences de Lambert sur les flûtes, comparées avec la théorie de Bernoulli, qu'il ne paraît pas connaître.

La polarisation nous présente encore beaucoup de difficultés. Je m'étais flatté, d'après ce que M. Biot venait d'annoncer dans son mémoire, que vous en aviez levé la plupart, et que vous aviez expliqué la rotation apparente des rayons dans quelques fluides, que M. Biot a découverte. Si cela est vrai, je vous serais extrêmement obligé si vous pouviez me donner quelque idée de votre théorie. Vous trouverez quelques mots sur l'optique dans l'extrait astronomique que j'ai l'honneur de vous adresser.

Je suis, Monsieur, avec les sentiments les plus distingués,

Votre très humble et très-obéissant serviteur,

Thomas YOUNG.

N° LVI.

A. FRESNEL AU Dr YOUNG[a].

Paris, le [illegible] 1819.

Monsieur,

Je n'ai pas trouvé dans le Journal de Nicholson[b], avec votre table générale des marées, l'exposition de la théorie qui vous a servi à la calculer, et que vous m'indiquez trop succinctement dans votre lettre pour que je puisse m'en faire une idée bien nette. Je dois penser néanmoins, d'après ce que vous me faites l'honneur de m'écrire, que vos calculs reposent sur la solution mathématique du problème des interférences. Il paraîtrait même, d'après l'expression *le principe connu de la combinaison des ondes*, que vous employez dans votre lettre, que la solution de ce problème était connue depuis longtemps. C'est sur quoi je vous prie d'avoir la bonté de me donner quelques éclaircissements.

J'avouerai qu'après l'avoir trouvée, la chose me paraissait si simple, que j'avais beaucoup de peine à croire qu'elle fût neuve. Il me semblait peu probable que Bernoulli, qui avait si souvent et si heureusement fait usage du principe de la coexistence des petits mouvements, n'eût pas résolu le problème des interférences. Aussi, ce n'est pas sans hésiter que j'ai inséré dans mon mémoire la note (2) de la page 8[c]. Je ne me suis décidé à le faire qu'après avoir demandé plusieurs fois à M. Arago (qui est le savant français qui connaît le mieux vos ouvrages) s'il était bien certain que vous n'eussiez pas indiqué, dans quelques-uns de vos mémoires, le moyen de calculer la résultante d'un nombre

[a] Réponse à la lettre du docteur Young du 16 octobre 1819.

[b] *Journal de Nicholson* pour 1807, t. XVIII, p. 118. — Voyez la lettre précédente.

[c] *Annales de chimie et de physique*, 2e série, t. XI, p. 251.

N° LXI. quelconque d'ondes lumineuses données de grandeur et de position.

C'est en m'occupant des phénomènes de coloration que présentent les lames cristallisées, que j'ai senti la nécessité de chercher la solution du problème des interférences. Je l'ai donnée, pour la première fois, dans un mémoire présenté à l'Institut de France, au commencement de l'année 1818[a], et j'en ai fait l'application aux phénomènes singuliers que présente la lumière polarisée modifiée par la réflexion complète.

La lumière polarisée réfléchie deux fois dans l'intérieur du verre, sous une incidence suffisamment éloignée du parallélisme et de la limite de la réflexion complète, et suivant un plan incliné de 45° sur le plan primitif de polarisation, paraît complétement dépolarisée lorsqu'on l'observe avec un rhomboïde de chaux carbonatée; et cependant elle conserve la propriété de développer des couleurs dans les lames cristallisées; mais ces couleurs ne sont pas semblables à celles que développe dans les mêmes lames la lumière polarisée ordinaire : elles en diffèrent d'un quart d'ondulation, ou, en d'autres termes, elles tiennent le milieu entre ces teintes et leurs complémentaires.

La lumière polarisée ainsi modifiée, qui conserve la propriété de colorer les lames cristallisées parallèles à l'axe, ne peut plus produire de couleurs dans une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, ou dans un tube rempli d'essence de térébenthine.

La lumière dépolarisée par deux réflexions complètes reprend toutes les apparences et les propriétés de la lumière polarisée ordinaire par deux autres réflexions complètes dans le même plan ou dans un plan perpendiculaire.

Lorsqu'on place une lame parallèle à l'axe entre deux parallélipipèdes de verre, dans chacun desquels la lumière polarisée éprouve la modification produite par la double réflexion complète, et de manière que les deux plans d'incidence soient perpendiculaires entre eux et in-

---

[a] Le 30 mars 1818.

clinés de 45° chacun sur l'axe de la lame cristallisée, ce système d'une lame parallèle à l'axe comprise entre deux parallélipipèdes de verre présente les propriétés remarquables du cristal de roche taillé perpendiculairement à l'axe, ou de l'essence de térébenthine, c'est-à-dire que les deux plans extrêmes de polarisation restant fixes, on peut le faire tourner sur lui-même sans que la couleur de l'image éprouve la moindre altération, et qu'au contraire, lorsqu'un de ces deux plans change d'azimut par rapport à l'autre, la teinte change de couleur sans diminuer de vivacité. Ce système fait tourner les molécules lumineuses de gauche à droite ou de droite à gauche (pour me servir de l'expression de M. Biot), selon le sens dans lequel l'axe de la lame cristallisée se trouve incliné relativement au premier plan de double réflexion.

La double réflexion intérieure, sous l'incidence convenable pour dépolariser complètement la lumière, la divise en deux systèmes d'ondes polarisées, l'un parallèlement, l'autre perpendiculairement au plan de réflexion, et séparés par un intervalle d'un quart d'ondulation, et l'intensité de vibration de chacun de ces deux systèmes d'ondes est proportionnelle au cosinus de l'angle que le plan de réflexion fait avec le plan primitif de polarisation, comme dans toutes les autres subdivisions de la lumière en deux faisceaux polarisés en sens contraires. Telle est la définition théorique de cette nouvelle modification de la lumière, que j'avais déduite de mes premières observations, et qui a servi de base au calcul des formules par lesquelles j'ai représenté les différents phénomènes que je viens d'exposer, et plusieurs autres qu'il aurait été trop long de détailler ici.

La ressemblance frappante entre les phénomènes de coloration que présente l'essence de térébenthine, et le système d'une lame parallèle à l'axe comprise entre deux parallélipipèdes de verre, dans lesquels la lumière éprouve la double réflexion complète, m'a conduit à supposer qu'elle était modifiée de la même manière dans chaque particule d'essence de térébenthine, à son entrée et à sa sortie, et qu'elle y éprouvait en outre la double réfraction, c'est-à-dire, en d'autres termes, qu'outre la propriété de réfracter doublement la lumière, comme les

N° LVI. cristaux, chaque particule d'essence de térébenthine possédait celle de la diviser, à son entrée et à sa sortie, en deux systèmes d'ondes différant d'un quart d'ondulation et polarisés à angle droit dans des azimuts inclinés de 45° sur la section principale de la particule.

Je me suis assuré, par des expériences de diffraction, que la lumière éprouvait réellement une double réfraction en traversant l'huile de térébenthine ; mais, quant à ma seconde hypothèse, je ne la considère que comme un moyen d'énoncer, dans l'état actuel de la théorie, l'autre modification que les particules de ce liquide impriment à la lumière. Il est probable que les choses se passent d'une manière plus simple que je ne viens de le dire, mais qui doit produire en définitive le même résultat ; car ces hypothèses représentent les faits avec une grande fidélité, du moins en admettant en outre, comme la progression des teintes le démontre, que la double réfraction, au lieu d'être sensiblement la même pour les différentes espèces de rayons, varie beaucoup dans l'essence de térébenthine avec la longueur des ondes lumineuses.

Une des conséquences les plus remarquables de la seconde hypothèse, c'est que les rayons qui ont éprouvé la réfraction ordinaire ou extraordinaire dans une première particule du fluide subissent nécessairement et en totalité la même réfraction dans les particules suivantes, quelles que soient les directions de leurs sections principales relativement à celle de la première ; en sorte que la lumière ne peut affecter que deux sortes de vitesse en parcourant le fluide : ce qui résultait nécessairement des faits, mais paraissait au premier abord très-difficile à concilier avec l'idée d'une multitude de petits cristaux tournés dans tous les sens.

Mes calculs ont toujours été basés sur les lois de l'influence mutuelle des rayons polarisés, telles que nous les avons déduites de l'expérience, M. Arago et moi. En les combinant avec les formules d'interférence, on peut représenter tous les phénomènes de coloration des lames cristallisées et des liquides.

Au lieu de cette analyse incomplète de mes mémoires, j'aurais désiré vous en envoyer des exemplaires ; mais ils n'ont pas encore été impri-

mes. J'espère néanmoins que cet exposé succinct de ma théorie suffira N° LVI.
pour vous la faire connaître. Vous voyez que je suis loin d'avoir levé toutes les difficultés que présentent la polarisation et la double réfraction. Je n'ai fait qu'indiquer des rapports théoriques entre des phénomènes qui paraissaient suivre des lois très-différentes, et réduire ainsi les faits à un plus petit nombre de principes généraux; mais l'explication de ces principes, je ne l'ai pas encore trouvée.

Je désirerais bien avoir une idée juste de votre théorie de la cohésion [a]. Ne serait-ce point abuser de votre complaisance que de vous prier de me donner sur ce sujet quelques éclaircissements? Si vous avez la bonté de le faire, je vous prie de les mettre à ma portée, et de ne pas trop compter sur ma perspicacité. . . . . . . [b]

N° LVII.

LE Dr YOUNG À A. FRESNEL.

Londres, 48, Welbeck street, 18 novembre 18..

Monsieur, — Il y a un mois qu'étant à Calais j'ai écrit à M. Arago une longue et pressante lettre, à laquelle il n'a pas encore daigné répondre. — Cependant le temps s'écoule et l'affaire dont il est question devient urgente. Il ne me reste donc qu'à vous prier, Monsieur, d'avoir la bonté de demander à M. Arago son *ultimatum* sur l'article de l'Encyclopédie sur la polarisation, et, au cas qu'il se déclare dans l'impossibilité de l'entreprendre, de commencer vous-même tout de suite le précis des faits connus sur la polarisation, en suivant à peu près la méthode que vous avez adoptée dans votre mémoire publié avec la *Chimie* de Thomson, mais en serrant un peu plus la matière, et en

[a] Voyez *Life of Th. Young*, by Peacock, p. 199.

[b] Cette lettre, que nous avons reproduite d'après un brouillon chargé de ratures, n'a pas été publiée par l'éditeur des *Miscellaneous Works* de Th. Young, et peut-être n'aura-t-elle pas été expédiée. L. F.

N° LXI°. évitant partout d'y laisser trop entrevoir le penchant que vous avez, comme moi-même, pour la théorie des ondulations.

Ayez la bonté de m'adresser un mot de réponse, et dites-moi quand vous croyez que vous pourrez m'envoyer la première feuille de l'article. — J'en entreprendrai la traduction, ce qui rendra moins injuste que mon nom y soit attaché avec le vôtre, ou du moins un de mes divers chiffres : à moins que M. Arago ne consente d'y ajouter le sien. — Cette condition est peut-être de très-peu d'importance en elle-même, mais elle est devenue nécessaire par les égards que l'éditeur de l'ouvrage croit devoir à un autre physicien, avec lequel il a pris quelques engagements qui pourraient le compromettre.

J'ai l'honneur d'être, Monsieur, avec les sentiments les plus distingués,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

THOMAS YOUNG.

N° LXI¹⁰.

A. FRESNEL AU Dʳ YOUNG [a].

Paris, 18 février 1823.

. . . .

J'avais remarqué depuis six ans que deux réflexions totales dans l'intérieur du verre, ou d'un autre corps transparent, peuvent, sous une incidence convenable, imprimer à la lumière polarisée dans l'azimut de 45° la modification que j'appelle maintenant *polarisation circulaire*, et que je définissais par la réunion de deux systèmes d'ondes égaux en intensité, polarisés à angle droit, et distants l'un de l'autre d'un quart d'ondulation. J'avais observé aussi que cette différence de marche entre les deux systèmes d'ondes, dont l'un est polarisé suivant le plan de réflexion et l'autre suivant un plan perpendiculaire, variait avec l'inclinaison des rayons et devenait nulle aux deux limites de la réflexion

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 395.

totale : mais il me semblait bien difficile de découvrir suivant quelle loi, et je ne l'avais pas même essayé. Ce n'est que depuis très-peu de temps que je me suis occupé de ce problème : j'en ai trouvé la solution beaucoup plus vite que je ne m'y attendais. J'ai lu à ce sujet un nouveau mémoire à l'Institut [1], dans lequel je fais voir d'abord comment on peut arriver aux formules d'intensité des rayons réfléchis sous des incidences obliques, en partant de la loi de Descartes, et s'appuyant seulement sur le principe de la conservation des forces vives et sur une hypothèse mécanique très-simple et très-admissible, dont je n'ai pas donné la démonstration, à la vérité, mais qui me paraît facile à établir. C'est à l'aide de ces formules que je suis parvenu à découvrir la loi dont je viens de parler : elles avaient été publiées en 1821, dans les *Annales de chimie et de physique*, à la fin de la dernière note ajoutée au Rapport de M. Arago sur la coloration des lames cristallisées. J'avais fait voir comment elles servent, non-seulement à calculer les proportions de lumière directe ou polarisée, réfléchie sous toutes les incidences par les corps transparents, mais encore à déterminer d'avance la proportion de lumière polarisée, si ce sont des rayons directs qu'on reçoit sur le corps transparent, ou la déviation du plan de polarisation, si l'on fait réfléchir de la lumière polarisée dans un azimut oblique. Ainsi ces seules formules servent à calculer les lois de tous les phénomènes que présentent les réflexions partielle et totale à la première et à la seconde surface des corps transparents. N° LVI

On doit publier incessamment, dans le *Bulletin des sciences de la Société philomathique* un extrait de mon nouveau Mémoire. . . .

---

[1] *Mémoire sur la loi des modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée*, présenté à l'Institut le 7 janvier 1823 (N° XXX, t. I, p. 767). — *Extrait* du même Mémoire lu par Arago dans la séance du 13 janvier (N° XXIX (A), t. I, p. 753).

N° LVIII.

A. FRESNEL AU Dr YOUNG[a].

Paris, le 27 mars 1823.

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous adresser sept exemplaires d'un extrait du mémoire que je vous avais annoncé dans ma dernière lettre, et qui a pour objet la recherche théorique et expérimentale des lois suivant lesquelles la lumière polarisée est modifiée par sa réflexion totale dans l'intérieur des corps transparents. Je vous prie de vouloir bien accepter un de ces exemplaires, d'en offrir un de ma part à la Société Royale, et de remettre ou faire parvenir les autres à MM. Wollaston, Dalton, Herschel, Brewster et Leslie.

M. Brewster sera peut-être surpris qu'en publiant cet Extrait, je n'y aie pas fait mention de ses recherches sur les effets de la réflexion totale, qui sont antérieures aux miennes. La raison de mon silence à cet égard tient d'abord au peu d'espace dans lequel j'étais forcé de resserrer mon extrait, et ensuite à la persuasion où je suis que M. Brewster s'est complétement mépris dans les lois qu'il a données des phénomènes de coloration que présente la lumière polarisée après avoir éprouvé la réflexion totale. D'abord il n'a pas observé que ces couleurs ne sont sensibles que dans les incidences voisines de la limite de la réflexion partielle, ce qui fait soupçonner que le verre dont il se servait n'était pas bien recuit; en second lieu, il a avancé que ces couleurs, qu'il suppose pareilles à celles des lames cristallisées, descendaient, dans l'ordre des anneaux, par deux, trois, quatre réflexions, etc., comme la teinte d'une lame cristallisée dont on double, triple, quadruple l'épaisseur; tandis que, dès l'incidence de 48°, par exemple,

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 396.

deux nouvelles réflexions détruisent presque entièrement l'effet produit par les deux premières, et ramènent sensiblement la lumière à son état primitif de polarisation complète. N° LXI

J'ignore au reste si le Dr Brewster s'est occupé depuis des mêmes phénomènes : je ne connais que le mémoire qu'il a publié sur ce sujet dans les *Transactions philosophiques* de 1816 ou 1817, mémoire que M. Arago me montra lorsque je lui communiquai, en 1817, mes premières observations sur la dépolarisation produite par la réflexion totale[a].

Agréez, Monsieur, l'assurance de mon dévouement et de la haute considération avec laquelle j'ai l'honneur, etc.

N° LXII.

A. FRESNEL AU Dr YOUNG[b].

Paris, le 16 septembre 1825.

Monsieur,

En vous écrivant après un silence aussi long, j'aurais désiré pouvoir vous communiquer quelques nouvelles observations d'optique : malheu-

---

[a] Le brouillon de cette lettre d'A. F. se termine par le paragraphe suivant, que l'auteur a bâtonné :

«Lorsque vous m'écrivîtes [le 18 novembre 1822] à l'occasion de l'article sur la polari-«sation de la lumière, que M. Arago s'est engagé à rédiger, je l'informai sur-le-champ de «ce que vous me mandiez, et, ayant appris qu'il vous avait répondu, je crus inutile de vous «écrire que j'avais fait votre commission. A son retour de Metz, il me dit qu'il pourrait bien «profiter de l'offre que je lui avais faite de l'aider dans ce travail. Je l'assurai de nouveau «que je m'en occuperais sitôt qu'il me le demanderait, tout en souhaitant qu'il pût se passer «de mon aide. Jusqu'à présent il n'a point mis ma complaisance à l'épreuve, et j'espère «qu'il n'en aura pas besoin. — J'ai cru devoir, Monsieur, vous rendre compte de cela, pour «me décharger même d'une ombre de responsabilité envers les éditeurs de l'*Encyclopédie «Britannique*.»

[b] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 397.

N° LVI[12]. reusement, depuis assez longtemps j'ai été constamment occupé d'affaires de service et de détails relatifs à l'éclairage des phares. J'ai passé presque tout le mois de juillet dans la tour de Cordouan, à l'embouchure de la Gironde, pour y installer un appareil lenticulaire ou dioptrique, à feux tournants. N'ayant guère avec moi que de mauvais ouvriers, j'ai été obligé d'entrer dans les plus minutieux détails de cette installation, et de faire souvent moi-même l'ouvrier. La vivacité des éclats que présente le nouvel appareil a surpris les marins. Quelques Anglais, que la saison des bains avait amenés à Royan, ont dit qu'ils n'avaient pas vu de phare aussi brillant sur les côtes d'Angleterre. Je désirerais savoir ce qu'en pensent vos marins, qui sont les plus expérimentés de l'Europe, et s'ils trouvent que la durée de chaque apparition est suffisante pour relever le phare à la mer, comme l'estiment plusieurs marins français que j'ai consultés sur ce sujet. Cet appareil n'étant établi dans le phare de Cordouan que depuis le 25 juillet dernier, ce ne sera sans doute que dans un ou deux mois d'ici que vous pourrez recueillir quelques observations de vos marins sur le nouveau feu. Si vous avez la bonté de me les communiquer, vous me rendrez un grand service. Le phare de Cordouan devant servir à guider les bât'ments qui entrent dans la Gironde, comme ceux qui passent au large, j'ai tâché de procurer aux premiers les avantages d'une lumière fixe, qui a quatre lieues marines de portée, et qui empêche de perdre le phare de vue pendant les éclipses du feu tournant, lorsqu'on approche des écueils dont l'embouchure de la Gironde est semée. Ce petit feu fixe est produit sans addition de lampes, sans augmentation dans la dépense d'huile, et seulement en recueillant les rayons qui passent par-dessous l'appareil tournant, et les réfléchissant vers l'horizon par de petites glaces étamées, disposées comme les feuilles d'une jalousie. Il n'est aucun phare, je crois, dans lequel on tire autant parti de la quantité d'huile employée. La consommation actuelle est d'une livre et demie d'huile par heure, au plus, tandis que celle de l'ancien feu était de trois livres; en sorte qu'il résulte à la fois de ce changement d'appareil une éco-

nomie annuelle de près de six mille francs et une grande augmentation de lumière. N° LVI

J'ai l'honneur d'être avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

N° LVI^{13}.

LE Dr YOUNG À A. FRESNEL.

Calais, ce 14 octobre 1824.

Monsieur,

C'est avec une peine infinie que je me sens délaissé, dans des circonstances très-pénibles, par notre confrère M. Arago, un savant que j'ai toujours estimé comme un de mes meilleurs amis, et dont j'ai vanté l'amitié tant en public qu'en particulier. — Vous savez bien que j'ai beaucoup souhaité, il y a deux ans, que l'article du Supplément de l'Encyclopédie Britannique fût l'ouvrage commun de M. Arago, de vous et de moi. M. Arago a cru pouvoir le terminer sans vous incommoder : — à présent ce serait aussi inutile qu'injuste de vous prier d'entreprendre d'en être responsable en aucune manière. — Je crois qu'il sera terminé par un anonyme, qui tâchera de continuer le précieux fragment que nous avons déjà reçu de M. Arago; les faits seront tirés pour la plupart de l'article *Optics*, de l'Encyclopédie de M. Brewster, et je sais bien que M. A. a voulu faire quelques réclamations sur les dates de M. Brewster, en faveur de ses compatriotes.

Mais si vous pouviez me donner, dans une semaine, ou dix jours, quelques renseignements sur l'histoire de cette science, que vous avez si bien approfondie, ou quelques notices de vos expériences ou de vos théories, qui aient quelque rapport avec le sujet, vous m'obligeriez infiniment, et j'aurais soin que l'auteur de la continuation de l'article vous rendît justice, ainsi qu'à M. Arago et à tous ceux qui auraient à se plaindre de l'article de M. Brewster. . . . . . .

Je suis, Monsieur, avec les sentiments les plus distingués,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

THOMAS YOUNG, M. D.

N° LVI[14].

A. FRESNEL AU D[r] YOUNG[(a)].

Paris, le 16 octobre 1824.

Monsieur,

Je regrette beaucoup de ne pouvoir répondre en ce moment à la demande obligeante que vous me faites[(b)] : je suis occupé du matin au soir par les examens que je fais à l'École polytechnique, et je ne serai débarrassé que dans quinze jours de cette pénible occupation, qui m'a presque rendu malade. Il y a longtemps que je n'ai rien fait de neuf en optique. Je crois vous avoir envoyé, Monsieur, des extraits de mes deux derniers mémoires sur la double réfraction singulière que la lumière subit en traversant le cristal de roche parallèlement à son axe, et sur la loi des modifications que la réflexion totale, dans les corps diaphanes, imprime à la lumière polarisée. Mais je ne vous ai pas encore communiqué l'extrait de mon Mémoire sur la double réfraction, publié dans le *Bulletin des sciences de la Société philomathique*, livraison des mois d'avril et de mai 1822, parce que je n'en ai pas fait tirer d'exemplaires. Si vous n'avez pas le *Bulletin de la Société philomathique*, et que vous désiriez lire ce court extrait d'un long mémoire, j'en ferai faire une copie que j'aurai l'honneur de vous envoyer par la voie que vous voudrez bien m'indiquer.

J'ai maintenant, et depuis quelques années, des idées théoriques assez arrêtées sur les principaux phénomènes de l'optique, et je pourrais faire un article bien nourri en présentant ces vues dans un cadre

(a) *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 399.

(b) «This was in answer to an application, made through Dr. Young, by the proprietors of the Encyclopaedia Britannica, for an article on *Light*, for their new Supplement.» (Note de l'éditeur des *Miscellaneous Works* du D[r] Young.)

resserré : mais ce n'est que dans quinze jours que je pourrais commencer à m'en occuper, et vous ne recevriez mon article que dans un mois. Quant à l'histoire de la science, personne n'est moins capable que moi de fournir des renseignements, n'ayant pas l'avantage de pouvoir entendre les ouvrages et les journaux scientifiques écrits en anglais, et n'ayant même pas le temps de lire tout ce qui se publie en France sur l'optique. N° LVI[a].

Je vous prie d'excuser mon brouillon; je suis accablé par la fatigue et le besoin de sommeil.

J'ai l'honneur d'être avec la plus haute considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

N° LVI[b].

LE D[r] YOUNG À A. FRESNEL.

Londres, 17 novembre 1824, Welbeck street, 48.

Monsieur,

Je ne reçus votre lettre qu'hier au soir, et je m'empresse de vous dire que vous m'obligerez infiniment en ébauchant aussitôt que vous pourrez le « cadre resserré » qui renfermera vos « idées théoriques sur les principaux phénomènes de l'optique. » — Je ne peux pas me flatter que ce coup d'œil me fournisse tout ce que je désirerais pour l'article sur la polarisation; mais il y entrera peut-être comme une partie intégrante de la *mosaïque* que je serai forcé de substituer à un travail mieux rédigé. Arago m'a donné le commencement et les faits fondamentaux très-bien détaillés. — J'espère encore qu'il me fournira l'histoire des découvertes; j'y ajouterai ce que j'ai déjà essayé de faire pour parvenir à une illustration théorique des phénomènes; avec quelques idées nouvelles que j'ai imaginées depuis peu, et en comparant cela aux contributions que j'ai le droit d'attendre de vos lumières, je ne doute pas de satisfaire passablement bien à l'exigence de l'occasion.

N° LVI[15]. Veuillez donc vous mettre en œuvre pour me faire cette grâce : peut-être ferez-vous bien de ne pas en parler à Arago, de peur qu'il ne se croie dispensé de poursuivre ce qu'il a entrepris.

Je suis, Monsieur, avec les sentiments les plus distingués,

Votre, etc.

Thomas YOUNG, M. D.

Je crois pouvoir trouver sans difficulté le Bulletin de 1822, quoique je ne l'aie pas encore vu.

N° LVI[16].

A. FRESNEL AU D[r] YOUNG[a].

Paris, le 26 novembre 1824, rue des Fossés-Saint-Victor, n° 19.

Monsieur,

Si j'ai tardé quelques jours à répondre à votre lettre du 17, c'est qu'une indisposition assez grave m'interdisait la plus légère occupation. Je n'ai encore en ce moment que le degré de force qui suffit pour écrire une lettre. Cette indisposition provient principalement de la fatigue de mes examens, et peut-être aussi du petit travail auquel je me suis livré en rédigeant un article pour la *Revue Européenne*[(b)], comme je m'y étais engagé. Cette leçon sévère m'avertit assez

---

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 400.

Nous devons savoir beaucoup de gré à l'éditeur des œuvres d'Young de nous avoir conservé cette éloquente boutade, où se peint si vivement le noble caractère de notre auteur. [L. F.]

[b] Cet article *sur les différents systèmes relatifs à la théorie de la lumière* n'a point paru, et le manuscrit n'a pu être recouvré par A. Fresnel, malgré d'incessantes réclamations. — Voir ci-après (N° LVIII[8]) sa lettre du 1[er] juillet 1826 à M. Walker, directeur de cette *Revue Européenne* dont le projet avait avorté. [L. F.]

que je suis trop faible pour multiplier mes engagements, et que ma santé exige absolument un repos de quelques mois. C'est avec regret que je me vois dans l'impossibilité d'écrire l'exposé de mes idées théoriques que vous me demandez. N° LVIe

En y réfléchissant bien, cependant, dois-je regretter de ne pouvoir travailler pour un ouvrage anglais? Avons-nous lieu de nous louer en France des jugements qu'on porte en Angleterre de nos travaux et de nos découvertes? Le Dr Brewster prétend que c'est d'après ses idées qu'on a perfectionné l'éclairage du phare de Cordouan, quoique l'invention et l'exécution des lentilles à échelons soient toutes françaises, du commencement jusqu'à la fin. Il réclame aussi la découverte des modifications imprimées par la réflexion totale à la lumière polarisée, modifications dont il n'avait pas une idée bien juste, si j'en juge par ce qu'il a publié sur ce sujet. D'après ce que m'a dit M. Arago, il paraît qu'on a fait très-peu d'attention en Angleterre à la loi générale de la double réfraction, ainsi qu'aux formules que j'ai données pour calculer les intensités de la lumière réfléchie obliquement sur les corps transparents, et les déviations du plan de polarisation. Ces formules m'ont fait découvrir la loi assez compliquée des modifications singulières que la réflexion totale en dedans des milieux diaphanes imprime à la lumière polarisée; mais il ne paraît pas qu'on ait fait plus de cas chez vous de cette découverte que de celle de la double réfraction spéciale des rayons qui traversent le cristal de roche parallèlement à son axe. Si je parvenais à démontrer à M. Herschel, à M. Wollaston et aux autres physiciens anglais encore attachés au système de Newton, que la théorie des ondes mérite la préférence, ils ne manqueraient pas de dire que c'est uniquement à vos travaux qu'on doit le renversement du système de l'émission et les progrès de la théorie des ondes. Si, désabusant vos savants sur la polarisation mobile, je leur faisais adopter l'explication que j'ai donnée de la coloration des lames cristallisées, et ces méthodes générales au moyen desquelles on peut calculer les teintes dans tous les cristaux, quand on connaît la double réfraction de chaque espèce de rayon, ils diraient encore que l'explication de ces phéno-

N° LVI[bis]. mènes vous appartient; ils vous attribueraient également celle des phénomènes compliqués de la diffraction.

Il me semble cependant (je ne sais si mon amour-propre m'aveugle) que ce que vous m'aviez laissé à faire sur ces diverses parties de l'optique était aussi difficile que ce que vous aviez fait. Vous aviez cueilli les fleurs, pourrais-je dire avec la modestie anglaise, et j'ai creusé péniblement pour découvrir les racines.

Je suis loin de prétendre à ce qui vous appartient, Monsieur, comme vous l'avez vu dans le petit Traité sur la lumière inséré dans le Supplément à la traduction française de la *Chimie* de Thomson, comme vous le verrez encore dans l'article que je viens de rédiger pour la *Revue Européenne*. J'ai avoué d'assez bonne grâce devant le public, en plusieurs occasions, l'antériorité de vos découvertes, de vos observations et même de vos hypothèses. Cependant, entre nous, je ne suis pas persuadé de la justesse de ce mot spirituel par lequel vous vous compariez à un *arbre* et moi à une *pomme* que cet arbre aurait produite : j'ai la conviction intérieure que la pomme aurait poussé sans l'arbre, car les premières explications que je me suis données des phénomènes de la diffraction et des anneaux colorés, des lois de la réflexion et de la réfraction, je les ai tirées de mon propre fonds, sans avoir lu votre ouvrage ni celui d'Huyghens. J'ai remarqué aussi de moi-même que la différence de marche des rayons ordinaires et extraordinaires au sortir d'une lame cristallisée était égale à celle des rayons réfléchis à la première et à la seconde surface de la lame d'air qui donne la même teinte dans les anneaux colorés. C'est lorsque je communiquai cette observation à M. Arago qu'il me parla pour la première fois de la note que vous aviez publiée deux ans auparavant sur le même sujet, et à laquelle jusqu'alors il n'avait pas compris grand'chose. Au reste ceci ne me donne pas le droit de partager avec vous, Monsieur, le mérite de ces découvertes, qui vous appartient exclusivement par la priorité : aussi ai-je jugé inutile d'informer le public de tout ce que j'avais trouvé de mon côté, mais après vous; et si je vous en parle, c'est uniquement pour justifier ma proposition paradoxale, que *la pomme serait venue sans*

l'arbre. Il y a longtemps, Monsieur, que je désirais vous parler sur ces sujets à cœur ouvert, et vous montrer naïvement toute l'étendue de mes prétentions. N° LXI

Admettons que mon amour-propre soit trop exigeant, et qu'on m'ait assez rendu justice dans votre pays (car je suis peut-être effectivement un des Français qui ont le moins à se plaindre de vos compatriotes), je n'en serais pas moins étonné, je dirais presque révolté, de ce qu'on me rapporte si souvent sur la partialité choquante avec laquelle vos journaux scientifiques élèvent tous les jours au-dessus des découvertes françaises les plus remarquables ce qu'on a fait en Angleterre de plus insignifiant. Certes, je suis loin de disconvenir que vous n'ayez sur nous, surtout en politique, des supériorités incontestables; mais vous avouerez au moins que nous l'emportons de beaucoup en impartialité et en amour de la justice.

Cette lettre vous paraîtra peut-être, Monsieur, la boutade d'un malade tourmenté par la bile, et dont l'amour-propre est mécontent du peu d'attention qu'on a fait à ses travaux dans votre pays. Je suis loin de nier le prix que j'attacherais aux éloges des savants anglais, et de prétendre qu'ils ne m'auraient pas flatté agréablement. Mais depuis longtemps cette sensibilité ou cette vanité qu'on appelle amour de la gloire s'est beaucoup émoussée en moi : je travaille bien moins pour capter les suffrages du public que pour obtenir une approbation intérieure qui a toujours été la plus douce récompense de mes efforts. Sans doute j'ai eu souvent besoin de l'aiguillon de la vanité pour m'exciter à poursuivre mes recherches dans les moments de dégoût ou de découragement; mais tous les compliments que j'ai pu recevoir de MM. Arago, de Laplace, ou Biot, ne m'ont jamais fait autant de plaisir que la découverte d'une vérité théorique et la confirmation de mes calculs par l'expérience. Le peu d'empressement que j'ai mis à publier mes mémoires, dont il n'a guère paru que des extraits, montre que je ne suis pas tourmenté de la soif de la renommée, et que j'ai assez de philosophie pour ne pas attacher trop d'importance aux jouissances de la vanité. Mais il est inutile de m'étendre davantage sur ce sujet en

N° LVI[16]. écrivant à un homme trop supérieur pour que cette philosophie lui soit étrangère, et qui me comprendra et me croira aisément.

Agréez, Monsieur, l'assurance de la haute considération avec laquelle j'ai l'honneur d'être,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

A. FRESNEL.

P. S. Je ne parlerai point à M. Arago de votre seconde lettre. Je lui avais dit un mot de la première; il a été surpris que vous me témoignassiez le désir d'avoir un exposé de mes idées théoriques sur la lumière pour un ouvrage où vous lui aviez recommandé de ne rien mettre qui sentît l'hypothèse. Il part dans peu de jours pour Metz, où il espère terminer dans ses soirées son article sur la polarisation, par la description des modifications que la réflexion totale imprime à la lumière polarisée, et des caractères singuliers de la polarisation circulaire.

N° LVI[17].

A. FRESNEL AU DR YOUNG[(a)].

Paris, le 19 janvier 1825.

Monsieur,

Lorsque je vous ai écrit ma dernière lettre[(b)], mon imagination était fatiguée par des idées qui revenaient sans cesse à ma pensée, comme cela arrive souvent aux malades, et c'était pour m'en débarrasser que je les mettais sur le papier. Mais j'aurais dû me borner à cela, et ne pas vous envoyer cette lettre, qui a dû vous paraître assez ridicule et que je vous prie de jeter au feu.

(a) *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 403.

(b) La lettre précédente.

La peine que vous avez prise de transcrire les compliments que vous m'avez adressés dans la préface de votre bel ouvrage sur les hiéroglyphes [(a)] me fait craindre que vous n'ayez pensé que mon amour-propre avait besoin de cette consolation. La vérité est que je n'éprouvais ni chagrin d'amour-propre ni sentiment d'aigreur en écrivant cette lettre, qui, je l'avoue, n'a pas dû vous en paraître exempte : je jetais sur le papier des idées qui fatiguaient mon imagination. N° LVI

J'ai beaucoup tardé à vous répondre, Monsieur, et vous avez pu prendre mon silence pour un refus. J'ai toujours été languissant jusqu'à présent, et je ne suis pas encore guéri. On m'a recommandé d'éviter soigneusement toute tension d'esprit. Il est résulté de ce long repos que je me trouve très-arriéré dans mes occupations *obligées* [(b)] ; en sorte que, lorsque je me sens capable de travailler un peu, c'est à elles que je dois consacrer de préférence ces courts moments. J'ai cependant commencé à rédiger une exposition de mes idées théoriques sur la polarisation de la lumière et les lois des interférences des rayons

---

(a) La réponse d'Young aux deux lettres précédentes ne s'est pas retrouvée ; nous croyons au surplus qu'il s'agit ici du passage suivant, non de la préface, mais du chapitre IV du Mémoire publié en 1823 sous le titre : *An account of some recent discoveries in hieroglyphical Literature* (*Miscellaneous Works*, vol. III, p. 289) :

«Having had occasion, in the month of September last [1822?], to accompany some «friends in a short visit to Paris, I was very agreeably surprised with several literary and «scientific novelties of uncommon interest, and all of them such as either had originated, or «might have originated, from my own pursuits. I had first the pleasure of hearing, at a «meeting of the Academy of Sciences, an optical paper read by Mr. FRESNEL, who, though «he appears to have rediscovered, by his own efforts, the laws of the interference of light, «and though he has applied them, by some refined calculations, to cases which I had almost «despaired of being able to explain by them, has, on all occasions, and particularly in a very «luminous statement of the theory, lately inserted in a translation of Thomson's Chemistry «[N° XXXI], acknowledged, with the most scrupulous justice, and the most liberal candour «the indisputable priority of my investigations.» [L. FRESNEL.]

(b) Le service des Phares. — Appelé depuis le 1er juin 1824 à la direction de ce service et aux fonctions de secrétaire de la Commission des phares, A. Fresnel avait de plus à pourvoir à la création du nouveau système d'appareils d'éclairage imaginé par lui, et dont il avait fait la première application en 1823, à l'embouchure de la Gironde, sur la tour de Cordouan. [L. F.]

N° LXI(?). polarisés. J'espère que cette note sera terminée dans une dizaine de jours [a]. J'attendais toujours pour vous répondre que je l'eusse commencée, espérant m'y mettre d'un jour à l'autre : voilà pourquoi, Monsieur, j'ai tant tardé à vous écrire.

Il est très-possible que vous n'ayez plus besoin maintenant de ce petit mémoire : s'il vous était inutile, je vous prierais d'avoir la bonté de m'en prévenir, afin que je ne vous fisse pas payer mal à propos un assez fort port de lettre.

Vous avez pu trouver, Monsieur, dans le tome XVII des *Annales de chimie et de physique*, pages 179 et suivantes, et dans les divers extraits de mes mémoires que j'ai eu l'honneur de vous envoyer ou de vous indiquer, un aperçu de mes travaux et de mes idées théoriques sur la polarisation et la double réfraction. La note que je me propose de vous envoyer contiendra seulement la démonstration rigoureuse des vibrations transversales des rayons polarisés, et l'explication théorique des lois de l'interférence de ces rayons, sur lesquelles reposent tous mes calculs relatifs à la coloration des lames cristallisées : développements que je n'avais pu donner, faute d'espace, dans l'article des *Annales* que je viens de citer. A propos de cette théorie, il me semble que je puis en réclamer la seconde moitié. Vous avez remarqué et démontré le premier que les couleurs des lames cristallisées provenaient de la différence de marche des rayons ordinaires et extraordinaires ; mais il restait à établir le sens de polarisation de ces rayons dans les lames minces ; il fallait expliquer pourquoi leurs interférences ne produisaient des couleurs que lorsqu'on analysait la lumière émergente avec un rhomboïde de spath calcaire, ou par tout autre mode de polarisation ; et pourquoi il était encore nécessaire que la lumière eût reçu une polarisation préalable avant de traverser la lame cristallisée. Je crois

[a] Il s'agit des *Considérations théoriques sur la polarisation de la lumière* insérées dans le cahier du mois d'octobre 1824 du Bulletin de la Société philomathique et reproduites presque textuellement dans le *Second Mémoire sur la double réfraction*. (Voyez le N° XLVII, du paragraphe 4 au paragraphe 16, p. 487 à 507 du présent volume.) [L. F.]

aussi être le premier qui ait donné des méthodes sûres et générales pour calculer les teintes que la polarisation développe dans les lames cristallisées. N° LVI[bis]

Excusez, Monsieur, la brusque franchise de cette réclamation que m'engage à vous faire un article de votre dernière lettre[a] où vous me dites : «Je crois avoir expliqué les phénomènes desquels M. Biot avait «tiré cette notice imparfaite, avant que vous eussiez publié la même «théorie, etc.»

Agréez, Monsieur, l'assurance de la haute considération avec laquelle j'ai l'honneur d'être

Votre très humble et très-obéissant serviteur.

A. FRESNEL.

N° LVI[ter].

A. FRESNEL AU D[r] YOUNG.

Paris, le 4 septembre 1825.

Monsieur,

Je vous prie de faire agréer à la Société Royale mes vifs remercîments pour la haute faveur dont elle vient de m'honorer en me recevant au nombre de ses membres.

Avez aussi la bonté de lui offrir l'exemplaire ci-joint de mon Mémoire sur la diffraction, comme un faible hommage de mon respect et de ma reconnaissance.

J'ai l'honneur d'être avec la plus haute considération, Monsieur, etc.

---

[a] Nous n'avons pas retrouvé cette lettre.

N° LVI[19].

A. FRESNEL AU Dr YOUNG[a].

Paris, le 4 septembre 1825.

Monsieur,

Lorsque vous me demandâtes, il y a environ un an, de vous faire part de mes vues théoriques sur la polarisation et la double réfraction, j'eus l'honneur de vous indiquer l'Extrait de mon Mémoire sur la double réfraction qui avait été publié dans les deux Bulletins de la Société philomathique des mois d'avril et mai 1822 : n'en ayant pas fait tirer d'exemplaire à part, je ne pouvais pas vous en envoyer. Vous me répondîtes que, d'après l'indication que je vous donnais, vous comptiez le trouver aisément; voilà pourquoi je ne crus pas nécessaire de vous en faire une copie.

Je regrette de n'avoir point encore trouvé le temps ni l'occasion de faire imprimer le mémoire en entier[b] : ce que vous avez la bonté de me dire sur l'extrait me fait penser que la lecture du mémoire vous aurait offert quelque intérêt.

J'ai eu l'honneur de vous envoyer, cet hiver, avec un exemplaire de cet extrait, un petit mémoire contenant des vues théoriques sur la polarisation de la lumière[c]; dans lequel vous avez pu remarquer une démonstration assez méthodique de l'existence *exclusive* des vibrations transversales, si toutefois vous avez eu le temps de le lire. C'étaient

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 407.

[b] A. Fresnel, dont la santé se trouvait dès lors profondément altérée, ne put terminer qu'en 1826 son Mémoire récapitulatif sur la double réfraction. (Voyez, au sujet de sa publication, la note finale du N° XLVII, p. 596 du présent volume.) [L. F.]

[c] Les *Considérations théoriques sur la polarisation de la lumière*, après avoir été publiées dans le *Bulletin de la Société philomathique* (année 1824, p. 147), ont été fondues dans la rédaction du Mémoire précité, N° XLVII. (Voyez p. 487 du présent volume.) [L. F.]

précisément ces réflexions et ces développements que je me proposais de vous communiquer pour l'*Encyclopédie Britannique*, mais ils sont arrivés trop tard : peut-être même ne les avez-vous pas reçus. Ce petit mémoire avait été inséré dans le *Bulletin des sciences de la Société philomathique* du mois d'octobre 1824, publié, je crois, vers le milieu de l'hiver. N° LVI

Autant que je puis me le rappeler, j'ai adressé successivement mes deux paquets d'exemplaires à Sir Humphry Davy : c'est M. le lieutenant-colonel Wright qui a bien voulu se charger de les lui faire passer par le courrier de l'ambassade. Comme votre lettre me fait supposer que vous ne les avez pas reçus, et que je crains qu'il n'en soit de même des autres savants auxquels je désirais aussi les offrir, je joins à cette lettre sept exemplaires de chaque espèce, en vous priant de les donner aux physiciens qu'ils pourraient intéresser.

Je vous prie, Monsieur, d'avoir la bonté d'offrir mes remercîments particuliers aux membres de la Société Royale qui ont bien voulu lui faire valoir mes travaux. Je n'ai pas besoin de dire que c'est à vous que je crois être principalement redevable de la faveur qu'elle vient de m'accorder.

Agréez, Monsieur, l'expression de mon respectueux attachement.

Votre dévoué serviteur,

A. FRESNEL.

P. S. Je me porte mieux depuis plusieurs mois; mais j'ai été toujours trop occupé pour me rétablir entièrement. Je compte faire incessamment un petit voyage, qui achèvera, j'espère, le rétablissement de ma santé.

N° LVI[20].

LE D[r] YOUNG À F. ARAGO[(a)].

Park square, 29[th] March 1827.

My dear Sir.

In sending you my annual contribution to the improvement of the «Connaissance des temps,» I have also the pride and pleasure to inform you that the Council of the Royal Society has done honour to us *all*, by awarding to our friend Fresnel the Rumford medal, which has been adjudged but once since the death of Malus. In this determination the most zealous supporter of the cause was Mr. Herschel: I was obliged to be silent, from being *too much* interested in the subject, but in fact there was no opposition. The value of the medal is 60 *l.*; there will be a sum of 50 *l.* in money besides, which I shall have to remit, arising from the accumulations from the value of the medals not allotted. Thinking that this circumstance would make our system a little more popular than hitherto, I have determined to insert in my Astronomical and Nautical Collections a translation of Mr. Fresnel's Abstract, which is published in «Thomson's Chemistry[(b)],» and I trust he will not dislike its appearance . . . .

Very truly yours.

THOMAS YOUNG.

N° LVI[21].

LE D[R] YOUNG À A. FRESNEL[(c)].

London, 9, Park square, 18[th] June 1827.

My dear Sir,

I have great pleasure in transmitting to you the Prize Medal of Count

(a) *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 408.

(b) N° XXXI, p. 2 du présent volume.

(c) *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 409.

Rumford, intended to be given biennially to the author of the most important discovery or improvement relating to heat and light, which the Council of the Royal Society has thought it right to assign to your application of the undulatory theory of light to the phenomenon of polarisation. You will also have the goodness to call on Mr. Laffite, the banker, whom I have ordered to pay you the sum of 55 *l.* 16 *s.* sterling, and who will return me your receipt for the amount in french money : this sum being the accumulation derived from the investment of the value of medals not adjuged. At last, then, I trust you will no longer have to complain of the neglect which your experiments have for a time undergone in this country. I should also claim some right to participate in the compliment which is tacitly paid to myself in common with you by this adjudication, but considering that more than a quarter of a century is past since my principal experiments were made, I can only feel it a sort of anticipation of *posthumous* fame, which I have never particularly coveted. N° LVI[21]

Believe me, dear Sir, with great respect,

Very truly yours,

THOMAS YOUNG, M. D. *For Sec. R. S.*

N° LVI[22].

F. ARAGO AU Dr YOUNG[a].

Paris, 6 août 1827.

Mon cher confrère,

Je m'empresse de vous annoncer que l'Académie des sciences, sur la proposition d'une commission dont j'étais membre, et qui m'avait confié l'honneur de développer vos titres, vient de vous nommer, à la place de Volta, l'un de ses *huit* associés étrangers. Vos concurrents étaient MM. Olbers, Bessel, Robert Brown, Blumenbach, Sœmmerring, Leopold de Buch, Dalton et Plana. Aussitôt que le Roi aura confirmé votre nomination, le secrétaire de l'Académie vous la notifiera officiellement [b].

Vous avez sans doute appris quelle perte cruelle les sciences ont faite le

---

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 410.

[b] Voir l'éloge académique de Th. Young. *Œuvres d'Arago*, t. I, p. 241.

N° LVI[22]. mois dernier. Le pauvre Fresnel était déjà à moitié éteint lorsque je lui remis vos médailles. Sa mort a plongé ici dans la plus vive douleur tous ceux qui sont dignes d'apprécier l'accord d'un beau talent et d'un beau caractère.

Adieu, mon cher confrère. Présentez, je vous prie, mes hommages respectueux à Madame Young, et agréez la nouvelle assurance de mon attachement.

Votre tout dévoué,

F. ARAGO.

N° LVI[23].

LE Dr YOUNG À F. ARAGO [a].

London, Park square, 2nd September 1827.

My dear Sir,

On my return from Liverpool a few days ago, I found on my table your very obliging letter, announcing to me the success of your kind exertions in my favour, and my nomination as one of the eight foreign associates of the Academy. If any thing could add to the value of so distinguished a compliment, it would be the consciousness of owing it chiefly to the good opinion of so candide and so enlightened a judge as yourself. I must however confess that I could not read, without some confusion, my own name at the head of a list in which that of *Olbers* was only the third : but I am so much the more obliged to the Academy for its partiality to me.

I do indeed deeply lament the fatality which has a second time followed the adjudication of the Rumford medal. You do not tell me how far our poor friend felt that gratification from it, which it was our wish that he should receive, nor if he was pleased with my having undertaken to translate his Abstract [b] into english. . . . .

Believe me, *cher confrère* [c],

Very truly yours.

THOMAS YOUNG.

---

[a] *Miscellaneous Works*, vol. I, p. 410.

[b] Le petit *Traité sur la lumière*. (N° XXXI.) — (Voir la lettre N° LVI[20].)

[c] Le docteur Young venait d'être élu associé étranger de l'Académie des sciences. (Voir la lettre précédente.)

LVII.

CORRESPONDANCE D'AUGUSTIN FRESNEL AVEC FRANÇOIS ARAGO[1].

N° LVIII[1].

F. ARAGO A A. FRESNEL,

A RENNES.

Paris, le 1816.

Je dois paraître bien coupable à vos yeux, mon cher ami, et néanmoins je suis sûr que vous m'excuserez quand je vous dirai que depuis plus de deux mois j'ai une santé fort délabrée, et que, dans le peu de moments de répit que me laissaient mes coliques d'estomac, j'étais obligé de veiller seul à la publication des *Annales de chimie et de physique*. On m'annonce aujourd'hui le prochain retour de Gay-Lussac; j'aurai donc bientôt un peu plus de loisir, et je m'empresserai de remplir les commissions que vous me donnez. Je verrai avec un très-grand plaisir l'explication que vous avez trouvée de la perte d'une demi-ondulation; je ne doute pas que vous ne parveniez petit à petit à lever toutes les difficultés que présente encore cette théorie. Ce que vous avez déjà fait donne la mesure de ce que les sciences ont le droit d'attendre de vous, et je regrette bien vivement qu'il n'ait pas encore été possible de vous soustraire aux fastidieux travaux d'ingénieur.

Adieu, mon cher ami. Vous regarderez ce billet comme l'avant-coureur d'une lettre fort détaillée, et vous excuserez sa brièveté.

Je vous embrasse.

F. ARAGO.

---

[1] La carrière scientifique d'Augustin Fresnel n'a embrassé que douze années (de 1815 à 1827), dont il a passé les trois premières en province et le reste à Paris. Ceci explique comment ce que nous avons eu à reproduire de sa correspondance avec Arago s'est réduit à un si petit nombre de lettres. [L. F.]

N° LVII².

A. FRESNEL À F. ARAGO.

Rennes, le 14 décembre 1816.

Monsieur,

Je crains bien que le soleil n'ait pas eu la complaisance de se montrer un jour d'assemblée du Bureau des longitudes, et que vous n'ayez pas encore trouvé l'occasion de répéter devant M. de Laplace les expériences les plus décisives en faveur de la théorie des ondulations. Si vous étiez parvenu à le convaincre, vous me l'auriez sans doute annoncé; votre silence ne me dit que trop que vous n'avez point encore fait cette importante conversion. Je regrette toujours que vous ne l'ayez pas engagé pendant la belle saison à venir dans la chambre obscure de l'École polytechnique; j'ai peine à croire qu'il eût été si difficile de le décider à monter le petit escalier qui y conduit. Mais ce n'est enfin que partie remise, et il faudra bien, quand le soleil reparaîtra, qu'il se rende à l'évidence.

M. Wollaston est-il venu à Paris, comme vous l'espériez? L'avez-vous vu, et lui avez-vous fait concevoir qu'il était possible que je me fusse rencontré sur plusieurs points avec le Dr Young sans avoir lu son ouvrage, et qu'en publiant mes expériences je n'avais pas l'intention de lui voler les siennes?

C'est par de nouvelles découvertes qu'il faut répondre à ces reproches de plagiat. Les deux derniers mémoires que j'ai présentés à l'Institut contiennent plusieurs expériences que le dédaigneux docteur lui-même ne trouvera pas sans intérêt, je pense, et sur lesquelles il ne pourra point me disputer le mérite de la priorité. Je crains cependant que lui ou un autre n'arrive aux mêmes résultats et ne les publie avant moi, si votre rapport ne paraît bientôt dans les *Annales*. Avez-vous eu le temps de le terminer? L'avez-vous lu à l'Institut? Je vous prie d'excuser tous ces points d'interrogation; en écrivant à un heureux

habitant de la capitale, un pauvre provincial ne peut faire que des questions. N° LVII.

M. de Prony m'avait conseillé de faire imprimer ces deux mémoires, mais je ne le puis qu'après la lecture de votre rapport. Je désirerais d'ailleurs savoir auparavant dans quelle dépense cela m'entraînerait : si elle était trop considérable, je préférerais beaucoup employer la même somme en expériences. Je vous prie donc de demander à votre libraire combien me coûterait l'impression de mes deux mémoires.

Vous m'aviez bien prédit, Monsieur, qu'après avoir fait de la physique, je ne me remettrais pas sans peine à griffonner des états de situation. Mais si je fais mon métier avec quelque dégoût (ce qui est assez excusable dans la situation où je me trouve), je n'y mets pas de tiédeur et je gagne bien mes appointements; car je suis presque continuellement en route, malgré la pluie et le mauvais temps. Ce genre de vie, quoique un peu pénible, me conviendrait assez si je ne fatiguais que mon corps, et si je n'avais l'esprit tourmenté par les inquiétudes de la surveillance et la nécessité de gronder et de faire le méchant. Mais je me console dans l'espérance que le printemps me ramènera à Paris, où j'oublierai dans votre chambre obscure tous les désagréments du métier.

Agréez, Monsieur, l'assurance de mon sincère attachement et de ma reconnaissance, et présentez, je vous prie, mes hommages à madame Arago.

A. FRESNEL.

N° LVIII.

A. FRESNEL A F. ARAGO.

Rennes, le janvier 1817.

Monsieur,

Je ne sais si l'impatience de recevoir votre réponse me fait trouver le temps plus long qu'il n'est réellement ; mais, pardonnez-moi ce re-

N° LVII[3]. proche, il me semble que vous me la faites bien attendre. Je suis quelquefois tenté de supposer que vous n'avez pas reçu ma lettre. Il n'y aurait rien d'impossible, à la vérité, mais cela n'est cependant point probable. L'explication la plus raisonnable de votre silence, c'est que vos nombreuses occupations ne vous ont pas encore permis de me répondre. — Cependant deux mots de vous suffiraient pour satisfaire ma curiosité, et deux mots ne sont pas longs à écrire.

Dites-moi donc, je vous prie, si vous avez fait votre rapport sur mes deux derniers mémoires [a]. Quand vous l'insérerez dans les *Annales*, ayez la complaisance d'en faire tirer une cinquantaine d'exemplaires pour moi, en disant à votre imprimeur de les porter chez mon oncle, qui lui en payera la valeur. Son adresse est toujours *rue Neuve-Sainte-Geneviève, n° 25*.

Agréez, Monsieur, l'assurance de mon sincère attachement.

A. FRESNEL.

N° LVII[4].

F. ARAGO À A. FRESNEL,

A RENNES.

Paris, le 11 janvier 1817.

Je n'ai pas répondu de suite, mon cher ami, à la lettre que vous m'avez écrite, parce que je désirais vous annoncer que vos rapports étaient faits et adoptés; malheureusement le temps ne m'a pas encore permis de répéter quelques expériences sur lesquelles je ne puis me prononcer positivement, comme je le désire et comme je le dois, qu'après en avoir minutieusement étudié toutes les circonstances. Une maladie très-dangereuse dont Fortin a

---

[a] 1° *Supplément au Second Mémoire sur la diffraction* (N° X, t. I, p. 129);
2° *Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres* (N° XV (A), t. I, p. 385).

été attaqué et qui le retient encore au lit m'a aussi un peu retardé; mais je vous prie d'être persuadé du désir que j'ai de rendre promptement justice à vos connaissances, à votre zèle et à vos brillants succès. N° LVII.

Adieu, mon cher ami; supportez aussi patiemment qu'il vous sera possible les désagréables travaux dont vous êtes chargé, et comptez sur mon bien sincère attachement.

F. ARAGO.

N° LVIII.

F. ARAGO À A. FRESNEL,

À RENNES.

Paris, lundi 21 avril 1817.

Mon cher ami,

Ne désireriez-vous pas être placé sur la liste de candidats qui doit être présentée à l'Académie, dans une des prochaines séances, pour la place vacante dans son sein par la mort de M. Rochon? Je ne veux pas vous faire espérer que vous serez nommé cette fois; il me semble néanmoins que la marque d'estime que la Section de physique s'empressera sans doute de vous donner, pourra dès à présent vous être utile dans le corps des ponts et chaussées, et que dans la suite elle vous fera un titre dont nous pourrons tirer parti. Nos règlements demandent la résidence pour tous les membres de l'Institut. M'autoriserez-vous donc à déclarer de votre part que vous viendriez demeurer à Paris si l'Académie vous nommait dans la section de physique? J'espère que vous me répondrez positivement. — Écrivez-moi dans tous les cas le plus tôt possible, car, sans cela, mon parti est déjà pris, et je demande que vous soyez sur la liste des candidats.

M. de Prony m'a promis d'appuyer de tout son crédit la demande que vous avez faite à M. Molé. Vous ne doutez pas j'espère de tout le plaisir que j'aurai à vous revoir à Paris.

Adieu, mon cher ami; je vous écris ce petit billet de la salle même de nos séances; je le termine ici de peur d'y mêler quelques fragments d'un ennuyeux

N° LVII⁵. mémoire de médecine dont j'entends la lecture, et je vous embrasse de tout mon cœur.

Tout à vous.

F. ARAGO.

P. S. J'ai fait imprimer l'extrait de votre dernière lettre dans le numéro de nos Annales du mois de mars, qui va paraître [a].

N° LVII⁶.

A. FRESNEL À F. ARAGO.

Paris, ce vendredi 4 août 1826.

Mon cher ami,

Je vous envoie un exemplaire du Mémoire sur les Phares pour M. Plana : M. Ampère m'a montré hier une petite note à ce sujet, qu'il supposait lui avoir été remise par vous ou par Mathieu.

Donnez, je vous en supplie, au porteur, la note que vous m'avez promise des pouvoirs réfringents et dispersifs de plusieurs vapeurs. J'ai appris que vous partiez mardi, et, si je n'ai pas ces nombres aujourd'hui, il me faudra attendre votre retour.

Quant aux mesures d'intensité, il serait ridicule de vous les demander en ce moment ; vous ne pourriez pas davantage les faire cet automne et cet hiver, occupé comme vous le serez par vos cours et vos examens de Metz. Le meilleur moyen de me satisfaire à ce sujet, sans vous gêner, serait de me confier votre instrument, que vous pouvez m'envoyer par le porteur, et de me dire en deux mots la manière de s'en servir.

Adieu, mon cher Arago ; je vous souhaite un bon voyage. Je ne suis pas sûr de pouvoir aller vous faire mes adieux lundi à l'Institut.

A. FRESNEL.

---

[a] *Extrait d'une lettre de* M. Fresnel *à* M. Arago, *sur l'influence de la chaleur dans les couleurs développées par la polarisation.* [N° L (A).]

N° LVIII.

A. FRESNEL À F. ARAGO[a].

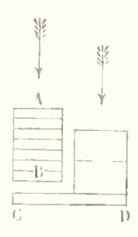
Mon cher ami,

L'inclinaison de 23° n'est pas, selon mes formules, celle qui donnerait autant de lumière réfléchie que de lumière transmise pour quatre glaces, mais pour trois. Car je trouve qu'une seule réflexion doit donner sous cette inclinaison 0,1397 ; or, pour qu'on ait la moitié de la lumière réfléchie avec trois glaces, il faut que la première réflexion donne $\frac{1}{7}$ de la lumière incidente, ou 0,143, qui diffère très-peu de 0,140, trouvé par le calcul pour l'inclinaison de 23°. Si l'on emploie quatre glaces, il faut que la première réflexion donne $\frac{1}{9}$ de la lumière incidente, ou 0,111, qui diffère beaucoup, comme vous voyez, de la fraction calculée. Ayez donc, je vous prie, la bonté de vérifier si c'est effectivement pour quatre glaces que vous avez trouvé l'inclinaison de 23° : car, dans ce cas, ou votre observation serait inexacte, ou mes formules s'accorderaient bien mal avec les faits.

En général, pour que la moitié de la lumière incidente soit réfléchie par un nombre n de glaces, il faut que la réflexion sur la première surface donne $\frac{1}{2n+1}$ de la lumière incidente ; si donc on emploie douze plaques, il faut que la première réflexion donne $\frac{1}{25}$. Or c'est presque exactement la fraction que donne la formule pour l'incidence perpendiculaire : car on trouve, pour la glace de Saint-Gobain, 0,0413 ; tandis que Bouguer a donné 0,025. La différence entre ses expériences et la formule est si énorme qu'il serait très-intéressant de déterminer la quantité de

[a] L'absence de date a fait placer cette lettre à la suite de la courte correspondance d'A. Fresnel avec F. Arago. On y a joint, d'ailleurs, comme appendice, quelques notes et calculs qui s'y rapportent.

N° LVII lumière réfléchie dans le cas de l'incidence perpendiculaire, ou, ce qui revient au même, de vérifier si douze plaques de verre, sous l'incidence perpendiculaire, réfléchissent la moitié de la lumière incidente, comme l'annonce la formule. C'est pourquoi je vous envoie une dernière plaque mince, de peur que vous n'en manquiez : vous en trouverez peut-être encore dans l'armoire de la chambre obscure. Vous devrez y trouver aussi deux plaques épaisses de même forme, dont la somme des épaisseurs est égale à celle des douze plaques minces, et qui pourront vous servir à compenser l'effet de l'absorption de la pile AB en les collant



ensemble avec de la térébenthine, que je vous envoie à cet effet, et collant dessus une autre glace CD; de sorte que la lumière qui a traversé la pile et celle qui traverse les plaques collées éprouvent l'une et l'autre l'affaiblissement produit par deux surfaces et la même absorption, si les verres sont aussi blancs les uns que les autres. Vous pourrez alors vous assurer si une des lumières a deux fois plus d'intensité que l'autre par le procédé que vous avez pour mesurer ce rapport de 1 à 2.

Adieu, mon cher ami; je vous demande pardon d'abuser ainsi de votre complaisance.

Tout à vous.

A. FRESNEL.

P. S. Je vous envoie quelques plaques épaisses pour le cas où vous en auriez besoin. — Faites-moi savoir par le porteur si l'angle de 23° est bien relatif à quatre glaces.

N° LVII.

CALCULS SUR LES INTENSITÉS DE LUMIÈRE RÉFLÉCHIE PAR UNE, DEUX ET QUATRE GLACES [a]

UNE GLACE.

p étant la fraction de lumière réfléchie par une seule surface, $1-p$ est la fraction transmise.



RÉFLÉCHI :	TRANSMIS :
p ;	$(1-p)^2$;
$p(1-p)^2$;	$p^2(1-p)^2$;
$p^3(1-p)^2$;	$p^4(1-p)^2$;
$p^5(1-p)^2$;	etc.
etc.	

Réfléchi : $p+p(1-p)^2\left[1+p^2+p^4+\text{etc.}...\right]=p\left\{1+\frac{(1-p)^2}{1-p^2}\right\}=p\left\{1+\frac{1-p}{1+p}\right\}$

$$=\frac{2p}{1+p}=q.$$

Transmis : $(1-p)^2\left[1+p^2+p^4+\text{etc.}...\right]=\frac{(1-p)^2}{1-p^2}=\frac{1-p}{1+p}=1-q.$

Vérification : $\frac{2p}{1+p}+\frac{1-p}{1+p}=1.$

[a] Ces notes, accompagnées de calculs numériques que nous ne reproduisons pas, se sont trouvées dans les papiers d'A. Fresnel. [DE S.]

N° LVIII.

DEUX GLACES.

$q = \dfrac{2p}{1+p}$ étant la fraction de lumière réfléchie par la première glace, $1 - q$ sera la fraction transmise.

Les choses se passeront comme précédemment, chaque glace ne différant pas comme effet produit d'une seule surface.

RÉFLÉCHI :	TRANSMIS :
q ;	$(1-q)^2$;
$q(1-q)^2$;	$q^2(1-q)^2$;
$q^3(1-q)^2$;	etc.
etc.	

$$\frac{2q}{1+q} = \frac{4p}{1+3p} = r. \qquad \frac{1-q}{1+q} = \frac{1-p}{1+3p} = 1 - r.$$

Vérification : $$\frac{4p}{1+3p} + \frac{1-p}{1+3p} = 1.$$

QUATRE GLACES.

$r = \dfrac{4p}{1+3p}$ étant la fraction de lumière réfléchie par chaque couple de glaces $1 - r$ sera la fraction transmise.

Les choses se passeront comme précédemment, chaque couple ne différant pas comme effet produit d'une seule surface.

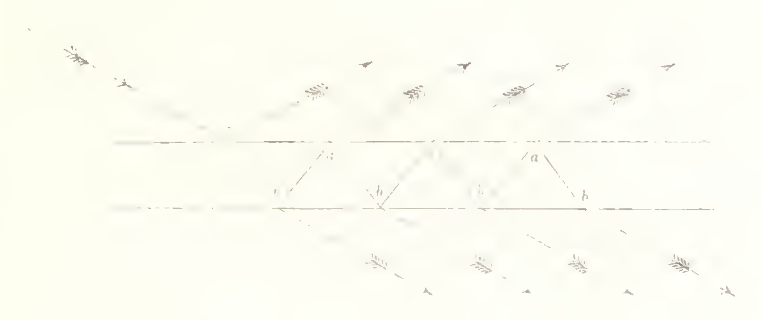
Réfléchi : $$\frac{2r}{1+r} = \frac{2 \cdot \dfrac{4p}{1+3p}}{1 + \dfrac{4p}{1+3p}} = \frac{8p}{1+7p};$$

Transmis : $$\frac{1-r}{1+r} = \frac{1 - \dfrac{4p}{1+3p}}{1 + \dfrac{4p}{1+3p}} = \frac{1-p}{1+7p}.$$

UN NOMBRE QUELCONQUE DE GLACES.

a étant la fraction de lumière réfléchie par le premier système de glaces, $1 - a$ sera la fraction transmise.

b étant la fraction de lumière réfléchie par la dernière glace, $1-b$ sera la fraction transmise. LVII



RÉFLÉCHI	TRANSMIS
a ;	
	$(1-a)(1-b)$;
$(1-a)^2 b$	
	$(1-a)(1-b)ab$
$(1-a)^2 ab^2$	
	$(1-a)(1-b)a^2b^2$
$(1-a)^2 a^2 b^3$	
	$(1-a)(1-b)a^3b^3$
$(1-a)^2 a^3 b^4$	
	etc.
etc.	

Lumière réfléchie : $a+(1-a)^2 b\,[1+ab+a^2b^2+\text{etc.}\ldots] = a+\frac{(1-a)^2 b}{1-ab}$

$$=\frac{a+b-2ab}{1-ab};$$

Lumière transmise : $(1-a)(1-b)\,[1+ab+a^2b^2+\text{etc.}\ldots] = \frac{(1-a)(1-b)}{1-ab}$

$$=\frac{1-(a+b)+ab}{1-ab}.$$

. . . .

. . . .

En général, n représentant le nombre de glaces employées :

Lumière réfléchie : $\frac{2np}{1+(2n-1)p}$;

Lumière transmise : $\frac{1-p}{1+(2n-1)p}$.

N° LVIII. Toutes les fois que la lumière totale réfléchie sera égale à la lumière totale transmise,

$$2np = 1 - p;\quad p = \frac{1}{2n+1},\quad \frac{2p}{1+p} = \frac{1}{n+1}.$$

La lumière réfléchie à la première surface de la première glace devra être égale à $\frac{1}{2n+1}$ de la lumière incidente. La lumière totale réfléchie par la première glace devra être égale à $\frac{1}{n+1}$ de la lumière incidente.

Ainsi, par exemple, pour douze glaces, l'incidence devra être telle que la première surface donne $\frac{1}{25}$ de la lumière incidente, que la première glace donne $\frac{1}{13}$ de la lumière incidente.

LVIII.

CORRESPONDANCE

D'AUGUSTIN FRESNEL AVEC DIVERS.

N° LVIII[1].

M. MAURICE[a] À A. FRESNEL.

Genève, le 21 septembre 1822.

Monsieur,

Ce n'est qu'à mon retour des eaux d'Aix en Savoie, où la santé de ma femme m'avait conduit, que j'ai trouvé chez moi le manuscrit de M. votre frère[b] et l'obligeante lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'adresser : vous voudrez bien, en conséquence, excuser le retard de ma réponse.

Je me suis empressé de communiquer votre envoi à MM. les éditeurs de la Bibliothèque universelle, et à M. Pictet en particulier, et voici ce que ces messieurs m'ont prié de vous mander : — Ils inséreront avec reconnaissance le précieux fragment traduit par M. votre frère[c], dans les numéros d'*octobre* et de *novembre* de leur recueil ; et ils réserveront avec beaucoup de plaisir une place dans le numéro de *décembre* pour la lettre, la note ou dissertation, en un mot l'*écrit* que vous paraissez disposé à leur adresser au sujet de quelques-unes des vues, des opinions ou des théories de l'illustre Anglais[d]. Ils vous

---

[a] M. Frédéric-Guillaume Maurice, l'un des fondateurs de la *Bibliothèque Britannique*, depuis *Bibliothèque universelle de Genève*.

[b] Fulgence Fresnel.

[c] Il s'agit de la traduction d'un extrait de l'*Histoire de la Société Royale de Londres*, par Th. Birch, renfermant l'*hypothèse de Newton sur la théorie de la lumière*. — Voyez la *Bibliothèque universelle*, nouvelle série, t. XXI, p. 79 et 159.

[d] Voyez le N° XXXIII, p. 167 du présent volume.

N° LVIII[1]. prient même instamment de les mettre à même d'en enrichir leur recueil : il vous suffirait pour cela de le remettre, *à la fin du mois de novembre prochain, pas plus tard*, à l'adresse de M. le professeur Pictet, à la librairie de Paschoud, rue de Seine, n° 48. — On tirera ensuite du tout une centaine d'exemplaires formant une brochure qui offrira bien de l'intérêt, et l'on vous en adressera *la plus grande partie, franco*, pour vous, vos amis et les savants à qui vous voudrez en faire part : ces messieurs se borneront à en retenir ici 20 ou 30 pour les amateurs de leur connaissance; en sorte qu'il vous en arrivera de 70 à 80.

Je me flatte, Monsieur, qu'ayant ainsi deux mois devant vous, c'est-à-dire un de plus que vous ne comptiez (puisque vous parliez de la fin d'*octobre* comme de l'époque où vos nombreuses occupations vous permettraient d'envoyer votre écrit), rien ne s'opposera à ce que vous puissiez réaliser la bonne idée que vous aviez conçue : veuillez pourtant me répondre, *en deux mots*, si ma proposition vous convient, et si messieurs de la Bibliothèque universelle pourront compter sur votre envoi. Si vous déposez votre réponse chez Paschoud, comme je le crois, mettez-la, je vous prie, sous le couvert de M. Pictet : je ne tarderai pas en effet, du moins je le crains, à partir pour Rome (probablement du 15 au 20 octobre). . . . .

N° LVIII[2].

A. FRESNEL À M. PICTET.

Paris, le 5 décembre 1822.

Monsieur,

Je n'ai pas tenu ma promesse aussi exactement que je l'espérais : au lieu de vous envoyer ma Note à la fin de novembre, ce n'est que le 5 décembre que j'ai pu la remettre à M. Paschoud. Vous y reconnaîtrez sans doute les défauts d'une rédaction précipitée. Je crains qu'elle ne soit à la fois trop longue pour votre journal[a] et trop courte pour

[a] La *Bibliothèque universelle de Genève*. Voir le tome XXII, p. 73, année 1823, et le N° XXXIII, p. 167 du présent volume.

être claire. Il m'aurait fallu beaucoup d'espace pour exposer, avec les détails nécessaires, les principes fondamentaux de la théorie des ondes, et j'ai été obligé de renvoyer les lecteurs au petit *Essai sur la lumière* publié dans le *Supplément* à la traduction française de la *Chimie* de Thomson, dont j'ai l'honneur de vous envoyer un exemplaire, que je vous prie d'offrir de ma part à la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève. — J'y joins deux exemplaires d'une explication de la réfraction d'après le système des ondes, l'un pour vous, Monsieur, et l'autre pour votre Académie. N° LVIII.

Si la note manuscrite que j'ai l'honneur de vous adresser ne vous paraissait pas propre à être insérée dans votre journal, soit par son trop d'étendue, ou son défaut de clarté, peut-être jugeriez-vous à propos d'y substituer cette explication de la réfraction, et d'achever de remplir l'espace que vous destiniez à la réfutation des objections de Newton avec une note que je viens de publier sur l'ascension des nuages dans l'atmosphère, et dont je joins le manuscrit à mon paquet. — Je vous prie de me la renvoyer quand l'occasion s'en présentera.

J'aurais désiré faire copier mes deux Notes pour qu'elles fussent plus lisibles; mais cela en aurait encore retardé l'envoi.

J'ai l'honneur d'être, avec la plus haute considération, Monsieur, votre, etc.

A. FRESNEL.

N° LVIII³.

M. PICTET À A. FRESNEL.

Genève, le 20 décembre 1822

Monsieur,

Je dois commencer par vous dire que ce n'est point au crayon que je réponds à la lettre dont vous m'avez honoré le 5 (mais que je n'ai reçue, avec le paquet qui l'accompagnait, que le 15). Je fais usage d'une invention an-

N° LVIII[3]. glaise ingénieuse et simple, au moyen de laquelle on écrit à la fois l'original et la copie, ce qui est fort commode lorsqu'on n'a ni secrétaire ni le temps de recopier. Les traits, quoique légers, ne s'effacent point et sont lisibles.

Après avoir attendu jusqu'au dernier moment l'arrivée trop tardive de la pièce que notre ami M. Maurice m'avait promise de votre part, et qui devait suivre l'exposition du système de Newton sur l'éther, d'après lui-même, j'ai été forcé de commencer l'impression de notre cahier de décembre par une lettre du même auteur à Bentley, que, sur la foi de Maurice, je m'étais engagé à publier à la suite des morceaux que M. votre frère a traduits [a], et ce n'a pas été, je l'avoue, sans un double regret, que je me suis vu obligé de remplir cet engagement trop légèrement contracté, et de substituer à l'article intéressant attendu de votre part, et également annoncé, la lettre de Newton, qui m'a paru, sur bien des points, indigne de lui, et, sur d'autres, tout à fait inintelligible : ce que je ne me suis pas fait faute de reconnaître.

Cependant je me suis trouvé à temps d'insérer dans la seconde feuille du cahier de décembre l'intéressante *Note sur la cause de l'ascension des nuages*, que vous avez eu la bonté de m'adresser. Je regrette fort que vous ne l'ayez signée que d'initiales; votre nom lui aurait donné un nouveau degré d'intérêt et de poids.

Je ne suis pas encore décidé sur le mode d'insertion de vos *Considérations sur les idées de Newton* dans notre cahier de janvier. Je crois comme vous que, pour le gros des lecteurs (et c'est toujours à cette masse qu'il faut penser), il serait bon que cet article eût été précédé d'un extrait de vos découvertes sur les interférences, extrait que je ne suis pas sûr de trouver le temps de bien faire dans une époque de l'année où je suis surchargé d'occupations. Dans tous les cas, je ne publierai pas votre article en une seule fois, vu sa longueur : mais il se divise fort naturellement à folio 6, lorsque vous passez à l'explication donnée par Newton de la réflexion dans l'intérieur des [corps] transparents.

J'ai eu le plaisir d'offrir hier de votre part, à notre Société de physique et d'histoire naturelle, le volume du *Supplément de Thomson*, que vous m'avez adressé pour elle, ainsi que votre *Explication de la réfraction dans le système des ondes*. Le tout fut reçu avec beaucoup d'intérêt et de reconnaissance, que je fus

---

[a] Voir la lettre N° LVIII[1], notes (b) et (c).

chargé de vous témoigner de la part de tous les membres. Vous fîtes presque les honneurs de la séance sans le savoir, car j'y fis lecture de votre *Note sur l'ascension des nuages*, et j'y donnai verbalement l'explication de votre ingénieux procédé d'*éclairage des phares par réfraction*, exposé dans le mémoire plein d'intérêt sur cet objet, que vous avez eu la bonté de joindre à votre envoi, et dont vous n'avez pas fait mention dans la lettre qui l'accompagnait [a]. J'eus d'autant plus de plaisir à faire part de ces communications, que nous avions dans la séance plusieurs étrangers intéressants et instruits, tels que le comte Capo d'Istria, le duc de San Carlos, ci-devant ambassadeur d'Espagne à Londres, et le comte de Golowkin, ci-devant ambassadeur de Russie à Vienne; qui tous firent leur profit de vos instructions. N° LVIII

A propos de votre explication de l'ascension des nuages par suite d'une température spéciale, M. Deluc nous cita un fait observé par feu son oncle, et rapporté en détail au paragraphe 694 de ses *Recherches sur les modifications de l'atmosphère*, où je vous invite beaucoup à le lire : c'est un nuage ascendant, qui l'atteint sur une montagne, et dans lequel son thermomètre *monte*, puis *redescend* quand le nuage est passé. Cette observation appuie si directement votre explication, que je vais, si la feuille n'est pas tirée, l'ajouter en note.

Permettez-moi, Monsieur, de me féliciter de la circonstance qui me met en correspondance avec un savant pour lequel j'étais depuis longtemps pénétré d'estime, mais dont aucun hasard ne m'avait rapproché. Veuillez agréer l'expression de la haute considération de votre serviteur.

PICTET, *professeur*.

N° LVIII[c].

M. PICTET À A. FRESNEL.

Genève, 25 février 1823

Monsieur,

Il s'en est bien peu fallu que la feuille d'*errata* importants que vous avez eu la bonté de me renvoyer, et que m'annonçait votre lettre du 15, ne me par-

---

[a] Voir la lettre précédente.

N° LXIII[1]. vînt pas à temps pour que je pusse en profiter dans le cahier sous presse. Il y a eu sans doute de la négligence de la part du libraire chargé de lui donner cours; mais elle est arrivée pendant que l'on composait la dernière feuille du cahier et l'*errata* y a trouvé place. Je vous avouerai que je ne l'ai pas fait aussi complet que vous l'aviez relevé, par égard pour l'amour-propre de notre prote, derrière lequel le mien se cachait peut-être un peu; mais j'ai corrigé d'après vous toutes les fautes *patentes*, et en particulier l'article où vous rendez loyale justice au docteur Young, tout en reconnaissant en même temps que vous avez partagé l'erreur dans laquelle il était tombé [a].

Mais si l'*errata* est arrivé à temps, la lettre dans laquelle vous me demandiez de retrancher certaine observation de la fin de votre Note sur la réflexion totale, en réponse à l'objection de Newton, est venue beaucoup trop tard: cette feuille et les deux suivantes étaient tirées quand la lettre m'est parvenue; mais il ne me semble pas que vos expressions sur l'objet soient trop positives, et qu'elles vous compromettent en aucune manière. Je vous adresse, sous bande, une demi-douzaine d'exemplaires de cette feuille, pour que vous en jugiez vous-même le plus tôt possible.

Lorsque j'ai offert de votre part à notre Société de physique et d'histoire naturelle l'exemplaire que vous lui destiniez de l'extrait de votre *Mémoire sur la double réfraction du cristal de roche dans le sens de son axe*, dont je suis chargé par ses membres de vous remercier, ils vous avaient déjà, dans une précédente séance, élu unanimement (sur ma proposition) l'un de nos associés étrangers ou honoraires. J'attendais, pour vous en faire part, de pouvoir vous en adresser le diplôme, qui est retardé par le défaut de parole du graveur dans l'exécution d'une vignette qui représente la vue de notre lac et de la chaîne des Alpes dans le lointain. Dès que nous l'aurons, je saisirai la première occasion favorable pour vous l'adresser.

La seconde partie du premier volume de nos *Mémoires* est achevée d'imprimer; mais, grâce à la lenteur et à l'incurie de notre libraire, elle n'est pas encore sortie de son magasin.

J'ai lu avec un très-vif intérêt votre *Mémoire sur les phares par réfraction*. Vous avez été devancé, à ce que je crois, par Brewster dans l'idée principale,

---

[a] Il est question d'un *errata* demandé par A. Fresnel à un résumé, fait par M. Pictet, du Supplément à la Chimie de Thomson... (Voir la *Bibliothèque universelle*, t. XXII, p. 1.)

mais vous l'avez de beaucoup devancé à votre tour dans l'exécution et la pratique. Je me ferai un plaisir de parler avantageusement de l'opticien que vous me signalez, et si je ne possédais pas déjà une forte lentille de Parker d'un pied de diamètre, et une creuse de seize pouces sur cinquante-deux de foyer, je ferais certainement l'acquisition de l'une de celles à échelons que vous me désignez; il n'est pas dit même que je n'en fasse la folie, et qu'elle ne figure un jour dans mon cabinet. N° LVIII.

J'hésite, pour la priorité d'insertion dans notre recueil, entre l'extrait de votre Mémoire sur les phares et celui sur la réfraction du cristal de roche; mais l'un ou l'autre paraîtra sûrement dans le cahier de mars.

Je me félicite sincèrement, Monsieur, de la confraternité qui vous attachera désormais, à ce que j'espère, à une réunion d'individus à laquelle j'ai l'avantage d'appartenir depuis plus de trente ans[a] et qui sentent tout le prix de l'acquisition que j'ose espérer que vous ne leur refuserez pas. Leurs vœux seraient comblés si votre temps vous permettait de visiter Genève et de leur procurer le plaisir de faire votre connaissance personnelle. Vous y trouveriez bon accueil et peut-être quelques sujets d'intérêt.

J'ai l'honneur d'être, avec la considération la plus distinguée et le dévouement le plus entier,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

PICTET, *professeur.*

N° LVIII[b].

A. FRESNEL À M. PICTET.

Paris, le 6 mars 1823.

Monsieur,

Je vous prie d'exprimer à la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève ma vive reconnaissance pour l'honneur qu'elle m'a fait en me nommant un de ses associés étrangers. Son adoption m'a

---

[a] La Société de physique et d'histoire naturelle de Genève dont A. Fresnel venait d'être élu associé étranger.

N° LVIII[b]. touché d'autant plus que je venais d'essuyer un refus à l'Académie des sciences, et qu'il semblait que votre Société me recevait dans son sein pour m'en consoler[(a)]. Je n'oublierai jamais cette haute faveur, ni la circonstance dans laquelle elle m'a été accordée.

Je vous prie aussi, Monsieur, d'agréer mes remercîments particuliers.

J'ai l'honneur d'être, etc.

A. FRESNEL.

N° LVIII[c].

A. FRESNEL À M. GOSSE,

SECRÉTAIRE DE LA SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE.

Paris, le 5 septembre 1825.

Monsieur,

Je vous prie de vouloir bien offrir les Mémoires ci-joints à la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève, comme un faible hommage de mon respect et de ma reconnaissance.

Je regrette qu'ils ne contiennent pas des découvertes plus importantes ou plus récentes, et de ne pouvoir encore offrir à la Société qu'un extrait de mes recherches sur la double réfraction[(b)]. De tous les mémoires sur la lumière que j'ai successivement présentés à l'Institut, celui qui traite de la diffraction est le seul qui, jusqu'à présent, ait été imprimé en entier.

J'ai l'honneur d'être avec la plus haute considération, etc.

A. FRESNEL.

[(a)] Le 12 mai suivant A. Fresnel fut élu à l'unanimité membre de l'Académie des sciences. — Voyez au sujet de sa première candidature l'*Introduction* d'Émile Verdet (t. I, p. LXXXVII).

[(b)] Le Mémoire récapitulatif des travaux d'A. Fresnel sur la double réfraction (N° XLVII de la présente édition) fut publié pour la première fois, vers la fin de 1827, dans le recueil de l'Académie des sciences, quelques mois après la mort de l'auteur.

N° LVIII

N° LVIII.

A. FRESNEL À M. HORNEMAN,

SECRÉTAIRE DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE COPENHAGUE.

Paris, le 6 septembre 18…

Mon cher Monsieur,

Je vous prie de vouloir bien offrir à la Société royale des sciences de Copenhague les Mémoires ci-joints, que j'ai l'honneur de vous adresser.

Je suis honteux d'être resté si longtemps sans vous écrire. J'espérais toujours pouvoir m'occuper du dessin et de la description de l'instrument que vous m'aviez chargé de faire construire pour vous par M. Pixii, afin de répéter toutes les expériences relatives à la polarisation de la lumière; mais je n'ai pas encore pu trouver le temps de le faire : une longue indisposition, occasionnée par la fatigue des examens de l'École polytechnique, et les devoirs de mon service m'en ont empêché jusqu'à présent. J'espère être plus libre et mieux portant dans deux mois, à mon retour d'un petit voyage que je dois faire sur nos côtes pour en inspecter les phares.

J'ai tenté quelques expériences d'électricité; mais je n'ai rien trouvé jusqu'à présent qui méritât de vous être communiqué.

J'ai reçu depuis longtemps le beau rhomboïde de spath calcaire que vous m'avez envoyé, et je l'ai remis à M. Babinet, qui m'avait fourni pour votre instrument un morceau presque aussi beau, dans lequel on a taillé les deux parallélipipèdes; ils font partie essentielle de cet instrument, et peuvent vous servir en même temps à répéter les expériences de diffraction par lesquelles j'ai démontré les principes de l'interférence des rayons polarisés, qui servent de base à la théorie de la coloration des lames cristallisées.

N° LVIII. Vous avez dû lire avec intérêt dans les journaux scientifiques les observations curieuses de M. Arago sur l'action amortissante que le voisinage d'une plaque de cuivre exerce sur les oscillations de l'aiguille aimantée. — Avez-vous trouvé l'explication de ce singulier phénomène?

Daignez agréer, Monsieur, l'assurance de la haute considération et du sincère attachement avec lesquels j'ai l'honneur, etc.

A. FRESNEL.

N° LVIII[b].

A. FRESNEL À M. WALKER,

DIRECTEUR DE LA *REVUE EUROPÉENNE*, 229, STRAND, LONDON.

Paris, le 1[er] juillet 1826.

Monsieur,

J'avais fait pour la *Revue Européenne*, vers le commencement de 1825, un article de physique *Sur les différents systèmes relatifs à la théorie de la lumière*. Afin de satisfaire l'empressement de M. Varaigne, votre éditeur à Paris, je lui avais donné ma minute sans en prendre copie; en sorte qu'il ne me reste rien de ce travail, pour lequel je n'ai d'ailleurs rien reçu, et pour lequel je ne demande rien, puisque votre spéculation n'a pas réussi. Je vous prie seulement, Monsieur, d'avoir la complaisance de me renvoyer mon manuscrit, dont j'aurais besoin pour un autre travail, et que je ne puis pas lire dans la *Revue Européenne* puisqu'il n'y a pas été publié.

Je l'ai déjà demandé plusieurs fois à M. Varaigne, qui répondait que votre *Revue* allait incessamment reparaître, et que vous aviez besoin de mon manuscrit pour votre prochain numéro; mais, lors même que vous seriez sur le point de le faire imprimer, rien ne vous empêcherait d'en faire prendre copie et de me le renvoyer. Je vous prie donc

Monsieur, d'avoir la bonté de me rendre ce manuscrit, ou de m'en donner une copie exacte, si vous le préférez [a]. N° LVIII

J'ai l'honneur d'être, etc.

A. FRESNEL.

Membre de l'Institut, rue des Fossés-Saint-Victor, n° 19, à Paris.

N° LVIII[c].

A. FRESNEL À SIR JOHN HERSCHEL,

À CLERMONT.

Paris, le 8 septembre 1826.

Monsieur,

J'ai regretté vivement qu'un hasard malheureux m'eût fait sortir de chez moi au moment où vous y êtes venu; car il y a longtemps que je désirais avoir l'honneur de vous voir. Il est probable que je ne serai pas plus heureux à votre retour, et que je me trouverai dans le midi de la France au moment où vous repasserez par Paris.

Le lendemain du jour où vous étiez venu chez moi, je suis allé de bon matin chez M. Babbage, espérant vous y trouver, ou savoir de lui

---

[a] Voyez la lettre d'A. Fresnel au docteur Young, en date du 26 novembre 1824 (N° LVI[16]). — On trouve dans plusieurs lettres de M. Varaigne, correspondant de la *Revue Européenne* à Paris, la preuve qu'il avait reçu l'article d'A. Fresnel dans les premiers jours de septembre 1824, et qu'il l'avait transmis à Londres vers la même époque.

A. Fresnel a depuis adressé des réclamations réitérées à M. Varaigne, en août 1825 et mars 1826, sans pouvoir obtenir la restitution de son manuscrit, ni même une copie de son travail. Sa lettre à M. Walker, directeur de la *Revue Européenne* à Londres, est demeurée sans résultat, et même sans réponse.

Il est assez probable que l'écrit d'A. Fresnel est perdu. Nous avons toutefois conservé la pièce que nous reproduisons ici à titre de renseignement, et comme un dernier moyen de signaler le Mémoire d'A. Fresnel à l'attention des savants, si par hasard ce mémoire existait encore.

(Henri de Senarmont.)

N° LVIII. votre adresse : M. Babbage était déjà sorti, et Mme Babbage n'a pu me dire dans quel hôtel vous étiez descendu.

J'ai remis à M. Babbage, peu de jours après, la réponse aux diverses questions d'optique que vous m'aviez adressées[a] : quoique cette réponse ait été écrite à la hâte, j'espère qu'elle vous paraîtra claire et suffisamment détaillée. J'y ai joint des extraits de mémoires, que vous avez sans doute reçus à Londres depuis longtemps. J'ai mieux aimé courir le risque de vous envoyer des papiers inutiles que d'oublier quelque chose qui pût vous intéresser.

Je regrette beaucoup de ne pouvoir pas encore vous offrir mes mémoires, au lieu de leurs extraits; mais il n'y a jusqu'à présent que mon Mémoire sur la diffraction qui ait été imprimé en entier : j'en ai mis un exemplaire dans le paquet qui vous est adressé. — Je me trouve de beaucoup votre débiteur, lorsque je compare les minces brochures que je vous ai envoyées aux beaux cadeaux que vous m'avez faits de vos intéressants mémoires.

Daignez agréer, Monsieur, avec mes remercîments, l'expression de la haute estime et de l'affection sincère que vous m'avez inspirées.

Votre dévoué serviteur,

A. FRESNEL.

N° LVIIIbis.

SIR JOHN HERSCHEL À A. FRESNEL.

London, 1st december 1826.

Dear Sir,

I received, on my arrival in London, from M. Babbage, the Notes and book you were so good as to charge him with, in answer to the queries I took the liberty to make respecting the actual state of your interesting and profound

---

[a] Voyez N° LI, p. 647 du présent volume.

discoveries respecting polarised light [1]. I have now to thank you for this attention, which I do more heartily, as I find in the printed Extracts, as well as in the Manuscripts, every information I could wish on the subject, and the means of presenting these valuable results to the English reader, in a concise and tangible form, such as I hope you yourself will not disapprove. N° LXIII

I have the honour to be,

Sir,

Your obliged and faithful

J. W. HERSCHEL

[1] Voyez N° LI, p. 647 du présent volume.

LIX.

CORRESPONDANCE D'AUGUSTIN FRESNEL

AVEC SA FAMILLE[1].

N° LIX[1].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

La Rochelle, le 10 février 1810.

. . . . . Je veux te communiquer une idée qui m'est venue pour une machine hydraulique[b]. Il est si difficile de se rendre bien compte du mouvement de l'eau, même lorsqu'on s'est beaucoup occupé d'hydrodynamique, que je suis très-loin de pouvoir décider, en considérant cette machine en elle-même, si elle réussirait ou si elle ne réussirait

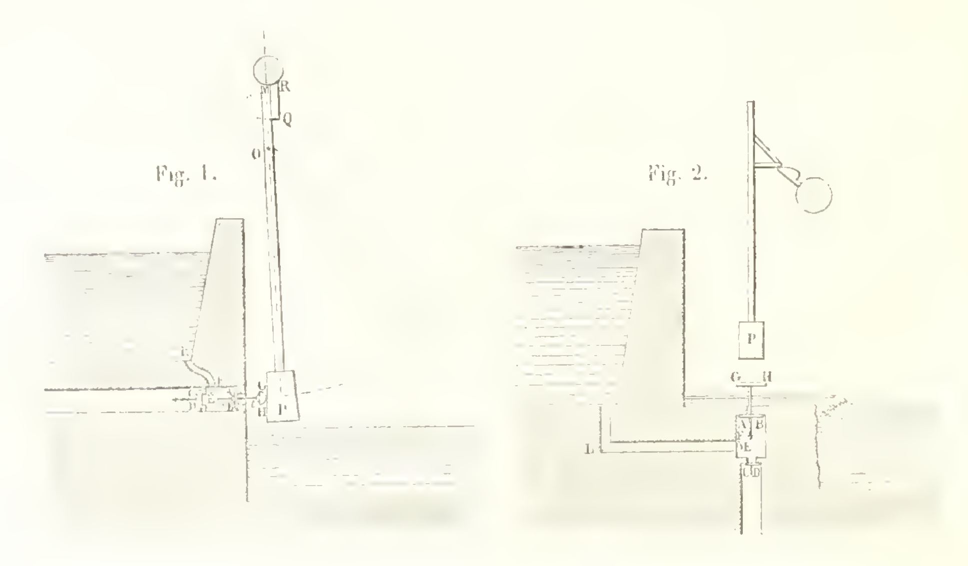
---

[1] Les extraits dont se compose la série LIX ont été faits à la demande expresse et réitérée de M. de Senarmont, qui désirait rechercher, dans la correspondance privée d'Augustin Fresnel, tout ce qui pouvait jeter quelque nouveau jour sur le développement de ses travaux scientifiques et l'enchaînement de ses découvertes.

La valeur historique de ce recueil pourra être appréciée d'après le nombre et l'importance des citations qu'il a fournies à MM. de Senarmont et Verdet, qui n'en ont rien voulu retrancher. Nous n'insisterons pas d'ailleurs pour faire excuser quelques mots familiers et badinages, que comportait une correspondance intime, et que l'on ne pouvait complétement effacer sans décolorer le texte. [Léonor Fresnel.]

[b] Bien qu'Augustin Fresnel n'ait donné aucune suite à cette idée d'une nouvelle machine hydraulique, on a dû la reproduire comme un des premiers essais de ce génie inventif cherchant sa voie, qui ne s'ouvrit à lui que cinq ans plus tard. [L. F.]

N° LIV. pas; mais il me semble, en la comparant au bélier hydraulique, qui m'en a donné l'idée, qu'elle produirait l'effet que je me suis proposé. Les deux croquades que je joins à ma lettre représentent toutes deux à peu près la même machine. Dans l'une comme dans l'autre une roue, que fait mouvoir une chute d'eau, soulève des poids et les laisse retomber. Chaque poids en retombant pousse avec force une soupape AB, dont le mouvement est dirigé par une verge de fer passant dans des anneaux. Cette soupape se meut dans un tuyau cylindrique, dont



le diamètre est un peu plus grand que celui de la soupape, mais seulement de manière à empêcher le frottement, en sorte qu'il n'y a que 1 millimètre d'intervalle pour une soupape de 3 décimètres de diamètre, par exemple. La violence du choc et la petitesse de l'intervalle par lequel l'eau peut s'échapper forcent la soupape EF à se fermer et la soupape CD à s'ouvrir (la soupape CD est celle qui soutient la colonne d'eau qu'il s'agit de faire monter; elle est placée au bas du tuyau ascensionnel). Aussitôt qu'il est entré un peu d'eau dans ce tuyau, le poids de la colonne d'eau referme la soupape CD. La soupape EF s'ouvre, pressée par une colonne d'eau dont la hauteur est à peu près celle de la chute d'eau qui fait marcher la roue. L'eau descend

par un petit tuyau LE, ferme la soupape AB, et remplace l'eau qui N° LIX
est montée dans le tuyau ascensionnel et celle qui s'est échappée autour de la soupape AB.

Dans la figure 1, le poids P est attaché à l'extrémité d'une longue pièce de bois qui tourne autour d'un axe O. La jante QR du cylindre que fait tourner la roue, en rencontrant l'extrémité MO de cette pièce de bois, la fait tourner autour de son axe O, et élève par ce moyen le poids P jusqu'à une certaine hauteur, puis, en s'échappant, le laisse retomber.

Dans la figure 2 les jantes du cylindre élèvent verticalement le poids P, puis le laissent retomber. Dans la première machine, le poids P, après avoir produit son choc, ne presse plus la soupape AB et la laisse se refermer. Dans l'autre, si la chute d'eau n'a pas assez de hauteur pour soulever à la fois la soupape AB et le poids P, cette soupape se relève à mesure que le poids P s'élève. Je crois qu'il vaut mieux, comme dans la première, que la soupape AB ne soit pas pressée par le poids P, afin que la soupape CD se referme plus vite. La première a un petit inconvénient, c'est que le poids P, en poussant la soupape, ne suit pas une ligne droite; mais, comme l'arc qu'il décrit pendant ce moment est une très-petite partie d'un cercle décrit d'un grand rayon, ce petit arc peut être considéré comme se confondant avec sa tangente, qui est dans le prolongement de la verge *st*, et les anneaux qui la dirigent ne doivent pas en être sensiblement fatigués.

Maintenant, pour te former une idée complète de ma machine, suppose une ou deux roues à aubes placées à chacune des deux extrémités d'un cylindre couvert de jantes, et répète le système de la figure 1 ou de la figure 2 autant de fois que le pourra permettre la pesanteur des poids à soulever. Suppose que les tuyaux qui sont vis-à-vis chacun de ces poids aillent tous aboutir à un même tube ascensionnel : alors tu concevras que les coups qui soulèvent la colonne ascensionnelle peuvent se suivre avec beaucoup de rapidité et être aussi fréquents que dans un bélier hydraulique.

Maintenant tu me demanderas quels sont les avantages de cette

N° LIV[1]. machine. Je vais tâcher de te bien expliquer ceux que je crois y apercevoir.

Il me semble que, dans le cas où, comme à Marly, une chute d'eau serait peu considérable en comparaison de la hauteur à laquelle il faudrait faire monter l'eau, cette machine soulèverait mieux la colonne d'eau qu'un bélier hydraulique, parce que la quantité de mouvement imprimée à la machine par les roues à aubes serait plus considérable que celle qui a lieu dans un bélier hydraulique, et la raison en est toute simple : c'est que des roues à aubes permettent un plus grand écoulement d'eau qu'un bélier, et par conséquent une plus grande dépense de mouvement. Il me semble ensuite que cette machine a, sur les machines ordinaires que font mouvoir des roues à aubes, l'avantage de ne pas offrir de grands frottements à détruire, comme celui des pistons. D'ailleurs cette machine peut marcher quand même on ne pourrait pas lui donner une grande force, parce qu'elle agit par des chocs, de même que le bélier hydraulique, et que le plus petit choc peut imprimer du mouvement à la masse la plus considérable, au lieu que, dans les autres machines hydrauliques, il y a toujours un rapport nécessaire et déterminé entre leur force et le poids de l'eau à soulever pour qu'elles puissent marcher. Il est vrai que, si ma machine était faible, elle donnerait un petit produit; mais enfin elle irait toujours. . . . .

N° LIV[2].

LÉONOR MÉRIMÉE[a] À SON NEVEU A. FRESNEL.

Paris, le 5 août 1811.

Mon bon ami, il ne m'a pas été possible de remettre aussitôt que je l'ai reçue la lettre que tu désirais que je communiquasse à M. Vauquelin. Il n'y a

[a] Léonor Mérimée, peintre, secrétaire perpétuel de l'École des Beaux-Arts, fut pour ses neveux un second père. De 1810 à 1817 il entretint avec Augustin Fresnel une correspondance

que huit jours qu'il l'a entre les mains. Il m'a paru flatté de ta confiance en lui, et va répéter tes expériences. Je suis allé le revoir avant-hier. Il n'avait pas encore commencé. N° LIX

Je pense, moi indigne, que tu ne t'es pas trompé, et ce qu'il y a de piquant, c'est qu'un très-habile fabricant de soude, M. Darcet, a essayé ton moyen [a], mais il n'a pas opéré de même, et son expérience n'a pas réussi. Je n'ai pu lui lire ta première lettre, parce que M. Vauquelin l'avait entre les mains.

J'ai serré dans mon tiroir ta lettre philosophique pour la reprendre quand j'aurai le loisir de débrouiller ma case de métaphysique [b].

Je suis bien aise que tu t'occupes de chimie : c'est un moyen de remplir des moments de vide, qui, malgré tes grandes occupations, ne laisseraient pas d'être difficiles à soutenir.

Je m'occupe de mon côté d'une niaiserie qui a commencé par me donner les plus belles espérances, et qui depuis longtemps ne fait pas de progrès.

J'ai voulu faire de l'encre de la Chine.

J'ai pris du noir de lampe fait avec soin. Je l'ai détrempé dans de la colle forte, et j'ai trouvé que c'était absolument la même nuance que l'encre de la Chine la meilleure. En conséquence j'ai fait un petit baton, que je suis parvenu, avec beaucoup de peine, à mouler.

Au bout du compte, il y avait une différence très-sensible, quoique dans des rapports les moins importants :

1° Mon encre n'était pas assez luisante dans sa cassure.

2° En séchant elle ne se couvrait pas d'une pellicule dorée.

---

dont nous donnons quelques extraits, qui confirment et complètent à plusieurs égards les renseignements historiques fournis par les lettres d'Augustin à son frère Léonor.

La lettre ici reproduite fut adressée à Napoléon-Vendée, où depuis deux ans A. Fresnel se trouvait employé, comme ingénieur, au service des routes de l'arrondissement. (Voyez l'*Introduction* aux *Œuvres d'Augustin Fresnel*, t. I, p. xxviii et xxix, et son *Éloge académique*, t. I des *Œuvres d'Arago*, p. 1[illegible]3 et suiv.) (L. F.)

[a] Avant d'avoir trouvé sa voie scientifique, Fresnel avait fait quelques excursions dans le domaine de la chimie, et s'était particulièrement occupé des moyens d'extraire économiquement la soude du sel marin. (L. F.)

[b] Il s'agit sans doute d'un essai psychologique où A. Fresnel développe les principaux arguments sur lesquels se fonde la doctrine spiritualiste, dont il fut toujours ardent défenseur. Cette thèse ne pouvait d'ailleurs trouver place dans une série de mémoires ayant exclusivement pour objet les sciences physico-mathématiques. (L. F.)

Nº LIV. En augmentant la proportion de la colle, l'encre ne coulait pas assez et se délavait, ce qui est un grand défaut.

Quelques infusions de substances végétales se couvrent d'une pellicule dorée : le carthame, l'extrait de brésil, l'indigo.

Le luisant de l'encre de la Chine dans l'intérieur des bâtons m'indiquait assez qu'il y avait un mucilage végétal mêlé avec.

J'en ai essayé beaucoup, et presque toujours mon encre se délavait.

Un autre défaut auquel je voulais remédier était la facilité trop grande avec laquelle elle se délayait. J'ai imaginé d'y mettre une petite quantité de tanin, et je suis parvenu à faire de l'encre qui se délayait difficilement.

Enfin j'avais fait beaucoup de tâtonnements et j'étais persuadé que l'excipient de l'encre des Chinois était un mélange de colle forte et de gomme végétale, lorsque je me suis avisé de chercher dans l'*Histoire de la Chine* du père Du Halde, et j'ai trouvé une recette chinoise; mais on emploie quatre plantes dont on extrait par décoction un suc très-collant, qu'on mêle avec de la colle d'*âne noir*. — Va-t'en maintenant chercher les quatre plantes!

Quant à la pellicule dorée, elle peut être le résultat de l'huile qu'ils emploient. Cependant la plus mauvaise offre cette propriété.

Ce qui m'a le mieux réussi a été une décoction de fleurs de lavande mêlée avec de la gomme arabique, et une plante contenant du mucilage et du tanin (la *consoude*). La colle forte est fondue avec cette décoction, et, lorsqu'elle est clarifiée, on la mêle avec le noir.

J'ai fait mes expériences dans des tasses à café. J'ai coulé sur du carton huilé, et, lorsque l'encre a été suffisamment solide, je l'ai moulée avec des moules de bois. Cela est facile.

Il résulte de tout mon gâchis que l'on peut faire en peu de temps une encre très-bonne avec du noir de lampe, de la colle, de la gomme et un peu de tanin (pas trop).

Pour obtenir du noir de lampe, j'ai pris une boîte, je l'ai percée par en haut, et j'ai mis sur des tasseaux des planches de cuivre par étage. J'ai mis alors une petite lampe avec une grosse mèche, et j'ai fermé ma boîte.

Il me reste à faire des essais sur les différentes espèces d'huile. . . . . . .

N° LIX.

LÉONOR MÉRIMÉE À SON NEVEU A. FRESNEL.

Paris, 31 octobre 1811.

Il est bien vrai, mon ami, que, si je n'avais pas compté sur M. Vauquelin, je t'aurais répondu sur-le-champ, et que notre correspondance n'eût pas langui comme elle a fait depuis trois mois. M. Vauquelin avait les meilleures intentions du monde, mais une expérience commencée en amène une autre, et il n'est pas aisé de trouver le joint propice pour en intercaler une qui n'a point de rapport à celles dont on s'occupe. — J'ai été plusieurs fois chez lui. Il a fait une absence de près d'un mois. Je viens de le voir, et je ne rapporte encore que des promesses de vérifier tes expériences, et l'opinion où il est qu'elles doivent réussir [a]. — Ce qui me donne un peu plus de confiance dans ces nouvelles promesses, c'est qu'il doit charger son élève, M. Chevreul, de la besogne, et que j'irai voir cet élève et le presserai de s'en occuper.

En attendant tu pourrais employer tes soirées à répéter un peu plus en grand ton expérience, dans l'intention de déterminer ce que tu perds de carbonate d'ammoniaque; ensuite tu rédigerais un mémoire, que tu m'enverrais, et, après l'avoir soumis à la censure de M. Vauquelin, nous le ferions imprimer tout vif dans les *Annales de chimie*, et même nous le ferions lire auparavant à l'Institut.

J'ai été fort occupé moi-même de la solution d'un problème que je croyais plus aisé à résoudre. J'ai été passer quelques semaines dans une manufacture de papier, pour examiner l'opération du collage et tâcher de découvrir ce qui fait qu'on ne réussit pas pendant l'été [b].

Il se passe dans cette opération des phénomènes fort curieux. Lorsque le papier sèche rapidement, il n'est pas collé. J'ai fait mettre à la cave quelques

[a] Voyez la lettre précédente, note (a) de la page 811.

[b] Léonor Mérimée, l'un des membres les plus zélés des comités de la Société d'Encouragement, joignait à ses talents d'artiste des connaissances très-étendues en chimie, et il a efficacement concouru au progrès de plusieurs branches des arts industriels qui se rattachent à cette science. (L. F.)

X LIX feuilles de papier au moment où on les portait à l'étendoir; elles ont séché lentement et ont été collées; celles de l'étendoir ne l'étaient pas, parce qu'elles avaient séché en deux heures de temps. Si l'on sèche à un feu vif une feuille de papier, le côté du feu ne sera pas collé, l'autre le sera.

La colle de Flandre a un côté moins soluble que l'autre, c'est le côté du dessus.

Ainsi l'air agit lentement sur la colle et la rend moins soluble, — ou bien il y a dans la colle une partie moins soluble, qui sort en dehors avec le temps.

Au reste, je suis parvenu à faire réussir une opération de collage, avec la seule précaution de nettoyer les matériaux employés. J'ai fait tremper dans de l'eau les rognures de peaux employées, et ensuite les ai lavées, comme si j'avais voulu les manger en guise de tripes. Je les ai fait cuire à l'ordinaire, et j'ai obtenu une colle plus blanche, plus forte, et qui a collé dans l'instant le plus chaud de la journée.

Une petite quantité de chaux mêlée avec la colle nuit au collage du papier. Si l'on précipite la chaux par l'acide sulfurique, elle reprend sa vertu collante.

A présent il faut expliquer tout cela, c'est-à-dire qu'il faut recommencer *ab ovo* et voir ce qu'il y a dans les diverses espèces de colle dont on fait usage. — Tout ce qui se prend en gelée est-il de la gélatine? — Tout ce que le tanin précipite est-il de même nature? — Le mucus, l'albumine, peuvent-ils se transformer en gélatine, ou celle-ci en l'un des deux autres?

Mes expériences sur l'encre de la Chine m'ont donné un moyen de comparer les colles. Par exemple, la colle de poisson produit une encre moins soluble que la colle forte ou la colle de Flandre, et la colle de poisson fraîche est moins soluble que lorsqu'elle a un peu fermenté. Tu as dû remarquer que l'encre de la Chine qu'on redélaye plusieurs fois dans le godet n'est plus aussi bonne, et que son altération la plus remarquable est qu'elle se délave sous le pinceau.

Si tu veux faire de belle encre, commence par faire de beau noir de fumée avec une lampe, ensuite détrempe-le avec de la colle de poisson fraîche.

On peut retirer de la colle de poisson de peaux de raies, d'anguilles, d'écailles de carpes, de vessies natatoires, de nageoires, etc. Il y a sûrement une grande différence entre les colles qui proviennent de ces diverses substances. La meilleure est celle qui, étant sèche, se détrempe le moins.

J'ai depuis deux mois un très-petit échantillon de sucre de betterave, depuis

le premier produit jusqu'au dernier degré de raffinage. Comme on ne l'a point fait d'envoi, je le tiens en réserve jusqu'à la première occasion. — Mais sans doute tu vas en faire, et ce qu'il y aura de mieux à t'envoyer, ce sera une instruction bien détaillée sur le meilleur procédé. . . . . N° LIX

N° LIX.

LEONOR MÉRIMÉE À SON NEVEU A. FRESNEL.

Paris, le 20 mars 181

Je diffère de jour en jour à t'écrire, parce que l'on me remet aussi de jour en jour pour me donner le tableau comparatif de la solubilité de quelques sels. Cependant je commence ma lettre à tout événement, et, si l'on me manque de parole, j'irai trouver Gay-Lussac ou Thenard, avec un tableau tout préparé, et je le remplirai sous leur dictée. . . . .

Mon ami, il y a je ne sais pas combien de temps que j'ai commencé cette lettre, et je ne sais quel démon ou malin génie m'a empêché de continuer. Enfin je profite d'un jour de pluie et de paresse pour causer avec toi les pieds sur mes chenets.

J'ai demandé à Thenard et à Gay-Lussac de me donner le tableau comparatif que tu me demandais. Ils m'ont répondu l'un et l'autre qu'il n'y avait encore rien d'exact là-dessus, et qu'il faudrait commencer par vérifier les résultats donnés jusqu'à présent avant d'en faire un usage utile.

Thenard, à qui j'ai parlé de tes expériences, m'a fait beaucoup d'objections, que j'ai oubliées. Tout ce dont je me souviens seulement, c'est qu'il ne croit pas que cela soit exécutable en grand. — Mais il n'en est pas moins curieux de lire ton mémoire. « Je verrai, m'a-t-il dit, par l'exposé de ses expériences, « comment il suit ses idées, et, quand même il aurait tenté l'exploitation d'une « mine qu'il faut abandonner, il aura bien employé son temps s'il a mis de la « suite dans la combinaison de ses idées ; alors je lui donnerai des fouilles à « faire dans lesquelles il trouvera des choses exploitables. »

Ainsi, mon ami, envoie-moi un mémoire contenant le récit de tes expériences et les raisonnements que tu as faits là-dessus. Je le lui montrerai. S'il est bon, nous le mettrons en évidence; sinon, nous te dirons en quoi il pèche.

N° LIX[4]. J'ai fait emplette, pour toi, du Dictionnaire de chimie de Klaproth. C'est l'ouvrage le plus complet qui existe encore et qui contient beaucoup d'analyses qu'il est bon de pouvoir consulter. Je te l'enverrai dans la première caisse qui te sera expédiée[a]. . . . .

N° LIX[5].

LÉONOR MÉRIMÉE À SON NEVEU A. FRESNEL.

Paris, le 14 avril 1812.

Mon bon ami, Thenard a fait un petit voyage pour conduire à sa mère malade un habile médecin, et j'ai été obligé d'attendre son retour pour lui remettre ta lettre. Je suis allé le trouver hier, et voici ce qu'il m'a répondu :

Ton procédé est bon, mais il lui paraît plus dispendieux et plus difficile à exécuter que celui que l'on suit. — Le procédé de Noirmoutiers est celui de M. Darcet, du moins celui qu'il emploie depuis quelque temps.

On calcine les pyrites avec le sel marin. (Je ne sais plus si c'est avant ou après que le sulfate est formé.) — Il se forme du sulfate de soude, que l'on traite par la chaux, la craie et le charbon. On recueille ou l'on perd l'acide muriatique. La soude revient, par ce procédé, à 10 ou 12 francs le quintal. Je me souviens d'avoir entendu dire à Darcet qu'elle pourrait même ne coûter que 8 francs de fabrication.

L'autre procédé auquel tu as songé est encore employé à la Gare par un certain M. Huskin. On traite de la chaux éteinte par l'acide pyroligneux, etc. et l'on calcine l'acétate de soude pour le transformer en sous-carbonate. — Thenard m'a dit que la méthode de laisser à l'air l'acétate de soude, pour le transformer en carbonate, n'est pas bonne, parce qu'il faudrait trop de temps au lieu que par l'action du feu on décompose l'acide acétique, et l'acide carbonique qui en provient se combine aussitôt avec la soude.

Les élèves de l'École ont été voir cette manufacture, et ils ont dessiné l'appareil. Thenard m'a dit que cela valait la peine de t'être envoyé, et qu'il m'en procurerait une copie avec le résumé des produits obtenus.

---

[a] Suivent d'assez longs détails sur la fabrication du sucre de betterave. Nous les supprimons comme étrangers aux recherches dont s'occupait alors notre auteur. (L. F.)

Quoiqu'il ne trouve pas ton procédé aussi économique que celui que l'on a suivi jusqu'à présent, cependant il le trouve susceptible d'être exécuté en grand, surtout dans une fabrique de muriate d'ammoniaque. — Mais comme l'emploi du muriate d'ammoniaque est très-restreint, et que deux ou trois fabriques qui existent en France suffisent aux besoins du commerce, on n'établirait pas exprès de nouvelles fabriques, qui s'encombreraient de produits dont on ne pourrait se défaire. N° LIX

Il m'a chargé de te faire des compliments sur ton travail. Il trouve tes idées très-bien suivies, et m'a promis de te tailler de la besogne. La première fois que je lui en parlai, je m'expliquai sans doute mal, et d'ailleurs il était préoccupé du travail qu'il fait en ce moment. Il rédige des *Éléments de chimie*, et dans cet ouvrage il se propose d'indiquer beaucoup de travaux utiles à la science qui n'ont point encore été entrepris. Aussitôt que ces *Éléments* paraîtront, je te les enverrai. Ce ne sera pas sans doute un ouvrage bien volumineux, parce qu'il est en général très-concis. En attendant, je le prierai de me mettre de côté les os qu'il m'a promis de te donner à ronger.

J'ai recueilli dernièrement un procédé relatif à la trempe des outils d'acier, qui pourrait t'être utile dans quelques circonstances. Tu sais qu'on est dans l'usage, après avoir forgé l'instrument, de le remettre ensuite au feu, de lui faire éprouver le degré de chaleur convenable et ensuite de le jeter dans l'eau. — Dans le procédé qu'on m'a communiqué, on s'arrange pour faire l'outil entièrement au marteau. On le chauffe le plus possible, on le travaille, on le termine au marteau, et, lorsqu'il a encore la couleur rouge obscur, on le trempe dans l'eau froide. — On m'a assuré que l'on avait ainsi trempé des outils pour faire des trous dans le granit, et qu'ils conservaient leur tranchant beaucoup plus longtemps que d'autres.

On conçoit que cela doit être ainsi, parce que le marteau rapproche les molécules de l'acier, et cela fait l'effet du travail des faux. Mais il faut avoir un grand soin de bien conduire son marteau et d'avoir terminé au point de chaleur nécessaire pour obtenir la meilleure trempe. . . . .

N° LIX.

LÉONOR MÉRIMÉE À SON NEVEU A. FRESNEL.

Paris, le 17 janvier 1814.

. . . .

M. Davy est venu à Paris. Il comptait y rester jusqu'au 15 janvier; mais la nouvelle de l'approche des Austro-Russes l'a fait subitement partir pour l'Italie, où il va vérifier l'idée qu'il a sur les volcans. Il pense que les terres composant la croûte du globe sont oxydées, mais que dans l'intérieur elles sont à l'état métallique, et que, quelque cause venant à y introduire de l'eau ou d'autres corps cédant facilement leur oxygène, elles s'enflamment aussitôt, et de là les tremblements de terre, les éruptions, etc. — Je n'ai point vu cet homme célèbre. Je devais aller chez lui, et je suis arrivé le lendemain de son départ. J'avais été chargé par M. Berthollet de revoir la traduction d'un mémoire de M. Davy sur l'acide fluorique, inséré dans le numéro de décembre des *Annales de chimie*, lequel était copié d'après une traduction faite, pour le *Journal de physique*, par un Américain qui ne sait pas un mot de chimie, et qui avait fait autant de contre-sens que de phrases. — Comme tu as dû recevoir ce dernier numéro, tu es au courant de ce qu'il y a de plus nouveau en découvertes chimiques, ce nouvel oxygène auquel on a donné le nom d'*iode*, à cause de la couleur violette qu'il prend lorsqu'il se volatilise. — On m'en a donné gros comme un pois. Je te l'enverrai par la première occasion. Si tu avais des soudes de varech à ta disposition, tu pourrais en faire.

Il y a deux ans au moins que cette nouvelle substance a été découverte et que Clément a travaillé dessus, et lorsque les diverses expériences auxquelles on l'a soumise ont fait croire que c'est un corps simple, on s'est empressé de publier le travail avant qu'il fût achevé, afin que quelque étranger ne le publiât pas avant nous.

On est très-porté à croire qu'il n'y a plus de découvertes à faire, par la raison que toutes les diverses substances de notre globe ont été maniées et remaniées par des hommes qui n'ont pu nous laisser que quelque chose à glaner. Cependant de temps en temps il se fait des découvertes qui nous prou

vent qu'il reste encore de quoi alimenter la curiosité des hommes. Ainsi ne néglige pas les idées qui te viendront [a]. N° LIX

On doit imprimer incessamment une traduction d'un mémoire de M. Marcet sur la liqueur de Lampadius, qu'il appelle *alcool de soufre*, ou plutôt *sulfure de carbone*. L'auteur a trouvé par l'analyse qu'il contenait :

Soufre.	84.83 ou 100.00 ;
Carbone.	15.17 ou 17.89.

Maintenant tâche de combiner le soufre avec un corps pour lequel il ait plus d'affinité qu'avec le carbone, et tu feras un beau petit diamant, qu'on appellera *le Fresnel*, et qui ne sera pas moins célèbre que *le Pitt*, *le Régent* et celui du Grand Mogol. . . . .

N° LX.

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Nyons, le 15 mai 1814.

. . . .

P. S. Abonne-moi donc aux *Annales de chimie* (à partir du 1er janvier 1814). Si tu trouves un moyen de m'envoyer franc de port la dernière édition de la *Physique* de Haüy, envoie-la-moi sur-le-champ. Je voudrais bien avoir aussi des mémoires qui me missent au fait des découvertes des physiciens français sur la polarisation de la lumière. J'ai vu dans le *Moniteur*, il y a quelques mois, que Biot avait lu à l'Institut un mémoire fort intéressant sur la *polarisation de la lumière* [b]. J'ai beau me casser la tête, je ne devine pas ce que c'est [c].

---

[a] Ce conseil philosophique n'a précédé que de dix-huit mois à peine les premières recherches suivies d'Augustin Fresnel sur la théorie de la lumière. (L. F.)

[b] *Mémoire sur une nouvelle application de la théorie des oscillations de la lumière*, lu à l'Institut le 27 décembre 1813.

[c] *Post-scriptum* cité par Émile Verdet comme offrant la première indication de la direction nouvelle des pensées d'Augustin Fresnel. (Voyez l'*Introduction*, t. I, p. xxix, et la lettre suivante.) (L. F.)

N° LIX.

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR (a).

Nyons, le 5 juillet 1814.

. . . .

Mais laissons la politique et parlons un peu physique. — Je me permets quelques doutes sur la théorie du calorique et de la lumière. Je me rappelle qu'à l'École polytechnique je ne concevais pas bien comment il se dégageait tant de calorique et de lumière par la combustion du charbon : son résultat étant un gaz, il ne peut pas y avoir grand rapprochement de molécules. J'ai vu depuis, dans les *Annales de chimie*, que Berzelius citait cet exemple particulièrement, et plusieurs autres, comme des objections à la théorie française. En effet, dans la combustion du charbon, les molécules d'oxygène ne se rapprochent pas les unes des autres, puisqu'un volume d'oxygène donne un volume égal d'acide carbonique. Il suit de là, il est vrai, que le volume du produit est moindre que la somme des volumes des deux composants, mais de bien peu; car le volume du charbon n'est presque rien en comparaison de celui de l'oxygène. D'ailleurs, n'est-il pas probable que les molécules intégrantes de l'acide carbonique, ayant [illegible] de masse de plus que celle de l'oxygène, doivent attirer autour d'elles une plus grande quantité de calorique, et que ce surcroît de calorique est plus considérable que celui qui se trouvait renfermé dans le charbon? Ainsi, il y aurait plutôt absorption qu'expulsion de calorique dans la combustion du charbon, qui produit cependant de si hauts degrés de température.

Maintenant, si l'on brûle des corps peu combustibles, comme le

(a) Cette lettre, jointe au *post-scriptum* précédent (N° LIX), marque le point de départ des recherches d'Augustin Fresnel sur la théorie de la lumière. (Voyez l'*Introduction* d'Émile Verdet, t. I, p. VIII et XXIX.) [L. F.]

mercure, l'argent, la combustion se fait sans dégagement de lumière ni de chaleur, et cependant dans cette combustion l'oxygène passe de l'état gazeux à l'état solide. Thenard explique cette contradiction en disant que, dans ce cas, l'oxygène retient presque tout son calorique. Je t'avoue qu'il me paraît bien extraordinaire qu'il en laisse dégager infiniment plus dans la combustion du charbon, où son volume ne diminue pas, que dans celle du mercure, où il devient plus de mille fois plus petit. N° LIX

Passons à la lumière. Suivant le système de Newton, les molécules lumineuses s'élancent des corps radieux pour arriver jusqu'à nous. Mais n'est-il pas probable que, dans un corps qui lance de la lumière, les molécules lumineuses doivent être chassées avec plus ou moins de vitesse, puisqu'elles ne se trouvent pas toutes dans les mêmes circonstances, et que vraisemblablement les unes sont exposées à une plus forte répulsion que les autres [1]? Or, si l'on admet que les molécules lumineuses, en partant du soleil, par exemple, peuvent avoir différentes vitesses, il s'ensuit qu'elles doivent avoir différents degrés de réfrangibilité. Mais les rayons de même couleur sont toujours également réfrangibles : il faut donc supposer que les différences de couleur viennent des différences de vitesse. Il s'ensuivrait que les premiers rayons qui nous arriveraient après une éclipse de soleil seraient des rayons rouges; or, d'après un calcul que j'ai fait dans cette hypothèse, mais dont je ne te garantis pas l'exactitude, il s'écoulerait assez de temps entre l'arrivée des rayons rouges et des rayons violets pour que nous nous aperçussions de la différence de couleur. Mais nous savons par expérience qu'il n'en est rien. — Tire-toi, ou plutôt tire-moi de là. Tu es dans la société des savants, et si tu n'en viens pas à bout tout seul, tu peux avec leur secours pulvériser mes objections.

En attendant, je t'avoue que je suis fort tenté de croire aux vibrations d'un fluide particulier pour la transmission de la lumière et de la chaleur. On expliquerait l'uniformité de vitesse de la lumière comme on

[1] Cela est si probable que beaucoup de physiciens supposent qu'il n'y a entre le calorique et la lumière d'autre différence que celle de vitesse.

N° LIX explique celle du son; et l'on verrait peut-être dans les dérangements d'équilibre de ce fluide la cause des phénomènes électriques. On concevrait facilement pourquoi un corps perd tant de chaleur sans perdre de son poids, pourquoi le soleil nous éclaire depuis si longtemps sans diminuer de volume, etc.

La plus forte preuve en faveur de l'opinion de Newton est, je crois, l'aberration des étoiles. Je conçois vaguement comment on pourrait expliquer la réfraction et surtout les accès de facile réflexion et de facile transmission dans l'hypothèse des vibrations; mais je ne vois pas comment on expliquerait l'aberration.

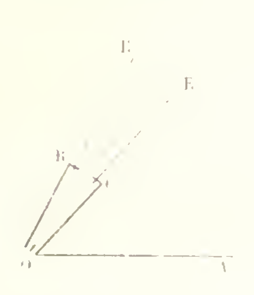
Je viens de relire l'explication que Haüy en donne d'après Bradley, et voilà les réflexions qu'elle m'a fait naître.

Il est bien étonnant, dans le système de Newton, qu'on donne seulement pour ce cas une explication mécanique fondée sur les lois du choc. La molécule lumineuse, qui n'aura rien choqué en traversant l'espace immense qui nous sépare des étoiles et le verre d'une lunette, ira donc choquer de préférence la rétine du spectateur? Mais comment la frappera-t-elle? Sera-ce dans une de ses molécules, ou dans sa surface? — Si c'est dans une de ses molécules, elle peut la prendre de côté, et cela dérange tout; si c'est dans sa surface, je ne vois plus pour résultat qu'une vibration qui doit toujours être perpendiculaire à cette surface [1].

Il me semble que ce n'est point la direction du choc qui nous donne le sentiment de celle du rayon lumineux, mais l'endroit de la rétine qu'il frappe. L'expérience nous apprend à faire passer une ligne droite par ce point et le centre de la prunelle, et à distinguer de cette manière les positions respectives des différents objets; et c'est en plaçant entre eux et l'œil un autre corps que nous reconnaissons que la lumière marche en ligne droite, tant qu'elle n'est pas réfractée ou réfléchie.

[1] Dans cette seconde hypothèse je ne suppose pas un contact parfait, ce qui ramènerait à un choc de molécule contre molécule, mais un choc à distance comme celui qui produit la réflexion de la lumière sur les corps polis.

Supposons, suivant l'explication de Bradley, qu'une étoile située en E, à cause du mouvement de l'œil suivant OA, paraisse en E'; on la verrait encore en plaçant un corps opaque C sur la direction OE', en sorte qu'elle paraîtrait comme à travers ce corps opaque. Mais si l'on plaçait un autre corps opaque B sur la direction OE, on cesserait de la voir, et cependant il ne serait pas sur la direction suivant laquelle on aurait cru d'abord l'apercevoir. N° LIX.



Il me semble que cette expérience serait décisive, et, si elle réussissait, prouverait encore mieux l'exactitude de l'explication de Bradley que la conformité du résultat de son calcul avec l'observation sur le diamètre du cercle d'aberration.

Je ne sache pas qu'on l'ait faite; du moins Haüy n'en parle pas.

Il est bien probable que je me trompe dans mon raisonnement; car comment une idée aussi simple aurait-elle échappé aux savants qui se sont occupés de ce phénomène, et comment Haüy n'en parlerait-il pas si l'on avait fait cette expérience?

Cependant, plus j'y réfléchis, plus je me persuade que mon raisonnement est juste. Je suppose le corps opaque C attaché au point O par une droite OC, qui fait toujours le même angle avec OA, du moins pendant un instant appréciable; je vois le point C dans la direction OC; il est entraîné dans le même mouvement que l'œil, il n'y a pas d'illusion d'optique sur sa position; je verrai donc l'étoile au milieu du corps opaque C, et ce sera en mettant le corps opaque B dans la direction OE, ou en l'en retirant, que je ferai disparaître ou reparaître l'étoile. Cette expérience est exécutable malgré la petitesse de l'angle [BOC], puisqu'on peut le mesurer.

Regarde dans Biot s'il n'en parle pas. Réfléchis bien à mon raisonnement, et si tu ne trouves pas où il pèche, présente-le modestement à quelque savant [a] . . . .

---

[a] Voyez la lettre suivante N° LIX.

P. S. Je ne me rappelle plus ce que Biot dit sur la scintillation des étoiles fixes. — Quelle est l'explication qu'on donne de ce phénomène? Pourquoi les planètes ne scintillent-elles pas? Le télescope fait-il disparaître la scintillation?

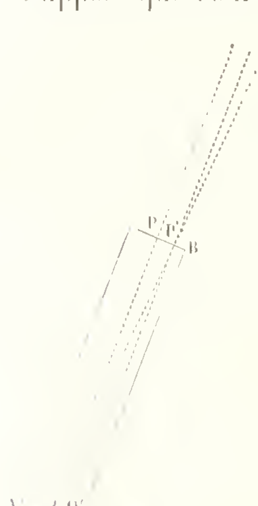
N° LIX°.

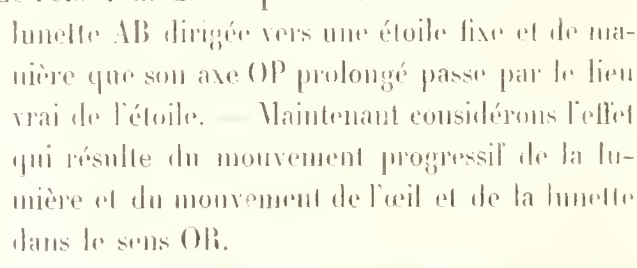
AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Nyons, le 6 juillet, au matin, 1814.

Mon bon ami, je viens de reconnaître que l'explication de Bradley est fort bonne; mais si je ne l'ai pas comprise d'abord, c'est la faute de Haüy. Pourquoi parle-t-il de choc? Je vais te la donner à ma manière.

Suppose que l'œil de l'observateur soit placé en O à l'extrémité d'une lunette AB dirigée vers une étoile fixe et de manière que son axe OP prolongé passe par le lieu vrai de l'étoile. — Maintenant considérons l'effet qui résulte du mouvement progressif de la lumière et du mouvement de l'œil et de la lunette dans le sens OR.





Imagine que l'extrémité supérieure de la lunette ne soit percée qu'au point P. — Pendant que le rayon de lumière va de P en O, l'œil change de position, et se trouve en O′ lorsque la lumière est arrivée en O, en sorte qu'il ne voit rien. — Mène par O′ une parallèle à OP, suppose l'œil et la lunette retournés dans leur première position, et perce l'extrémité supérieure de la lunette au point P′; alors, en appliquant l'œil en O, tu verras l'étoile par le trou P′, parce que l'œil arrivera en O′ aussitôt que la lumière qui passera par P′ : et voilà pourquoi tu crois que l'étoile est dans le prolongement de la ligne OP′, tandis qu'elle est effectivement sur la direction OP.

Tu sens que le calcul de Bradley s'applique à cette explication comme à celle de Haüy, puisque l'angle POP' ne dépend toujours que du rapport entre la vitesse de la lumière et celle de la terre dans son orbite. X LIX

L'hypothèse des vibrations s'accorde alors tout aussi bien que celle de Newton avec le phénomène de l'aberration des étoiles fixes, puisqu'il n'est plus besoin de recourir à un choc pour l'expliquer, et qu'il suffit de reconnaître que la lumière met 8 minutes à venir du soleil à nous, et la terre une année à parcourir son orbite, ce qu'on admet également dans les deux hypothèses.

Regarde à la Bibliothèque comment Bradley explique l'aberration : je parierais que c'est par le raisonnement que je viens de te faire. Il serait pourtant bien étonnant que Haüy parlât de choc si Bradley n'en avait pas parlé.

Il est inutile de te dire que mon expérience ne signifie plus rien. Ce qui me trompait, c'était ce maudit choc, dans lequel je faisais consister toute l'explication, et je ne faisais pas attention au temps que la lumière met à parcourir la lunette.

Mais je crois me rappeler confusément que l'explication que je viens de te donner est dans l'*Astronomie physique* de Biot. Si tu l'y retrouves, garde-la pour toi ; sinon, présente-la modestement à Haüy, dont tu suis les leçons.

Dans tous les cas, je serais bien aise que tu lui soumisses les objections de ma lettre précédente fondées sur la probabilité de différentes vitesses dans les molécules qui viennent du soleil à nous.

Adieu, etc.

P. S. Haüy dit, à la fin de l'article 844 [a], qu'il est très-difficile de concevoir la réfraction et l'aberration dans l'hypothèse de Descartes. S'il veut parler de l'aberration des étoiles fixes, comme je le crois, je t'ai fait voir qu'elle s'explique tout aussi bien dans cette hypothèse que

[a] Art. 1000 de la 3e édition du *Traité élémentaire de Physique* de Haüy.

N° LIX⁹. dans celle de Newton; à moins qu'on ne demande l'explication du mouvement rectiligne de la lumière, plus facile à concevoir en effet dans l'hypothèse de Newton que dans celle de Descartes; mais il n'est pas prouvé qu'il ne puisse s'accorder avec celle-ci, et il n'est probablement plus difficile de l'y voir que parce que des mouvements oscillatoires sont beaucoup plus compliqués que celui d'une seule molécule qui n'obéit qu'à une première impulsion.

Quant à la réfraction, je pense qu'on la verrait, comme le mouvement rectiligne, dans l'hypothèse des vibrations, si l'on y regardait mieux, et je crois qu'on y parviendra. J'avoue qu'en attendant, le système de Newton a, sous ces deux rapports, un grand avantage sur celui de Descartes.... ....

N° LIX[10].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Nyons, le 11 juillet 1814.

.....Je viens de recevoir l'*Astronomie physique* de Biot..... J'y ai trouvé l'explication de l'aberration[a] comme Haüy la donne, et j'ai eu beau la feuilleter, je n'y en ai pas trouvé d'autre. Ainsi l'explication que je t'ai donnée n'est point une réminiscence, elle est bien de ma façon. Je sens bien qu'elle diffère peu de l'autre, car le point essentiel de l'explication est l'idée ingénieuse qu'a eue Bradley de comparer la vitesse de la lumière à celle de la terre dans son orbite. Mais si je n'ai rien trouvé, j'ai corrigé; du moins il me le semble [b].

Mets-moi donc au courant de ce qu'on sait sur la *polarisation de la lumière*. Tu ne saurais t'imaginer combien je suis curieux de savoir ce que c'est. Je crois que c'est Malus qui a fait cette découverte. Biot s'en

---

(a) Biot, *Traité élémentaire d'Astronomie physique*, 1re édition, t. III, p. 120.

(b) Voyez l'*Introduction* aux *Œuvres d'Augustin Fresnel*, t. I, p. XXIX, note 4.

est occupé encore il n'y a pas un an [a]. Envoie-moi quelque mémoire qui me mette au fait. N° LIX

En attendant, je vais te faire encore une objection contre la théorie du calorique adoptée le plus généralement par les physiciens et chimistes français. — Le principe fondamental de ce système, c'est que deux corps diffèrent de température lorsqu'ils envoient par le rayonnement des quantités différentes de calorique, ou, ce qui revient au même, lorsque le calorique contenu dans un de ces corps est plus repoussé que celui qui est contenu dans l'autre.

Or suppose que l'on comprime fortement de l'air au moyen d'un piston dans un cylindre métallique: au bout de quelques instants, il est en équilibre de température avec l'air extérieur, et supporte cependant un poids quatre fois plus grand, je suppose. Son calorique a donc une tension quatre fois plus grande, quatre fois plus de tendance à s'en échapper, et ce ne peut pas être le cylindre métallique qui s'y oppose, puisque les métaux sont très-bons conducteurs du calorique. — Tu me diras peut-être que les molécules de l'air comprimé, étant quatre fois plus rapprochées, présentent dans le même espace aux molécules de calorique une masse quatre fois plus grande, qui les retient en les attirant quatre fois davantage. Mais si cette attraction neutralise l'excès de force expansive du calorique du cylindre, pourquoi supporte-t-il un poids quatre fois plus grand, et, si elle ne le neutralise pas, pourquoi l'air renfermé ne se met-il pas en équilibre de tension calorifique à travers le cylindre avec l'air extérieur? — Tu me répondras que cet équilibre ne s'établit pas comme celui d'un liquide; que la marche du calorique est ralentie dans l'air comprimé par le rapprochement des molécules, en sorte que, quoiqu'il ait quatre fois plus de tendance à s'échapper que celui de l'air extérieur, il ne va cependant pas plus vite, et qu'ainsi l'air extérieur et l'air intérieur se renvoient dans

[a] Biot. *Mémoire sur une nouvelle application de la théorie des oscillations de la lumière*, lu à l'Institut le 27 décembre 1813. (*Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques* pour 1812, 2e partie, p. 1.)

N° LIX[bis]. le même temps la même quantité de calorique. Mais si le rapprochement des molécules de l'air comprimé ralentit la marche du calorique qui s'en échappe, il doit ralentir aussi celle du calorique qui y entre : ainsi, dans un temps donné, l'air comprimé devrait toujours recevoir moins de calorique qu'il n'en enverrait, et par conséquent conserver toujours une température inférieure à celle de l'air extérieur.

Je t'ai parlé de l'hypothèse des vibrations, et il faut que je te fasse voir comment elle peut expliquer la dilatation des gaz par l'exhaussement de la température, en supposant que cet exhaussement de température ne soit autre chose qu'une augmentation de vitesse dans les molécules calorifiques.

Soient A et B deux molécules d'un gaz; soit c une molécule de calorique placée entre A et B. Suppose qu'elle soit lancée rapidement vers A : elle ira jusqu'en c', où elle perdra toute sa vitesse par la répulsion de surface de la molécule A, qui s'éloigne de la molécule B en raison de la quantité de mouvement qui lui a été communiquée par la molécule c. — Mais cette molécule de calorique, par l'effet élastique de la répulsion, regagne dans un sens opposé à peu près la vitesse qu'elle avait d'abord (la molécule A ne s'éloignant que lentement), et elle retourne en c, d'où elle va jusqu'en c'', où elle s'arrête après avoir repoussé la molécule B. Or, si l'on suppose que la molécule de calorique retourne plus promptement en c' et en c'' que A et B ne retournent dans leurs premières positions, les oscillations de la molécule de calorique écartent les molécules A et B; et il est évident qu'elles les écartent d'autant plus que ces vibrations sont plus rapides.

Il faudrait appliquer le calcul à ce raisonnement, afin de bien juger de son exactitude, et découvrir la loi de répulsion. Je n'ai fait ni l'un ni l'autre. Mais je pense que, sans établir la loi de répulsion, on peut prouver par le calcul que les molécules A et B s'écartent d'autant plus l'une de l'autre que les vibrations sont plus rapides, et que, dans chaque cas particulier, l'écartement cesse lorsque la vitesse des oscillations se

met en équilibre avec la tendance que les molécules A et B ont à se rapprocher. Quand je dis *équilibre*, ce n'est pas un repos que j'entends, mais une compensation de mouvement. N° LIX[II]

Si la terre tourne éternellement autour du soleil en vertu d'une première impulsion, si un pendule mis en mouvement oscille si longtemps avant de s'arrêter, pourquoi ne supposerait-on pas des vibrations continuelles dans les molécules du calorique, dont les mouvements ne peuvent pas, comme celui du pendule, se détruire par le frottement; et si ces oscillations peuvent rendre compte de la dilatation des corps, pourquoi ne pas leur en attribuer la cause?. . . . .

N° LIX[II].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Montélimart, le 3 novembre 1814.

Mon bon ami, dis-moi donc ce qu'est devenu mon oncle [a]. Il y a plus d'un mois que je lui ai envoyé un gros mémoire de mes rêveries [b], et il ne m'a pas encore répondu. Je le priais de demander à Ampère ce qu'on pouvait répondre aux différentes questions et objections que je me faisais. Ampère et mon oncle sont ordinairement si complaisants que ce silence m'étonne.

J'ai répété dans ce mémoire ce que je t'ai dit sur l'aberration. Mon explication me paraît toujours bonne . . . .

. . . . . N*** ne m'a pas répondu. Je ne suppose pas cependant qu'il me garde rancune. J'ai bien un peu cherché à le piquer, mais je lui disais à la fin de ma lettre que c'était pour qu'il me jugeât avec sévérité et qu'il me lût avec plus d'attention. — N*** a tort, à mon avis, de préférer la métaphysique à la physique, un sujet éternel de dispute à

(a) Léonor Mérimée.

(b) Voir l'*Introduction*, t. I, p. XXIX, note 4.

N° LIX[11]. la science qui fait le plus d'honneur à l'esprit humain, et dans laquelle on fait des découvertes tous les jours.

J'ai vu dans les *Annales* qu'Ampère venait de faire entrer la géométrie dans la chimie. Je suis sûr qu'elle va faire des progrès très-rapides, et qu'avant dix ans on aura arraché à la nature des secrets étonnants.

. . . .

Je te conseille de laisser là l'*Esprit des lois*. N*** m'a prouvé que Montesquieu n'avait pas le sens commun aussi clairement que je lui ai fait voir que Newton radotait.

N° LIX[12].

LÉONOR MÉRIMÉE À SON NEVEU A. FRESNEL.

Paris, le 20 décembre 1814.

Mon bon ami, M. Ampère m'avait promis qu'il répondrait à tes deux lettres aussitôt qu'il serait nommé à l'Institut. Il a été nommé, le traître, et cependant il n'a pas encore écrit une panse d'*a* sur le sujet de ton mémoire[a]. J'ai pourtant cabalé de tout mon pouvoir en sa faveur, et quoique je n'aie eu que des portes ouvertes à enfoncer, je ne le tiens pas quitte pour quelques phrases de remercîments et pour le dîner qu'il me donne aujourd'hui avec quelques hommes d'élite de sa brigade. Je suis convenu avec lui que tu lui écrirais, et alors il sera bien forcé de te répondre.

Au reste, si j'ai bien retenu ce qu'il m'a dit, tes observations lui paraissent justes, et elles ont déjà été faites par Arago, qui doit les avoir développées davantage et en faire un sujet de mémoire qu'il lira à l'Institut. Si Arago se trouvait par hasard de la réunion d'aujourd'hui, je dirais à Ampère de lui remettre ton mémoire, sous la condition de te faire passer ses observations.

Il est donc convenu que tu écriras au susdit et que tu ajouteras à ta lettre

---

[a] Ce mémoire, qui contenait ce que Fresnel appelait ses *rêveries*, ne s'est pas retrouvé. — Voyez à ce sujet la note de Henri de Senarmont sur la lettre d'A. Fresnel à F. Arago, du 23 septembre 1815 (N° I, t. I, p. 5 et 6), et l'*Introduction* d'Émile Verdet (t. I, p. XXIX, note 4). [L. F.]

ce que tu croiras convenable, que même tu l'entretiendras d'autres sujets de sa compétence. Alors il te répondra, par la raison que la lettre lui sera directement portée. N° LIX[12].

. . . .

. . . . Ainsi que je l'avais présumé, j'ai dîné hier avec M. Arago, et devant M. Ampère je lui ai parlé de ton mémoire, je l'ai prié d'y jeter un coup d'œil et d'y répondre par écrit. — Il me l'a promis de très-bonne grâce. Je lui ai parlé d'une expérience que tu désirais que l'on fît pour démontrer que l'aberration n'est pas telle qu'on l'a expliquée, etc. et lui ai dit que tu serais fier de t'être rencontré avec lui. Une partie de ses idées là-dessus sont consignées dans l'ouvrage de Biot sur la polarisation de la lumière.

Il me semble que tu m'as demandé cet ouvrage. Redemande-le-moi, si tu le veux définitivement . . . .

N° LIX[13].

LÉONOR MÉRIMÉE À SON NEVEU A. FRESNEL.

Paris, le 15 novembre 1815.

Je te réponds de suite pour te tranquilliser sur ton mémoire [a]. Il ne m'est parvenu qu'hier, mardi; ainsi il n'était plus temps de le faire enregistrer à l'Institut; mais comme il fait suite à l'autre, j'ai pensé que je pouvais directement le présenter à M. Arago, et je sors de chez lui. Il m'a dit qu'il allait le lire et qu'il désirait beaucoup y trouver la confirmation d'un fait qui, selon lui, établit mieux qu'aucun autre la théorie des ondulations.

. . . .

M. Arago m'a dit qu'il ne fallait point t'acheter ce qui a été fait sur la polarisation, qu'il était inutile de te faire faire un verre rayé, parce que l'expérience était connue; que si tu avais besoin de quelques machines, il te les ferait faire ou te les procurerait. Il désirerait que tu fusses ici; il t'obtiendrait aisément, à ce qu'il m'a dit, une prolongation de congé, et ferait sa demande au nom de l'Institut. — Il attache une très-grande importance à la petite

[a] Le *Complément au premier Mémoire sur la diffraction* (N° IV).

N° LIX[13]. expérience, que tu ne cites qu'en passant, qui prouve que les franges marchent *circulairement* (a), etc. Mais, au reste, il l'a bien mieux expliqué cela que je ne pourrais le faire.

Il attend ta réponse avec grande impatience, et si, comme il l'espère, tu coules à fond la question de la diffraction, il demandera un prix pour toi à l'Institut . . . .

N° LIX[14].

LÉONOR MÉRIMÉE À SON NEVEU A. FRESNEL.

Paris, le 1er décembre 1815.

. . . .

. . . . M. Arago a reçu ta lettre, et il doit te répondre. Il ira un de ces matins trouver M. de Prony, lui représenter que la gloire du corps des ponts et chaussées est intéressée à ce qu'un de ses membres continue certaines plaisantes et curieuses expériences qu'il a commencées, et, attendu que de longtemps on ne pourra occuper nos ingénieurs, le susdit soit envoyé à Paris, etc.

Il ne doute pas du succès et se propose de mettre à ta disposition le cabinet de l'École, où tu trouveras un héliostat et d'autres instruments qui t'épargneront beaucoup de peines.

Ton dernier mémoire (b) est encore une porte ouverte que tu as enfoncée, c'est pourquoi il [Arago] n'en fera pas mention à l'Institut. Voilà l'avantage que tu auras à Paris : c'est que tu partiras du point de départ où en est la science, et que tu ne t'éborgneras plus pour faire ce qui est déjà fait.

Tu n'as pas exactement répondu à ce qu'il t'a demandé, à savoir : si tu as refait avec une lumière *homogène* l'expérience dans laquelle tu as aperçu des *bandes curvilignes* (je présume que c'est l'expression dont il s'est servi), et comme nous étions dans la bibliothèque de l'Institut, il s'est retourné en me disant : « Personne ne m'a-t-il entendu? » Tu vois qu'il prend bien des précautions pour te conserver ta découverte.

(a) *Hyperboliquement.* Voyez la note (b) de H. de Senarmont sur la lettre N° III (B), t. I p. 38.

(b) Le *Complément au premier Mémoire sur la diffraction* (N° IV).

« C'est, m'a-t-il dit, cette expérience qui est vraiment décisive, si elle est « faite avec une lumière homogène telle qu'il l'annonce. — Dans ce cas je la « défendrai de tout mon pouvoir, et, quel que soit celui qui attaque la théorie « des ondulations, j'espère la faire triompher. » N° LIX[14].

Ainsi, mon ami, il faut attendre qu'on te permette de venir à Paris, et sûrement tu auras bien le temps de signer les états du mois de novembre.

. . . .

N° LIX[15].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 18 février 1816.

. . . .

. . . . J'ai été appelé à Paris [a], comme tu sais, pour la vérification de mes expériences. . . . .

. . . .

J'ai déjà fait avec Arago un grand nombre d'expériences, dont les résultats s'accordent bien avec mes formules et constatent la marche curviligne des franges. Nous avons fait l'expérience avec de la lumière homogène, en sorte qu'il n'a plus aucun doute sur ce singulier phénomène.

Il attache la plus grande importance à ma découverte [b] . . . .

---

[a] A. Fresnel avait changé de résidence. Après avoir été suspendu de ses fonctions d'ingénieur, pour cause politique, pendant les *Cent jours*, il fut attaché au service des routes du département d'Ille-et-Vilaine, et obtint, quelque temps après, un congé pour venir répéter à Paris, de concert avec les Commissaires nommés par l'Académie des sciences, les expériences relatives au *Mémoire sur la diffraction de la lumière*, présenté par lui le 15 octobre 1815. [L. F.]

[b] Voir la note de H. de Senarmont sur le N° XI, t. I, p. 75.

N° LIX[16].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR[a].

Paris, le 4 mars 1816.

. . . . J'ai sujet d'être satisfait relativement à la vérification qu'Arago fait de ma théorie. Il est maintenant convaincu de son exactitude. Il a imaginé dernièrement une nouvelle expérience à laquelle je n'avais pas pensé, et dont le résultat est encore une confirmation de ma théorie. Au lieu d'intercepter la lumière sur un des bords du fil avec un corps opaque, il y a placé un verre, et les franges intérieures ont disparu. Nous sommes rentrés chez moi pour en chercher la raison : je lui ai fait voir que cela venait du retard que la lumière avait éprouvé en traversant le verre d'un côté, en sorte que les franges des 1er, 2e, 3e et 4e ordres, les seules qu'on puisse bien voir, se trouvaient hors de l'ombre. Je lui ai annoncé que, si l'on mettait à la place de ce verre une lame de mica très-mince, ou une de ces feuilles de verre soufflé, il pourrait se faire que les franges intérieures ne sortissent pas de l'ombre, et qu'on les vît alors se porter du côté de la feuille transparente. Nous avons fait le lendemain cette expérience, et tout s'est passé comme je l'avais prédit : il en a été enchanté.

Il en a rendu compte lundi dernier à l'Institut, dans une note où il dit que mon mémoire est de nature à faire une révolution dans la science.

Ce qui m'ennuie beaucoup, c'est qu'il faut que je refonde mon mémoire entièrement, et que j'en recommence la rédaction pour le mettre mieux en ordre, et le rendre plus digne des *Annales de chimie et de physique*, dans lesquelles Arago lui destine une place[b].

---

[a] Voir la note de H. de Senarmont sur le N° VI, t. I, p. 75.

[b] Il s'agit ici de la rédaction définitive du *Mémoire sur la diffraction*, inséré aux *Annales de chimie et de physique*, t. I, p. 239, cahier de mars 1816.

Il n'a pas encore fait son rapport sur mon mémoire[a]. Il veut auparavant faire encore quelques autres vérifications. Devant soutenir un grand combat à ce sujet, il ne croit pas pouvoir prendre assez de précautions. N° LIX

N° LIX[b].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 19 juillet 1816.

. . . . J'ai employé toute la semaine dernière à polir et à copier un énorme mémoire[b] que je voulais laisser à l'Institut avant mon départ, comme un mourant laisse son testament. — Arago l'a présenté lundi dernier, et a été nommé rapporteur. . . . .

. . . . M. Arago m'a appris que M. Feller[c] (je ne sais si j'écris bien son nom) avait été converti par la lecture de mon mémoire. Tous les autres phénomènes s'expliquaient également dans les deux théories, a-t-il dit à Arago, mais la marche curviligne des franges ne peut se concevoir que dans le système des ondulations. Or il faut que tu saches que M. Feller est peut-être le premier physicien anglais, ou du moins celui qui a le plus d'influence sur l'opinion. Ainsi tu vois que le parti des vibrations se fortifie tous les jours (car je crois t'avoir annoncé la conversion d'Ampère).

S'il se fait à ce sujet une révolution dans l'optique, comme je l'espère, l'amour-propre des savants sera intéressé à me faire une part plus grosse que je ne la mérite, car, en avouant qu'ils s'étaient trompés, ils diront sans doute pour s'excuser, comme M. Feller, que rien n'avait

---

[a] Le *Mémoire sur la diffraction*.

[b] Le *Supplément au deuxième Mémoire sur la diffraction de la lumière*, présenté à l'Académie des sciences le 15 juillet 1816. [Voyez t. I, p. 129, note (a).]

[c] Lisez : PLAYFAIR, savant écossais.

N° LIX[17]. encore démontré la fausseté du système de Newton. Le docteur Young cependant avait prouvé depuis longtemps l'influence que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres. . . . .
. . . .

N° LIX[18].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 25 septembre 1816.

. . . . . . Binet voudrait absolument m'attacher à l'École polytechnique en qualité de répétiteur; il est persuadé que je ne tarderais pas à être examinateur. Mais je ne me laisse pas séduire par ces espérances flatteuses, que je ne pourrais réaliser qu'en piochant comme un nègre.

Je cherche assez volontiers, mais l'étude m'ennuie[a]. Je suis trop vieux[b] maintenant pour débuter dans la carrière de l'enseignement. D'ailleurs, la santé est le plus précieux de tous les biens, et la mienne résisterait difficilement à un travail tel que celui-là.

Je me décide donc à rester modestement ingénieur des ponts et chaussées, et même à abandonner la physique, si les circonstances l'exigent. Je m'y résoudrai d'autant plus facilement que je vois maintenant que c'est un sot calcul de se donner tant de peine pour acquérir un petit brin de gloire, qu'on vous dispute encore. M. Arago, qui est de retour d'Angleterre, m'a dit qu'on y regardait mon mémoire comme un commentaire sur l'ouvrage du docteur Young, et qu'on trouvait inutiles et assez insignifiantes les nouvelles preuves que j'avais ajoutées

---

[a] Cet aveu, qu'Augustin laisse échapper dans un épanchement mélancolique, caractérise son génie d'un seul trait. Suivant d'instinct, dès l'enfance, le précepte capital de l'Émile, «il n'avait pas *appris* la science, il l'avait *inventée*.» (Voyez à ce sujet l'*Éloge académique d'Augustin Fresnel*, par Arago, t. I, de ses *Œuvres complètes*, p. 111.) [L. F.]

[b] Il avait vingt-huit ans.

aux siennes. M. Arago m'a défendu avec beaucoup de chaleur, et a N° LIX^{1}
annoncé au docteur Young qu'il insérerait dans les *Annales de physique* un petit mémoire où il ferait notre part à chacun. Mais tout cela ne me satisfait pas. Fi d'une gloire contestée[a] ! . . . .

N° LIX^{12}.

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 14 octobre 1816.

. . . .

. . . . J'ai pris assez philosophiquement les désagréments qui me sont venus d'Angleterre[b]. Ils m'ont bien laissé quelque amertume, mais ils n'ont pas pu me dégoûter de la physique, et j'ai senti que c'était par de nouvelles découvertes qu'il fallait répondre au reproche de plagiat. Il me semble que mes deux derniers mémoires[c] en offrent d'assez intéressantes. Nous avons d'ailleurs sur le chantier, Arago et moi, deux sujets de recherches[d] qui nous conduiront nécessairement

---

[a] Encore un trait de caractère qui pourra faire sourire le lecteur. Nous n'avons pas cru devoir supprimer cette curieuse boutade, qu'excuse assez la complexion mélancolique et l'état habituellement maladif d'Augustin. Ajoutons toutefois que les dénis de justice qu'il pouvait alors être fondé à reprocher à l'Angleterre savante ont été depuis largement et noblement réparés. Ainsi, pour ne citer que quelques faits entre les plus saillants, il était élu à l'unanimité, en 1825, membre de la Société royale de Londres (voyez les deux lettres N° LVI^{15} et LVI^{16}); deux ans plus tard elle lui décernait la grande médaille de Rumford (lettre du docteur Young à A. Fresnel, N° LVI^{21}), et nous rappellerons enfin le magnifique hommage rendu aux travaux scientifiques d'Augustin Fresnel par l'illustre physicien sir John Herschel, dans sa lettre précitée du 17 mars 1862 à Henri de Senarmont. (Voyez la dernière note de la page 647 du présent volume.) [L. F.]

[b] Voyez la lettre précédente.

[c] 14 juillet 1816. *Supplément au deuxième Mémoire sur la diffraction* (N° XV). 7 octobre 1816. *Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres* (N° XV [B]).

[d] Voir le *Mémoire* (N° XVIII) *sur l'action que les rayons de lumière polarisée exercent les uns sur les autres*, et la note (a) [t. I, p. 509], où la présente lettre est citée, avec une légère erreur de date.

N° LIX[19]. à des résultats importants. Je ne sais, à la vérité, si l'on m'accordera encore un congé l'année prochaine..........................

N° LIX[20].

A. FRESNEL À SON ONCLE LÉONOR MÉRIMÉE.

Rennes, le 29 décembre 1816.

Mon cher oncle,

Mon service devient de plus en plus pénible; je vois devant moi tant de besogne et une besogne si désagréable, que le découragement commence à me prendre. Il s'agit dans ce moment d'organiser des ateliers de charité[a] : mes ateliers de cantonniers me donnent déjà assez de mal. Les ateliers de charité vont se trouver disséminés dans tous les points de mon arrondissement. Pour m'aider à les surveiller, je me choisis des commis que je ne connais pas, des hommes de confiance dans lesquels je n'ai aucune confiance.

J'ai, à la vérité, un conducteur; mais il est vieux, n'a plus de jarrets et commence à radoter. Il est d'ailleurs beaucoup plus occupé du soin de ne pas déplaire à M. un tel, ou à Mme une telle, que du désir de bien faire son service.

J'ai déjà renvoyé un chef de cantonniers dont j'étais mécontent, et je balance pour en renvoyer un autre. — Je ne trouve rien de si pénible que d'avoir à mener des hommes, et j'avoue que je n'y entends rien du tout.

Je suis si occupé que je ne puis plus rêver physique. J'ai cependant trouvé le temps d'écrire une lettre à M. Arago, dans laquelle je lui demande s'il a rendu compte de mon mémoire à l'Académie des sciences. Il y a bien quinze jours qu'elle est partie, et je n'ai pas encore reçu

---

[a] Voir l'*Introduction*, t. I, p. xxxv, note 1.

de réponse[a]. — Quand vous le verrez, demandez-lui, je vous prie, s'il a fait son rapport. Aussitôt qu'il l'aura lu à la classe, ayez la bonté d'en demander, au secrétaire de l'Institut, une copie que vous m'enverriez par la diligence. . . . . N° LIX[1]

N° LIX[2].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Rennes, le 1er février 1817.

Mon cher Léonor, je m'empresse de te donner contre-ordre relativement aux *feuilles de verre* que je désirais que tu m'envoyasses sur-le-champ par la poste[b].

. . . . Le parti le plus simple et le plus économique est encore de les mettre à la diligence.

Je me propose de faire avec ces feuilles de verre une expérience d'une exécution très-difficile, mais dont le résultat serait probablement fort intéressant. Je voudrais pouvoir superposer un grand nombre de petites feuilles transparentes, et dont le contact serait assez intime pour qu'il n'y eût pas de réflexion à la surface commune ou du moins pour qu'elle présentât la tache noire centrale des anneaux colorés dans une grande étendue. Je compte que ces feuilles de verre soufflé, à cause de leur souplesse, se prêteront à ce contact intime en les pressant entre deux plaques. Je crains cependant que leur courbure, quelque légère qu'elle soit, ne me présente à cet égard beaucoup de difficultés.

Avec une quarantaine ou une cinquantaine de ces lames superposées et se touchant parfaitement j'espère reproduire plusieurs des phénomènes que la polarisation développe dans les substances cristal-

---

[a] Voir la lettre d'Augustin Fresnel à Arago, du 14 décembre 1816 (N° LVII[2]).

[b] Feuilles de verre soufflé qu'Augustin Fresnel attendait de Paris.

N° LIX[21]. lisées. La théorie sur laquelle repose cet espoir explique très-bien du moins l'axe répulsif perpendiculaire aux lames de mica, que Biot a remarqué dans ses observations.

N° LIX[22].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Rennes, le 12 février 1817.

. . . . Si je t'ai demandé des feuilles de verre soufflé presque planes, c'est seulement pour que leur contact puisse s'établir d'une manière plus parfaite. Il est cependant possible d'obtenir le même effet avec des feuilles légèrement courbes, mais dont la courbure serait uniforme, comme celles qui proviennent d'une même sphère; il suffit pour cela de les tourner dans le même sens en les superposant. Mais ce qui m'embarrasse, c'est de les presser dans ce cas sans les briser. Peut-être y parviendrait-on en employant le feu; il faudrait que la châleur fût assez forte pour les rendre souples, et pas assez pour les fondre. Dans tous les cas, je crois qu'il sera toujours nécessaire d'employer le feu pour rendre le contact assez intime, et empêcher les réflexions aux surfaces.

Avant de m'envoyer la pacotille, je serais bien aise que tu fisses toi-même, ou que tu fisses faire quelques essais de ce genre. Il est aisé de reconnaître quand le contact des lames est assez intime : alors la réflexion aux surfaces de séparation devient presque insensible, comme dans la tache centrale des anneaux colorés, et si le feu n'a pas altéré le verre, un assemblage de dix lames devra paraître presque aussi transparent qu'une seule. On pourrait, ce me semble, se servir d'une espèce d'étau pour presser les feuilles superposées pendant qu'elles seraient exposées à une température élevée. Il faudra prendre garde, comme je te l'ai déjà dit, de les trop chauffer, de peur de les fondre et de les souder trop parfaitement.

Tu peux réduire ces petites feuilles à un centimètre carré, si leur trop grande courbure le rend nécessaire: tu les assembleras dix par dix, et feras cinq piles de cette sorte, ou bien une pile de cinquante. Il sera peut-être plus facile de presser une pile plus épaisse. N° LIX

Tu m'enverras de plus des feuilles simples, afin que je puisse faire aussi des essais de mon côté.

N° LIX[a].

LÉONOR MÉRIMÉE À SON NEVEU A. FRESNEL,

A RENNES[1].

Paris, le 6 mars 1817.

. . . . . . Tu as dû recevoir, il y a une quinzaine de jours au moins, une lettre de ton défenseur Arago, qui m'a rencontré comme il venait d'avoir un rude combat à soutenir envers et contre les *émissionnaires*, lesquels ont trouvé à propos de remettre en question la *diffraction de la lumière*, et proposé un prix pour celui qui l'expliquerait le mieux suivant la doctrine qu'ils ont adoptée. Arago, pris au dépourvu, fait tête à l'attaque ennemie, appelle les siens et parvient à arrêter l'invasion, c'est-à-dire qu'il obtient qu'il serait fait mention de ton mémoire dans le programme.

Il pensait, dans les premiers instants, que tu ne devais pas descendre dans l'arène, mais publier dans les *Annales* tout ce que tu trouverais de nouveau, afin que dans le rapport sur le prix on pût dire : Aucun des concurrents n'a résolu le problème. . . . .

. . . .

Hier, j'ai vu Ampère, qui m'a demandé de tes nouvelles et m'a fortement engagé à t'écrire de te mettre sur les rangs, et de renvoyer au concours ton mémoire, avec les nouvelles observations que tu as faites et que tu pourras faire encore. « Il gagnera assurément le prix, m'a-t-il dit; pour lui et pour la « chose il faut qu'il concoure. »

---

[a] Émile Verdet avait eu l'intention, qu'il n'a pas réalisée, d'annexer cette lettre, comme appendice, au *Mémoire couronné sur la diffraction* (N° XIV). [L. F.]

N° LIX[23]. J'ai fait quelques objections, fondées sur la partialité des Commissaires, s'ils étaient choisis dans la secte des *Biotistes*. — Ampère m'a répondu que ce n'était point à craindre, que le général Arago ne manquerait pas, à l'époque de la nomination des Commissaires, de faire sentir l'inconvenance de nommer des hommes de couleur, et qu'il arriverait ce qui arrive toujours lorsqu'on avertit la République que le citoyen Laplace veut dominer. Alors le peuple savant est plutôt incliné à prendre le contre-pied et à punir de l'ostracisme l'ambition du citoyen[a].

Je pourrais aussi te dire que j'ai dîné, il y a bien un mois, avec le directeur Prony; qu'il me demanda de tes nouvelles avec beaucoup d'intérêt; qu'il me témoigna le désir de te voir à Paris. A quoi je répondis que cela dépendait de lui, qu'il n'avait qu'à négocier cela avec les puissances. — Je ne me souviens plus du reste de la conversation, mais j'en rendis compte sur-le-champ à l'artiste Léonor et je le chargeai de te le mander. . . . .

N° LIX[24].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 22 octobre 1817.

. . . .

. . . . Mon nouveau mémoire[b] n'est pas encore tout à fait terminé, et Arago doit partir incessamment pour l'Angleterre; en sorte qu'il ne pourra faire le rapport qu'à son retour, c'est-à-dire dans un mois. Cela dérange un peu mes projets, parce que je comptais me servir de ce rapport pour appuyer ma demande de prolongation de congé et d'une résidence voisine de la capitale.

---

[a] Voyez, comme correctif à ce badinage de correspondance intime, le passage de l'*Introduction* (t. I, p. LXXXVI) où Émile Verdet rappelle, d'après une lettre subséquente (non reproduite) de Léonor Mérimée, l'éclatante justice si noblement rendue par Laplace à l'une des plus belles découvertes d'Augustin Fresnel. [L. F.]

[b] Le *Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée*, présenté à l'Académie des sciences le 10 novembre 1817. (Voyez N° XVI, t. I, p. 441, note (a), et le Rapport d'Arago, p. 553.)

Plusieurs observations rapportées dans mon mémoire ont déjà été faites, mais celles auxquelles j'attache le plus d'importance sont tout à fait nouvelles. J'avoue que j'ai peine à concevoir comment le premier phénomène de ce genre que j'ai remarqué, celui qui m'a mis sur la voie des autres, a pu échapper à Malus et à Biot, qui parlent tous les deux du cas où il se présente et établissent un principe qui n'est point d'accord avec les faits que j'ai observés. . . . . N° LIX[24]

N° LIX[25].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 28 novembre 1817.

Je me proposais de ne t'écrire, mon bon ami, qu'après avoir vu M. Ampère et su de lui si le résumé de mon mémoire, que j'ai lu lundi dernier à l'Institut, avait été favorablement écouté. Mais M. Brière m'a dit avoir appris d'un académicien qu'il avait intéressé l'honorable assemblée. Je n'étais pas sans inquiétude sur l'effet qu'avait produit certaine phrase qui le termine[a], et dans laquelle je craignais d'avoir pris un ton un peu trop dogmatique. Mais il paraît d'après cela qu'elle n'a point choqué, et au fond elle avait été écrite dans toute la modestie de mon cœur; j'avais cru seulement que chacun pouvait dire en passant son avis sur la philosophie de la science. C'est une corde délicate que les savants placés au timon ne permettent pas toujours de toucher.

---

[a] Le *Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée* (N° XVI, t. I, p. 441). Il est terminé par le paragraphe suivant :

« En attendant, il n'est pas inutile de tâcher de réunir les faits sous un même « point de vue, en les rattachant à un petit nombre de principes généraux. C'est le « moyen d'en saisir plus aisément les lois, et je pense que des efforts de ce genre « peuvent contribuer, autant que les observations mêmes, à l'avancement de la « science. »

N° LIX[25]. Je viens de m'assurer que l'essence de térébenthine, qui colore la lumière polarisée, comme certains cristaux, ainsi que M. Biot l'a remarqué le premier, possède la double réfraction. L'analogie l'indiquait, dans la théorie des ondulations surtout, mais il était essentiel de le vérifier par l'expérience. Cette seule expérience m'a coûté 80 francs en frais d'appareil : ainsi tu vois qu'en physique il faut acheter l'honneur de faire des découvertes.

Je viens d'imaginer, pour calculer l'influence d'un nombre quelconque de systèmes d'ondes lumineuses les uns sur les autres, des formules qui me paraissent bien représenter les phénomènes, du moins dans les cas où je les ai vérifiées jusqu'à présent. Je vais continuer cette vérification et appliquer ces mêmes formules à la diffraction, dont j'aurai alors une théorie complète, si je ne suis pas arrêté en route par quelques difficultés d'analyse, ce que je crains fort; car un premier essai m'a déjà conduit à une différentielle qui n'est pas intégrable, à ce qu'il paraît[a]. . . . .

N° LIX[26].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 10 avril 1818.

. . . . M. Becquey[b] a dit à M. de Laplace, qui a eu la bonté de lui parler de moi, qu'on me laisserait à Paris tout le temps nécessaire pour terminer mes recherches, et qu'il allait même s'occuper du moyen d'y fixer ma résidence.

On n'a pas entendu un mot, m'a dit Arago, du Mémoire que j'ai lu dernièrement à l'Institut[c], parce que je l'ai lu trop bas et trop rapi-

---

[a] Voyez le N° XI, t. I, p. 171, note (b), où la présente lettre est citée, et le renvoi à cette même lettre dans la première note de H. de Senarmont sur le N° XVII, p. 487. [L. F.]

[b] Conseiller d'État, directeur général des ponts et chaussées et des mines.

[c] Le *Mémoire sur les couleurs développées dans les fluides homogènes par la lumière polarisée* (N° XVIII), présenté à l'Académie le 30 mars 1818.

dement. Comme il ne pouvait être bien compris que dans une lecture à tête reposée, je ne le lisais guère que pour la forme, et c'était une tâche dont j'avais hâte d'être débarrassé. Voilà pourquoi je me suis tant dépêché. Mais comme il n'y a rien de plus fatigant pour ceux qui écoutent que d'être obligés d'ouvrir leurs oreilles pour saisir à peine quelques mots, j'aurai soin une autre fois de renforcer ma voix et de lire plus doucement. N° LIX

MM. Biot et Arago ont été nommés rapporteurs pour ce dernier mémoire. Arago n'a point encore fait son rapport sur le précédent.

Je m'occupe à force de mon concours. J'ai maintenant l'espoir assez bien fondé de lever toutes les difficultés qui restaient sur la diffraction et d'en donner une théorie complète, débarrassée de cette hypothèse d'une différence d'une demi-ondulation, que je n'avais pas encore pu expliquer[a] . . . .

N° LIX²⁷.

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 23 avril 1818.

Mon bon ami, me voici décidément fixé à Paris. Je suis attaché au canal de l'Ourcq, arrondissement de Paris. Mon service commence le 1er mai. J'aurais bien désiré qu'on m'eût laissé encore libre jusqu'au mois d'août, parce que mon concours de diffraction n'est guère avancé.

[a] Voyez, au sujet de cette difficulté, que Fresnel ne parvint que plus tard à résoudre :

N° X, § 18, note de l'auteur, t. I, p. 144;

N° XI, p. 171, note (b) (où la présente lettre est citée par H. de Senarmont), et, même numéro, § 9, p. 179;

N° XVII, p. 494, note de l'auteur;

N° XIX (E), p. 549;

N° XXV, p. 691 et 702, notes d'Émile Verdet;

N° XXX, p. 789, note d'Émile Verdet. (L. F.)

N° LIX[27]. J'avoue que je suis un peu inquiet sur la manière dont je ferai face à tout. Fulgence[(a)] me serait très-utile pour m'aider dans mes expériences et mes calculs de physique; cela irait beaucoup plus vite.

. . . .

Je serai bientôt membre de la Société philomathique. MM. Magendie et Ampère m'ont offert de m'inscrire sur la liste des candidats à la première occasion, c'est-à-dire à la première place vacante[(b)]. Je pourrai alors mettre un titre scientifique en tête de mes mémoires, ce qui ne laissera pas d'être fort agréable. J'y vois un grand avantage sous le rapport de l'instruction et de l'habitude que je pourrai y acquérir de parler et de discuter en public; car la Société philomathique est l'arène où combattent les partisans des différentes doctrines scientifiques[(c)]...

N° LIX[28].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 3 juin 1818.

Mon cher Léonor, nous piochons, Fulgence et moi, sans relâche : voilà pourquoi nous ne t'écrivons point. Grâce à Fulgence, qui m'est

---

(a) Fulgence Fresnel, né à Mathieu près Caen, en 1795. Il seconda très-utilement son frère Augustin dans ses expériences sur la lumière, et fit pour lui diverses traductions et copies de mémoires scientifiques. Dès cette époque il se livrait à ses études favorites de langues et de littérature orientales. Après avoir rempli pendant plusieurs années les fonctions de consul à Djeddah, il fut chargé de la direction d'une expédition scientifique à Bagdad, où il mourut le 30 novembre 1855. Il était l'un des plus anciens membres de la Société asiatique et Correspondant de l'Académie des inscriptions et belles-lettres. Ses recherches et ses écrits les plus importants ont eu pour objet l'*Histoire des anciens Arabes* et l'interprétation des *inscriptions Himyâriques*. (Voyez le Rapport de M. Mohl sur les travaux de la Société asiatique pendant l'année 1855-1856, *Journal asiatique*, 5e section, t. VIII, p. 12-22.) [L. F.]

(b) Il fut élu le 3 avril 1819.

(c) Cette dernière phrase est textuellement rappelée par Henri de Senarmont dans une note relative à la polémique que soulevèrent les premiers travaux scientifiques d'Augustin Fresnel, p. 147 du présent volume, N° XXXII, note (a). [L. F.]

d'un grand secours, je pourrai présenter un nombre assez imposant d'expériences et de calculs. Je crois avoir résolu toutes les difficultés théoriques de la diffraction. Sans cela je ne sais si j'aurais eu le courage de concourir; car il est bien ennuyeux de s'échiner sur des observations aussi délicates, et de chercher la loi de phénomènes aussi compliqués, lorsqu'on n'est pas guidé par la théorie. Il y a longtemps que j'avais reconnu l'inexactitude de ma première hypothèse, et que les formules auxquelles elle m'avait conduit n'étaient qu'approximatives. J'avais indiqué aussi à peu près la manière d'envisager les phénomènes de la diffraction, que j'ai adoptée maintenant; mais j'étais conduit à un problème que je n'espérais guère résoudre : *trouver la résultante d'un nombre quelconque d'ondes, dont les intensités et les positions relatives sont données*. Des considérations mécaniques fort simples m'ont conduit à la solution de ce problème, qui m'avait d'abord effrayé. J'ai présenté sur ce sujet, au commencement de l'année, un petit mémoire [3], dont Arago n'a point encore rendu compte, et je n'en suis pas fâché. C'est de mes découvertes théoriques celle à laquelle j'attache le plus d'importance, à cause de la multitude de ses applications. N° LIX

Je n'ai encore reçu de mon ingénieur en chef aucun ordre relatif à mon service. Je ne souffle pas le mot, et ne m'occupe que de mon concours. Il est très-possible que la Compagnie chargée du canal prenne un autre ingénieur que moi, et je n'en serai pas très-fâché, parce que je me regarde comme à peu près sûr de rester à Paris dans tous les cas. L'essentiel pour moi, dans ce moment, c'est de terminer mon concours. . . . .

. . . .

[3] Le *Supplément au Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée* (N° XVII). La présente lettre est citée par H. de Senarmont dans sa première note sur ce Supplément. (Voyez t. I, p. 487). [L. F.]

N° LIX 29.

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 5 septembre 1818.

. . . .

. . . . . . J'ai eu une petite conférence avec MM. Biot et Arago, dans la chambre obscure, au sujet de mon mémoire [a]; j'ai répété quelques-unes de mes expériences. M. Biot m'a paru frappé d'une objection fort simple que j'ai faite contre la théorie de l'émission, et qui me paraît invincible [b]. Étant allé dernièrement, avec Arago, rendre visite à M. de Laplace, à sa maison de campagne, j'ai soutenu un assaut du noble pair. M. Becquey lui avait répété une conversation que j'avais eue avec lui au sujet des systèmes de physique, et dans laquelle il m'était échappé de lui dire que *la nature ne redoute pas les difficultés d'analyse*, et que celles que présente la théorie des ondulations ne sont point une probabilité contre elle. — Apparemment que M. Becquey avait un peu changé quelques-unes de mes expressions, car M. de Laplace avait conclu de là que je ne croyais pas à l'utilité de l'analyse. Je lui ai répondu qu'au contraire je sentais fort bien qu'elle était indispensable pour donner aux théories physiques la rigueur mathématique; mais qu'il me semblait que la difficulté des calculs ne devait point entrer dans la balance des probabilités, quand

---

[a] *Mémoire sur les couleurs développées dans les fluides homogènes par la lumière polarisée* (N° XXIII), présenté à l'Académie le 30 mars 1818 ; Commissaires, MM. Biot et Arago. — [Voyez la note (a) (t. I, p. 655), où est citée la lettre dont nous donnons ici l'extrait].

[b] Voyez la note (a) du N° XXXII (p. 147 du présent volume), au sujet des controverses que soulevèrent les travaux d'Augustin Fresnel sur la théorie de la lumière. Cette note rappelle les deux lettres d'Augustin Fresnel à son frère Léonor, des 23 avril et 5 septembre 1818.

il s'agissait de choisir entre deux systèmes. Il m'a dit qu'à cet égard il n'était pas de mon avis, et m'a cherché querelle sur le principe de Huyghens, qui sert de base à ma nouvelle théorie de la diffraction, et qu'il ne conçoit pas, je crois, de la même façon que moi. Un peu interloqué par la manière dont avait commencé l'attaque, et me trouvant dans une situation désavantageuse sur la défensive, j'ai pris l'offensive, et, sans transition, je lui ai présenté contre la théorie de l'émission l'objection qui avait frappé M. Biot. Il n'a pas pu y répondre, ou du moins n'a fait que des réponses vagues. Aussitôt la conversation a changé d'objet, et M. le marquis a tourné son humeur guerroyante contre le bon M. Berthollet, qui était avec nous, et lui a cherché noise sur les variations de la nomenclature chimique, «qui «seraient cause, disait-il, que bientôt on ne s'entendrait plus.» Alors j'ai été tout à fait débarrassé de ce rude adversaire, et j'ai commencé à respirer librement, en me promettant tout bas de ne plus tant m'épancher avec M. Becquey. — Lorsque nous avons pris congé de M. de Laplace, il m'a dit gracieusement que, quoiqu'il n'approuvât pas ma manière de voir sur plusieurs points, il n'en attachait pas moins beaucoup d'intérêt à mes recherches. N° LIX-9

Cette discussion m'a fait sentir la nécessité d'ajouter quelques notes a mon mémoire : je viens de les remettre à Arago. Cela est d'autant plus nécessaire que, d'après ce qu'il m'a dit, M. de Laplace n'écoute pas beaucoup ce qu'on lui dit, tandis qu'il lit avec attention. Il n'a pas encore lu mon mémoire.

J'espère que cette lecture affaiblira un peu son attachement pour le système de l'émission. Dans une conversation que j'ai eue dernièrement avec Poisson, il m'a avoué que la multiplicité des hypothèses que nécessite la théorie newtonienne diminuait beaucoup sa confiance en elle. J'espère que la lecture de mon mémoire le fera pencher pour le système des ondulations. M. Biot, qui a lu ce mémoire et qui d'ailleurs connaît mieux que personne les difficultés du système de l'émission, est celui des trois dont la conversion me paraît la plus avancée: c'est dommage qu'il se trouve, a cause de son ouvrage, dans une

N° LIX[29]. situation qui intéresse si vivement son amour-propre en faveur de ce système[(a)].

(a) A. Fresnel a cru trop facilement aux conversions scientifiques. Mais si ses travaux n'ont jamais arraché à Laplace une abjuration extérieure, on peut croire qu'ils l'avaient rendu moins entier dans sa foi intérieure, et que des croyances auparavant très-absolues et très-exclusives avaient fini par faire place au doute inavoué. On trouve, en effet, dans la 4e édition de l'*Exposition du système du Monde*, publiée en 1813, un chapitre intitulé : *De l'attraction moléculaire.* L'auteur y résume la théorie newtonienne de la réflexion et de la réfraction, les travaux récents de Malus sur la double réfraction, sa découverte de la polarisation, les expériences d'Arago sur la non-influence du mouvement terrestre dans l'acte de la réfraction, et il ajoute : «Les phénomènes de la double réfraction et de l'aberration des «étoiles me paraissent donner au système de l'émission de la lumière, sinon une entière «certitude, au moins une extrême probabilité. Ces phénomènes sont inexplicables dans «l'hypothèse des ondulations d'un fluide éthéré.» (Édition de 1813, p. 327.)

En 1824, dans la 5e édition, le chapitre entier a disparu, et l'ouvrage est précédé de cet *Avertissement :* «J'avais exposé dans l'édition précédente les principaux résultats de l'appli«cation de l'analyse aux phénomènes dus à l'action moléculaire différente de l'attraction «universelle. Ces résultats s'étant fort étendus depuis cette époque, j'en ferai le sujet d'un «traité spécial. . . .» [Henri de Senarmont.]

La note ci-dessus, inscrite au crayon par H. de Senarmont au bas de la *copie* à livrer à l'impression, et qu'il se réservait sans doute de compléter, ne discute que la *conversion* de M. de Laplace, tandis que, dans la lettre dont nous donnons ici l'extrait, A. Fresnel semble se promettre, dans un avenir plus ou moins éloigné, l'adhésion de MM. Biot et Poisson à la théorie des ondulations.

En ce qui touche M. de Laplace, nous n'ajouterons qu'un simple renvoi au passage déjà cité de l'*Introduction* de M. Verdet (t. I, p. LXXXVI) sur les encouragements si noblement donnés par le grand géomètre aux découvertes du jeune physicien, malgré l'antagonisme de leurs idées théoriques.

Nous nous bornerons également, pour ce qui concerne M. Poisson, à nous référer à la note 2e de la page LXXXIX de l'*Introduction.*

A l'égard de M. Biot, nous croyons devoir à sa mémoire la publication d'une anecdote qui nous a paru trouver ici sa place. — Lors de la revue qu'il était venu faire conjointement avec nous, au mois de février 1846, des manuscrits d'Augustin Fresnel (voyez *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, 9 mars 1846), M. Biot, après quelques témoignages chaleureusement exprimés de sa haute estime pour la personne d'Augustin et de son vif regret de n'avoir pas eu de relations plus étroites avec lui, insista sur l'importance de ses travaux scientifiques, puis, s'étant recueilli quelques instants, comme préoccupé

Quant à Arago, il est très-satisfait de ma nouvelle théorie de la diffraction, et je crois que Gay-Lussac est assez de son avis. Jusqu'à présent néanmoins la majorité des Commissaires est en faveur de la théorie newtonienne. N° LIX².

Il y a ici quelque chose de plus intéressant qu'un prix, c'est une révolution à faire dans la science.

J'ai fait dernièrement un petit travail auquel j'attache quelque importance. J'ai prouvé qu'en supposant la terre assez poreuse pour qu'elle n'imprime à l'éther qui la pénètre et l'environne qu'une très-petite partie de sa vitesse, qui n'excédât pas un centième, par exemple, on pouvait expliquer d'une manière satisfaisante, non-seulement l'aberration des étoiles, mais encore tous les autres phénomènes d'optique compliqués du mouvement terrestre [a]. Dans la théorie de l'émission on explique aisément l'aberration, et sans le secours d'aucune hypothèse; mais le résultat des observations d'Arago sur la lumière des étoiles est bien difficile à concevoir. Il s'est assuré que le mouvement de la terre dans son orbite n'a aucune influence sur la réfraction. Or, pour concilier ce fait avec la théorie newtonienne, il faudrait supposer que les molécules lumineuses, lancées avec toutes sortes de vitesses, ne sont sensibles pour nos yeux qu'avec une seule, et qu'un dix-millième de vitesse, en plus ou en moins, empêche la vision: hypothèse bien étrange et bien difficile à admettre.........

---

d'une idée dominante : *Quelle merveilleuse puissance d'intuition*, reprit-il du ton le plus animé, *déploya votre frère dans sa féconde conception des* VIBRATIONS TRANSVERSALES*!* — On concevra notre surprise et notre émotion à cette exclamation de l'illustre vieillard que, jusque-là, nous avions toujours cru l'un des plus fervents et des plus fidèles sectateurs de la théorie newtonienne. — Douze ans plus tard il s'expliquait catégoriquement à ce sujet dans une notule de ses *Mélanges scientifiques et littéraires* (t. I, p. 155). [L. F.]

[a] Lettre d'Augustin Fresnel à François Arago sur l'influence du mouvement terrestre dans quelques phénomènes d'optique. — Septembre 1818 (N° XLIX).

N° LIX30.

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 15 novembre 1818.

. . . .

. . . . M. de Laplace, qui lit fort peu en général, n'a pas eu la patience de lire d'un bout à l'autre mon gros Mémoire sur la diffraction; Arago doit lui en faire un extrait.

Poisson le lit actuellement : j'aurai bientôt des conférences avec lui relativement à la théorie[a]. Il ne paraît pas encore beaucoup goûter la mienne; mais il est déjà très-refroidi pour celle de l'émission : c'est un grand point. Je me suis beaucoup attaché dans mon mémoire à démontrer l'impossibilité d'expliquer les phénomènes de la diffraction dans le système de l'émission. Il ne faut pas seulement parer, il faut aussi pousser des bottes.

Poisson m'a demandé de lui montrer les principales expériences. J'en suis bien aise. Il me semble qu'il suffit de les voir pour sentir l'impossibilité de les expliquer dans la théorie newtonienne. Quand je lui aurai fait remarquer la complication de ces phénomènes et la variété singulière de leurs apparences, et qu'il songera que, dans ma théorie, leurs aspects les plus bizarres sont toujours représentés avec fidélité par la même intégrale, en faisant seulement varier les limites de l'intégration conformément aux données du problème, il sentira, je l'espère, qu'un accord aussi constant ne peut pas être un effet du hasard. . . . .

---

[a] Ce n'était qu'un prélude de la controverse qui s'engagea quelques années après entre Poisson et Fresnel. Elle fait l'objet des sept numéros XXXIV (A), (B), (C), (D), (E), (F) et (G). — (Voyez p. 147 du présent volume, N° XXXII, la note (a) de Henri de Senarmont.) L. F.

N° LIX[31].

AUGUSTIN FRESNEL À SON FRÈRE LÉONOR.

Paris, le 13 juin 1821.

Mon cher ami, il y a eu grande bataille à l'Institut dans les deux dernières séances, à l'occasion d'un rapport d'Arago [a] sur un mémoire que j'avais présenté à l'Académie des sciences, il y a près de cinq ans, et dans lequel j'attaquais par des faits la théorie de la *polarisation mobile* de M. Biot, et donnais une autre explication de la coloration des lames cristallisées. Arago, complétement convaincu par les expériences que j'ai répétées devant lui, s'est attaché à faire sentir à l'Académie qu'elles renversaient complétement la théorie de M. Biot. M. Biot a répondu; la discussion s'est engagée et a été très-vive; mais Arago a toujours eu l'avantage. Elle a recommencé lundi dernier par une réponse écrite de M. Biot, dans laquelle il annonçait, en débutant, qu'il allait prouver que mes expériences, loin de renverser sa théorie, en étaient au contraire une confirmation frappante; il est vrai qu'il n'a pas tenu parole, et qu'il a même trouvé plus commode de nier un des faits que d'essayer de le concilier avec sa théorie. Je ne suis pas fâché qu'il l'ait nié, parce qu'il est facile à vérifier, et que cela rend ainsi plus clair le procès . . . .

Une chose singulière, c'est qu'il ait reproché à Arago d'avoir tardé si longtemps à faire mon rapport. Après avoir réfuté ses principaux raisonnements, Arago a répondu à ce reproche, en disant « qu'outre « les causes de retard qu'il avait expliquées à l'Académie avant la lecture « de son rapport, il en était une qu'elle avait peut-être déjà devinée :

---

[a] Cette lettre, écrite au fort d'une ardente polémique, fait à plusieurs égards double emploi avec le Rapport d'Arago (N° XX) et les trois pièces immédiatement suivantes [N° XXI (A), (B) et (C)]. Nous n'avons pu toutefois nous dispenser de publier le présent extrait, attendu qu'il se trouve cité, comme document historique, dans la première note de Henri de Senarmont sur le Rapport N° XX (t. I, p. 553). [L. F.]

N° LIX³⁾ « c'était une certaine appréhension de la discussion vive que son rap-
« port ne pouvait pas manquer d'occasionner, et dont l'Académie venait « d'être témoin. Il est tout naturel, a-t-il ajouté, que M. Biot, qui a « imaginé la théorie de la polarisation mobile, et a écrit deux gros vo- « lumes sur ce sujet, ne puisse voir sans chagrin attaquer cette théorie. « Je sentais si bien que je ne pouvais manquer de l'aigrir en rendant un « compte fidèle du mémoire de M. Fresnel, que j'ai reculé, je l'avoue, « pendant longtemps devant cette tâche un peu pénible; mais M. Biot « ne doit pas m'en vouloir de l'avoir à la fin remplie, puisqu'il trouve « même que j'ai trop tardé à le faire. Au reste, a-t-il ajouté, je ne pro- « pose pas à l'Académie d'adopter le corps du rapport, c'est-à-dire mon « opinion sur la théorie de M. Biot, quoique je sois toujours persuadé « qu'il est dans l'erreur, et que l'explication de M. Fresnel est la véritable. « Je conçois que l'Académie ne peut pas se prononcer sur un pareil « sujet; mais je demande seulement qu'elle veuille bien adopter les « conclusions du rapport, c'est-à-dire ordonner l'impression du mé- « moire dans le *Recueil des Savants étrangers.* » — M. Biot demandait que l'on considérât le rapport d'Arago comme un simple mémoire et non comme un rapport; mais cette proposition a été rejetée, et celle d'Arago a passé à la presque unanimité. Mathieu croit que, s'il l'avait voulu, il aurait même fait adopter le rapport; mais il a très-bien fait de ne pas le demander.

. . . .

FIN DU DEUXIÈME VOLUME.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CE VOLUME

THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

TROISIÈME SECTION.

EXPOSITION SYSTÉMATIQUE

DE LA THÉORIE DES ONDULATIONS ET CONTROVERSE

Les écrits d'auteurs étrangers sont distingués par un astérisque *.

QUATRIÈME SECTION.

DOUBLE RÉFRACTION.

CINQUIÈME SECTION.

QUESTIONS DIVERSES D'OPTIQUE.

L. Notes relatives aux propriétés optiques des cristaux.

MÉLANGES ET EXTRAITS.

LII. NOTES SUR DIVERSES QUESTIONS DE PHYSIQUE.

LIV. EXTRAITS DE DIVERS MÉMOIRES.

LV. RAPPORTS ACADÉMIQUES.

CORRESPONDANCE SCIENTIFIQUE.

LXI. Correspondance d'Augustin Fresnel avec le docteur Thomas Young, et lettres y relatives.

FIN DE LA TABLE.

CHANGEMENTS ET ADDITIONS.

Page 147, note, ligne 1, *au lieu de* : 15 septembre, *lisez* : 5 septembre.
Même correction au tome I, p. 655, note, ligne 3.

Page 271, ligne 15, *au lieu de* : isocèles, *lisez* : isoscèles.

Page 331, titre, ligne 6, *au lieu de* : 1812, *lisez* : 1821.

Page 331, note, ligne 1, *au lieu de* : a eu pour objet, *lisez* : avait eu pour objet.

Page 360, ligne 2. La première rédaction ajoutait ici : « C'est ce que j'ai appelé dans mon premier Mémoire *le principe du plus court chemin*. »

Page 425, figure, à la ligne ponctuée supérieure, *au lieu de* : y, *lisez* : y.

Page 585, note, ligne 4, *au lieu de* : Systems of Rays, *lisez* : a System of Rays.

